Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Философский факультет
Российская Академия Наук
Институт философии
АНО Институт логики, когнитологии
и развития личности

Двенадцатые Смирновские чтения по логике

Материалы международной научной конференции

24 – 26 июня 2021 г.

Москва

Москва
Издательство РОИФН
2021

УДК 16
ББК 87. 4
Д23

Рецензенты:
доктор философских наук, зав. кафедрой философии МПГУ
проф. Грифцова И. Н.;
главный научный сотрудник ИФ РАН,
доктор философских наук Герасимова И. А.

Д23 Двенадцатые Смирновские чтения: материалы Междунар. науч. конф., Москва, 24–26 июня 2021 г. [редкол.: О. М. Григорьев, Д. В. Зайцев, Ю. В. Ивлев, В. И. Шалак, Н. Е. Томова; отв.ред. В. И. Маркин] — Москва: Изд-во «Русское общество истории и философии науки», 2021. — 325 с. Режим доступа: http://rshps.ru/books/12-smirnov-readings.pdf

ISBN 978-5-6045557-8-1

В книге представлены материалы международной научной конференции «Двенадцатые Смирновские чтения по логике», посвященной памяти В. А. Смирнова (1931 – 1996) и Е.Д. Смирновой (1929 – 2017), выдающихся российских ученых, профессоров кафедры логики философского факультета МГУ, блестящих педагогов, оставивших после себя большое количество учеников. В. А. и Е. Д. Смирновы обладали крупнейшим научным авторитетом как в нашей стране, так и за ее пределами, являясь, в то же время, талантливыми организаторами науки. Во многом благодаря их многолетней самоотверженной деятельности сложилась отечественная научная школа, объединяющая в настоящее время специалистов из самых разных областей логики и философии.

ISBN 978-5-6045557-8-1

УДК 16
ББК 87. 4

Содержание

Символическая логика 6

Беликов А. А.
О конъюнкции, дизъюнкции и натуральном выводе в инфекционных логиках 6

Gerasimov A. S.
Comparing Hilbert-type and Gentzen-type calculi for first-order rational Pavelka logic 9

Devyatkin L. Yu.
Closed Classes of Functions Generated by Maximally Paraconsistent and Paracomplete Four-Valued Expansions of FDE 12

Запрягаев А. А.
Классификация линейных порядков, интерпретируемых многомерно в арифметике Пресбургера 16

Indrzejczak A., Petrukhin Y. I.
On the application of bisequents to many-valued logics 19

Tomasz Jarmużek & Mateusz Klonowski
Axiomatizations of basic logics with relating implication 23

Коновалов А. Ю.
Строгая примитивно-рекурсивная реализуемость для языка базисной логики 28

Shay Allen Logan
Second-Order Stratified Models 31

Drobyshevich S. A., Odintsov S. P., Wansing H.
Moisil's modal logic and bi-intuitionistic logic 36

Оноприенко А. А.
Предикатный вариант объединённой логики задач и высказываний 40

Попов В. М.
Замечание о трехзначных паранепротиворечивых логиках с одним выделенным значением 43

Rybakov M., Shkatov D.
Algorithmic properties of **QK4.3** and **QS4.3** 50

Томова Н. Е.
Об одном алгоритме конструирования литеральных паранепротиворечивых/параполных логик 55

Thomas Macaulay Ferguson
The Subject-Matter of Intensional Conditionals 59
Шангин В. О.
Обоснование выводимых правил в нетранзитивной логике Уира . 64

Философская логика 69
Боброва А. С.
Интерпретация базовых условных высказываний с позиции логики 69
Vasyukov V. L.
Categorical Process Logic 73
Воробьева С. В.
Когнитивные преференции нечеткой логики 77
Oleg Grigoriev, Krystyna Mruczek-Nasieniewska, Marek Nasieniewski & Vasilyi Shangin
On a weak variant of discussive logic 81
Долгоруков В. В.
О трудностях определения потенциального знания группы 86
Дронев М. В.
Сведение модальностей в нормальных модальных логиках 90
Andrzej Indrzejczak
Leśniewski's Ontology – Proof-Theoretic Characterization 93
Ивлев Ю. В.
О предмете логики 95
Карпов Г. В.
Виды уклонения в логике действий 98
Janusz Kaczmarek
What is a Hybrid Lattice of Situations (Interpretation of Wittgenstein's Logical Atomism and a Little More) 101
Kürbis N., Petrukhin Y. I.
Normalisation for the logic of paradox and its relatives 105
Лобовиков В. О.
Априорность знания как условие для логического вывода «предписано» из «есть» 109
Маркин В. И.
Логика суждений существования, рекурсивно эквивалентная силлогистике с неопределенно-местной константой 112
Микиртумов И. Б.
Гетероэпистемические установки в анализе спора 118
Hitoshi Omori & Daniel Skurt
On Ivlev's semantics for modality 123

Pavlova A. M.
Public Announcement for Intuitionistic Epistemic Logic 126
Mruczek-Nasieniewska K., Petrukhin Y. I., Shangin V. O.
On a paracomplete discussive logic 131
Попова Е. Л.
Знание и время: эволюционная эпистемическая модель 134
Степанов В. А.
В защиту квантора самореферентности Sx.
Подход динамических систем. 138
Ricardo Arturo Nicolás-Francisco
A classification of negative connectives 143
Хайтович Д. Г.
Эпистемическая STIT-логика без типов действий 145
Черкашина О. В.
Логический многоугольник для высказываний об отношениях: два правила для контрарности и субконтрарности 148
Шалак В. И.
Алгоритмы в природе 151
Fabien Schang
One Square May Hide Another One (Three, Actually): Categorical Propositions and their Normal Form 154
Шкаброва М. В.
Яркие имена и отличительные термы: к вопросу о взаимосвязи *De Re* и *De Dicto* 158

История логики 162
Воробьев В. В.
«Диалектика» Иоанна Дамаскина, глава 12. 162
Гончарко О.
Мери Эверест Буль: философия алгебры и логика, которой учит любовь 165
Драгалина-Черная Е. Г., Лисанюк Е. Н.
Логика дизайна и истинная индукция Фрэнсиса Бэкона 169
Жаров С. Н.
Классическая и неклассическая трактовки онтологии возможного 174
Круглов А. Н.
Взгляд на природу логики в лекционном наследии Канта 178
Кузичева З. А.
Отношение выводимости в процессе становления математической логики 182

Конькова А. В., Легейдо М. М.
Об интересной связи между традиционной силлогистикой и воображаемой логикой 188

Малюкова О. В.
О компендиуме «Умословие – Логика – Риторика» Ивана Рижского 193

Пушкарский А. Г.
К вопросу адекватного понимания логики Дж. Буля 198

Сайфуллаев Н. М., Худойдодзода Ф. Б.
Логика «исцеления» – новый этап развития науки логики 202

Саргсян М.
Львовско-Варшавская школа и Мария Кокошиньская-Лутманова 208

Скрипник К. Д.
Эпистолярий как источник историко-логического исследования: два примера 212

Сокулер З. А.
О понимании логики у Адольфа Тренделенбурга и Германа Когена 216

Тоноян Л. Г.
«Логика» Евгения Сырейщикова: перевод или авторское сочинение? 219

Черноскутов Ю. Ю.
Логика в Ленинградском государственном университете в период Саратовской эвакуации (1942–44 гг.) по документам Цетрального Государственного Архива Санкт-Петербурга. 223

Шевцов А. В.
Логическое учение Л. Г. фон Якоба в контексте критической философии 227

Логика научного познания 230

Бажанов В. А., Шевченко Т. В.
О нейронных коррелятах логических операций 230

Баранец Н. Г., Веревкин А. Б.
О теории алгоритмов и доказуемости 233

Bakhtiyarov K. I.
Metalogic: the revival of logic 237

Беликов А. А.
Наивная экспликация отношения «атаки» 242

Гриненко Г. В.
Контекст использования и герменевтический круг 246

Елагин Г. Б., Микиртумов И. Б.
Схемы сетевой аргументации типа «Яжемать» 250
Зайцев Д. В.
Выразительные возможности аргументативной атаки 255
Зайцева Н. В.
Визуализация в логике 258
Ильин А. А.
Обоснованное мнение: как «обезвредить» контрпримеры Геттиера 263
Катречко С. Л.
Абдукция как логика открытия (Пирс) и трансцендентальная аргументация (Кант) 269
Krenkel T. E.
From Quantum Bayesianism (QBism) to Quantum Informatics . . . 273
Кузина Е. Б.
Коммуникативная соотнесенность вопроса и ответа
(К понятию ответа в коммуникации) 275
Лисанюк Е. Н.
Поиск и отбор решений спора в аргументации 280
Ляшов В. В.
Теории значения: от сигнифики к композиционально-семантической концепции 285
Мануйлов В. Т.
Конструктивная versus аналитическая «теория науки» 290
Павлухина П. А.
О суждениях личного вкуса: дискуссия между релятивизмом и контекстуализмом 294
Павлюкевич В. И.
Трансконцептуальные аспекты логической культуры мышления 299
Сарычева А. В.
Диалектические обязательства участников дискуссии в концепции Э. Краббе 303
Титов А. В.
Логика различных форм познания как система логических форм, математика как средство описания различных форм знания. . . 307
Фатиев Н. И.
Оценка аргумента последствий с позиций модальной семантики . 312
Цокало О. А.
Целевая аудитория и аргументативные паттерны продающих текстов 315
Шульга Е. Н.
Логический экзегезис 320

Символическая логика

О конъюнкции, дизъюнкции и натуральном выводе в инфекционных логиках

Беликов А. А.
МГУ имени М. В. Ломоносова
belikov@philos.msu.ru

Аннотация: Данная работа посвящена изучению четырехзначных логик $\mathbf{S_{fde}}$ и $\mathbf{dS_{fde}}$. Мы используем технику информационной семантики Войшвилло, чтобы оспорить тезис Омори и Шмуца о том, что конъюнкция и дизъюнкция в инфекционных логиках не отражают классического смысла этих связок. Мы формализуем обе логики в виде натуральных исчислений, тем самым преследуя две цели: 1) предложить первое в своём роде натуральное исчисление для $\mathbf{dS_{fde}}$, 2) предложить натуральное исчсиление для $\mathbf{S_{fde}}$ со стандартным правилом исключения дизъюнкции.

Ключевые слова: *инфекционные логики, конъюнкция, дизъюнкция, натуральный вывод, информационная семантика*

On conjunction, disjunction and natural deduction in infectious logics

Alex Belikov
Lomonosov Moscow State University
belikov@philos.msu.ru

Abstract: This work is devoted to the study of two four-valued logics $\mathbf{S_{fde}}$ and $\mathbf{dS_{fde}}$. We show how the machinery of informational semantics can be effectively used to challenge the thesis by Omori and Szmuc that disjunction and conjunction in infectious logics cannot be rightfully regarded as such. We provide sound and complete natural deduction calculi for both logics, thereby pursuing two goals: 1) to present a first of its kind natural deduction calculus for $\mathbf{dS_{fde}}$, 2) to provide a natural deduction calculus for $\mathbf{S_{fde}}$ containing the standard form of disjunction elimination rule.

Keywords: *infectious logics, conjunction, disjunction, natural deduction, informational semantics*

Эта работа посвящена изучению двух логических систем, которые могут быть отнесены к классу инфекционных логик. Наиболее естественный и широкораспространенный способ определить, что такое инфекционная логика, заключается в описании свойств её истинностных значений. Другими словами, инфекционная логика – это такая логика, которая содержит инфекционное значение. Последнее означает, что если такое значение приписывается некоторой формуле A, то оно автоматически приписывается и любой другой формуле, в которую входит A.

Инфекционные логики интересны во многих отношениях. Они могут использоваться как эффективный аппарат для анализа отношений следования, характеризуемых различными критериями релевантности. Большой интерес вызывает приложение инфекционных логик и к анализу таких понятий, как бессмысленность, противоречивость, истинность и пр.

Наше исследование преследует две цели – философскую и техническую, причём именно первая даёт ключ к решению второй.

Философская часть настоящей работы посвящена недавней дискуссии о природе конъюнкции и дизъюнкции в инфекционных логиках [5, 9]. Мы предлагаем варианты «информационной семантики», основанной на понятии обобщенных описаний состояний [1], для двух четырехзначных логик: $\mathbf{S_{fde}}$ [3] и $\mathbf{dS_{fde}}$ [8, 7]. На примере этих логик мы покажем, что техника информационной семантики Войшвилло даёт наглядный и естественный способ анализа семантических условий для конъюнкции и дизъюнкции. Таким образом, мы оспорим тезис Омори и Шмуца [5] о том, что конъюнкция и дизъюнкция в инфекционных логиках не отражают классического смысла этих связок.

Техническая часть работы направлена на заполнение нескольких пробелов в исследовании инфекционных логик с точки зрения теории доказательств, а именно их формализации в виде исчислений натурального вывода. Во-первых, мы представим первое в своём роде натуральное исчисление для $\mathbf{dS_{fde}}$. Во-вторых, мы предложим натуральное исчисление для $\mathbf{S_{fde}}$, которое, на наш взгляд, является лучшей альтернативой исчислению Петрухина из [6]. В упомянутой работе Петрухин предлагает исчисление с необычным правилом исключения дизъюнкции:

$$\frac{A \vee B \qquad \begin{array}{c}[A \wedge B]\\ C\end{array} \qquad \begin{array}{c}[\neg A \wedge B]\\ C\end{array} \qquad \begin{array}{c}[A \wedge \neg B]\\ C\end{array}}{C}$$

Необходимость в выборе именно такого правила возникает в результате того, что в процессе доказательства семантической полноты автором используются «теории», характеризуемые нестандартным замыканием относительно дизъюнкции. Мы же показываем, что семантические условия для дизъюнкции, возникающие в контексте информационной семантики, позволяют обойтись стандартным свойством простоты и, как следствие, получить эквивалентное исчисление с обычным правилом «рассуждение по случаям»:

$$\dfrac{A \vee B \quad \begin{array}{c}[A]\\ C\end{array} \quad \begin{array}{c}[B]\\ C\end{array}}{C}$$

Кроме того, мы выделяем два важных преимущества предлагаемых нами исчислений для $\mathbf{S_{fde}}$ и $\mathbf{dS_{fde}}$. Во-первых, оба исчисления не предполагают никаких синтаксических ограничений при применение правил вывода, тогда как в большинстве исчислений для инфекционных логик (в том числе аксиоматических и секвенциальных) имеет место обратное. Во-вторых, наши исчисления отражают фундаментальную двойственность между $\mathbf{S_{fde}}$ и $\mathbf{dS_{fde}}$ на уровне правил вывода. Это, в свою очередь, позволяет нам использовать их как удобный базис для получения простых натуральных исчислений для $\mathbf{K_3^w}$ и **PWK** [4].

Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта №19-78-00044.

Литература

[1] Войшвилло Е. К. *Философско-методологические аспекты релевантной логики* — М.: Изд. МГУ, 1988. — 140 с.

[2] Dung P. M. *On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games* // Artificial Intelligence. 1995. Vol. 77 (2). P. 321–357.

[3] Deutsch H. *Relevant analytic entailment* // The Relevance Logic Newsletter. 1977. 2(1). P. 26–44.

[4] Kleene S. C. *Introduction to metamathematics* – New York : van Nostrand, 1952. – P. 483.

[5] Omori H, Szmuc D. *Conjunction and disjunction in infectious logics* In: Baltag A., Seligman J., Yamada T. (eds) Logic, Rationality, and Interaction. LORI 2017. Lecture Notes in Computer Science, vol 10455. Springer, Berlin, Heidelberg, 2017. P. 268-283.

[6] Petrukhin Y. *Natural deduction for Fitting's four-valued generalizations of Kleene's Logics* // Logica Universalis, 2017. 11(4). P. 525-532.

[7] Szmuc D. *An epistemic interpretation of paraconsistent weak Kleene logic* // Logic and Logical Philosophy. 2019. 28(2). P. 277-330.

[8] Szmuc D. *Defining LFIs and LFUs in extensions of infectious logics.* Journal of Applied Non-Classical Logics. 2016. 26. P. 286–314.

[9] Szmuc D. Omori H. *A note on Goddard and Routley's significance Logic.* Australasian Journal of Logic. 2018. 15(2). P. 431-448.

Comparing Hilbert-type and Gentzen-type calculi for first-order rational Pavelka logic

Gerasimov A. S.
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
alexander.s.gerasimov@ya.ru

Abstract: From the viewpoint of provability, we compare Hajek's Hilbert-type calculus for first-order rational Pavelka logic with our Gentzen-type calculus for this logic.

Keywords: *mathematical fuzzy logic, first-order infinite-valued Lukasiewicz logic, first-order rational Pavelka logic, Hilbert-type calculus, Gentzen-type calculus*

Introduction

First-order rational Pavelka logic $\mathsf{RPL}\forall$ is one of the fundamental mathematical fuzzy logics, which formalize approximate reasoning; see [7]. The logic $\mathsf{RPL}\forall$ is an expansion of the well-known *first-order infinite-valued Łukasiewicz logic* $\mathsf{Ł}\forall$ by truth constants $\bar{r}$ for all rationals r in the interval $[0, 1]$.

The set of all $\mathsf{Ł}\forall$-sentences valid with recpect to the standard ($[0, 1]$-valued) semantics is not recursively enumerable; the same for $\mathsf{RPL}\forall$ [7]. So (finitary) calculi considered for the logis $\mathsf{Ł}\forall$ and $\mathsf{RPL}\forall$ have to be incomplete, but of course, need to be sound.

There are Hilbert-type calculi for these two logics, e.g., Hájek's calculi $\mathsf{HŁ}\forall$ and $\mathsf{HRP}\forall$ for $\mathsf{Ł}\forall$ and $\mathsf{RPL}\forall$, respectively, see [7]; $\mathsf{HRP}\forall$ being a conservative extension of $\mathsf{HŁ}\forall$ [8]. For $\mathsf{Ł}\forall$, the paper [1] defines a Gentzen-type analytic hypersequent calculus $\mathsf{GŁ}\forall$ with structural inference rules, and shows that $\mathsf{GŁ}\forall$ extended with the cut rule proves exactly the same $\mathsf{Ł}\forall$-sentences as $\mathsf{HŁ}\forall$.

Aiming to develop proof search methods for $\mathsf{RPL}\forall$, in [2, 3] we presented a Gentzen-type analytic hypersequent calculus $\mathsf{G}^3\mathsf{RP}\forall$, which has no structural inference rules and is well suited to bottom-up proof search. In [4, 5] we established that $\mathsf{G}^3\mathsf{RP}\forall$ is a conservative extension of $\mathsf{GŁ}\forall$.

In this talk, based on our results announced in [5, 6], we compare the calculi $\mathsf{HRP}\forall$ and $\mathsf{G}^3\mathsf{RP}\forall$ from the viewpoint of provability to show that $\mathsf{G}^3\mathsf{RP}\forall$ extended with the cut rule proves exactly the same $\mathsf{RPL}\forall$-sentences as $\mathsf{HRP}\forall$.

Comparing the calculi HRP∀ and G³RP∀

First we note that the cut rule is not admissible for $\mathsf{G}^3\mathsf{RP}\forall$; and easily show that $\vdash_{\mathsf{HRP}\forall} A$ implies $\vdash_{\mathsf{G^3RP}\forall+(\mathsf{cut})} A$, A being any $\mathsf{RPL}\forall$-sentence from this point on.

In our comparison we employ an intermediate hypersequent calculus $\mathsf{G}^0\mathsf{RP}\forall$ from [5], whose rules are simpler than ones of $\mathsf{G}^3\mathsf{RP}\forall$ (but are inappropriate for proof search), and whose axioms are the same as ones of $\mathsf{G}^3\mathsf{RP}\forall$.

Our second step is establishing that $\vdash_{\mathsf{G^3RP\forall+(cut)}} A$ implies $\vdash_{\mathsf{G^0RP\forall+(cut)}} A$; in this step we demonstrate the admissibility for $\mathsf{G^0RP\forall+(cut)}$ of variants of the density rule that underlie some rules of $\mathsf{G^3RP\forall}$.

Next we want to show that $\vdash_{\mathsf{G^0RP\forall+(cut)}} A$ implies $\vdash_{\mathsf{HRP\forall}} A$. But this is still problematic, mainly because the axioms of $\mathsf{G^0RP\forall}$ are rather complex and defined in non-syntactic terms (though they can be recognized by some modification of a linear programming algorithm in polynomial time).

This situation motivates us to introduce a hypersequent calculus $\mathsf{GRP\forall}$ for $\mathsf{RPL\forall}$ whose axioms are quite simple and defined in nearly syntactic terms. Note that some arithmetic in defining axioms of a calculus for $\mathsf{RPL\forall}$ is unavoidable due to the presence of rational truth constants, cf. the axioms of $\mathsf{HRP\forall}$.

The axioms of $\mathsf{GRP\forall}$ are (hyper)sequents of the forms

$$A_1 \Rightarrow A_1 \qquad \text{and} \qquad \bar{r}_1, \dots, \bar{r}_k \Rightarrow \bar{s}_1, \dots, \bar{s}_m, A_1, \dots, A_n,$$

where

- k, m, n are nonnegative integers,
- $r_1, \dots, r_k, s_1, \dots, s_m$ are rationals in the interval $[0, 1]$,
- $A_1, \dots, A_n$ are $\mathsf{RPL\forall}$-formulas, and
- $m + n + \sum_{i=1}^{k} r_i \leqslant k + \sum_{j=1}^{m} s_j$.

The inference rules of $\mathsf{GRP\forall}$ are as ones of $\mathsf{G{\L}\forall}$ (with $\mathsf{RPL\forall}$-formulas in place of $\mathsf{{\L}\forall}$-formulas).

Now we are able to show that $\vdash_{\mathsf{G^0RP\forall+(cut)}} A$ implies $\vdash_{\mathsf{GRP\forall+(cut)}} A$. Finally, to establish that $\vdash_{\mathsf{GRP\forall+(cut)}} A$ implies $\vdash_{\mathsf{HRP\forall}} A$, we use the completeness of $\mathsf{HRP\forall}$ with respect to the semantics over so-called MV-chains containing the rational unit interval (see [7, 8]), having proved that the calculus $\mathsf{GRP\forall+(cut)}$ is sound with respect to this semantics.

Thus, we demonstrate the following chain of implications:

$$\begin{aligned} &\vdash_{\mathsf{HRP\forall}} A \implies \vdash_{\mathsf{G^3RP\forall+(cut)}} A \implies \vdash_{\mathsf{G^0RP\forall+(cut)}} A \implies \vdash_{\mathsf{GRP\forall+(cut)}} A \\ &\quad \implies A \text{ is valid for all MV-chains containing the rational unit interval} \\ &\qquad\qquad \implies \vdash_{\mathsf{HRP\forall}} A, \end{aligned}$$

which shows that $\mathsf{G^3RP\forall+(cut)}$ proves exactly the same $\mathsf{RPL\forall}$-sentences as $\mathsf{HRP\forall}$.

Comments on the new calculus GRP∀

Although the calculus $\mathsf{GRP\forall}$ comes out from our comparison of other calculi, it has its own proof-theoretic value. Indeed, $\mathsf{GRP\forall}$ is a Gentzen-type analytic hypersequent calculus for $\mathsf{RPL\forall}$ defined in nearly syntactic terms; and, as we also show, the calculus $\mathsf{GRP\forall}$:

- is complete with respect to the standard semantics for the quantifier-free fragment of the logic $\mathsf{RPL}\forall$,
- is a conservative extension of $\mathsf{G{Ł}}\forall$, and
- proves exactly the same $\mathsf{RPL}\forall$-sentences as $\mathsf{G}^3\mathsf{RP}\forall$.

Bibliography

[1] Baaz M., Metcalfe G. *Herbrand's theorem, skolemization and proof systems for first-order Łukasiewicz logic.* // Journal of Logic and Computation. 2010. Vol. 20, № 1. P. 35–54.

[2] Gerasimov A. S. *Proof search for non-prenex sentences of rational first-order Pavelka logic.* // International Conference "Mal'tsev Meeting", Collection of Abstracts, Novosibirsk: Sobolev Institute of Mathematics, 2016. P. 220.

[3] Gerasimov A. S. *Repetition-free and infinitary analytic calculi for first-order rational Pavelka logic.* // Siberian Electronic Mathematical Reports. 2020. Vol. 17. P. 1869–1899.

[4] Gerasimov A. S. *Comparison of some hypersequent calculi for infinite-valued first-order Lukasiewicz logic.* // International Conference "Mal'tsev Meeting", Collection of Abstracts, Novosibirsk: Sobolev Institute of Mathematics, 2017. P. 176.

[5] Gerasimov A. S. *Comparing several calculi for first-order infinite-valued Łukasiewicz logic.* // arXiv:1812.05297, 2018.

[6] Gerasimov A. S. *A nearly syntactic hypersequent calculus for rational Pavelka logic and its applications.* // International Conference "Mal'tsev Meeting", Collection of Abstracts, Novosibirsk: Sobolev Institute of Mathematics, 2020. P. 115.

[7] Hájek P. *Metamathematics of Fuzzy Logic.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998.

[8] Hájek P., Paris J., Shepherdson J. *Rational Pavelka predicate logic is a conservative extension of Łukasiewicz predicate logic.* // Journal of Symbolic Logic. 2000. Vol. 65, № 2. P. 669–682.

Closed Classes of Functions Generated by Maximally Paraconsistent and Paracomplete Four-Valued Expansions of FDE

Devyatkin L. Yu.
Institute of Philisophy, Russian Academy of Sciences
12/1 Goncharnaya Str., Moscow, 109240, Russian Federation
`deviatkin@iph.ras.ru`

Abstract: We demonstrate that there are exactly 14 closed classes of functions generated by four-valued expansions of FDE that are simultaneously maximally paraconsistent and maximally paracomplete, and provide predicate descriptions for all of them.

Keywords: *FDE, many-valued logic, paraconistency, paracompleteness, clones*

A *propositional language* $\mathcal{L} = \langle Fm(\mathcal{L}), \S_1, \ldots, \S_k \rangle$ is an absolutely free algebra freely generated by an infinite set of propositional variables $Var(\mathcal{L})$. We say that $\vdash$ is a *consequence relation* on $\mathcal{L}$ whenever the following conditions hold for all $X \cup \{\alpha\} \subseteq Fm(\mathcal{L})$: $\alpha \in X \Longrightarrow X \vdash \alpha$ (reflexivity); $X \vdash \alpha \,\&\, X \subseteq X' \Longrightarrow X' \vdash \alpha$ (monotonicity); $X \vdash \alpha \& X', \alpha \vdash \beta \Longrightarrow X, X' \vdash \beta$ (transitivity). If in addition $X \vdash \alpha \Longrightarrow \varepsilon(X) \vdash \varepsilon(\alpha)$ for each endomorphism ε of $\mathcal{L}$, a consequence relation is said to be *structural.* If $\mathcal{L}$ is a propositional logic and $\vdash$ is a structural consequence relation on $\mathcal{L}$, we call $\mathbf{L} = \langle \mathcal{L}, \vdash \rangle$ a *propositional logic.*

Let $\mathbf{L} = \langle \mathcal{L}, \vdash \rangle$ and $\mathbf{L}^* = \langle \mathcal{L}, \vdash^* \rangle$ be propositional logics that share the same language. If $X \vdash^* \alpha \Longrightarrow X \vdash \alpha$ for all $X \cup \{\alpha\} \subseteq Fm(\mathcal{L})$, we call $\mathbf{L}^*$ an *extension* of $\mathbf{L}$. Let $\mathbf{L}_1 = \langle \mathcal{L}_1, \vdash_1 \rangle$ and $\mathbf{L}_2 = \langle \mathcal{L}_2, \vdash_2 \rangle$ be propositional logics, where $Var(\mathcal{L}_1) = Var(\mathcal{L}_2)$ and $Fm(\mathcal{L}_1) \subseteq Fm(\mathcal{L}_2)$. If $X \vdash_1 \alpha \Longleftrightarrow X \vdash_2 \alpha$ for all $X \cup \{\alpha\} \subseteq Fm(\mathcal{L}_1)$, we say that $\mathbf{L}_2$ is a (conservative) *expansion* of $\mathbf{L}_1$.

A logic $\mathbf{L} = \langle \mathcal{L}, \vdash \rangle$ is said to be *paraconsistent*, if $\alpha, \neg\alpha \nvdash \beta$ for some $\alpha, \beta \in Fm(\mathcal{L})$. A logic $\mathbf{L} = \langle \mathcal{L}, \vdash \rangle$ is said to be *paracomplete*, if $X, \alpha \vdash \beta$, $X, \neg\alpha \vdash \beta$ and $X \nvdash \beta$ for some $X \cup \{\alpha, \beta\} \subseteq Fm(\mathcal{L})$. If $\mathbf{L}$ is paraconsistent (paracomplete), but none of its proper extensions are, we call $\mathbf{L}$ *maximally paraconsistent (paracomplete)* in the absolute sense.

A *logical matrix* is a structure $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, D \rangle$, where $\mathcal{A}$ is an algebra and D is a subset of the carrier set of A. If $\mathcal{L}$ and $\mathcal{A}$ are similar, we say that $\mathcal{M}$ is a *matrix for* $\mathcal{L}$. If $\mathcal{M}$ is a matrix for $\mathcal{L}$, a homomorphism h from $\mathcal{L}$ into $\mathcal{A}$ is called a *valuation* of $\mathcal{L}$ in $\mathcal{M}$. We denote the set as all such valuations as $Val(\mathcal{M})$. The *matrix consequence* $Cn(\mathcal{M})$ induced by $\mathcal{M}$ is defined as follows: $Cn(\mathcal{M}) = \{\langle X, \alpha \rangle | \forall h_{\in Val(\mathcal{M})} (h(X) \subseteq D \Longrightarrow h(\alpha) \in D)\}$.

Given a propositional logic $\mathbf{L} = \langle \mathcal{L}, \vdash \rangle$ and a matrix $\mathcal{M}$ for $\mathcal{L}$, we say that $\mathcal{M}$ is *strongly complete* for $\mathbf{L}$, if $X \vdash \alpha \Longleftrightarrow \langle X, \alpha \rangle \in Cn(\mathcal{M})$. A propositional logic $\mathbf{L} = \langle \mathcal{L}, \vdash \rangle$ is called *k-valued*, if there is a logical matrix of cardinality k which is strongly complete for $\mathbf{L}$.

A strongly complete logical matrix for the logic **FDE** described by N. D. Belnap [3] has the form $\mathcal{M}_{\mathbf{FDE}} = \langle\{\mathbf{t},\mathbf{b},\mathbf{n},\mathbf{f}\},\wedge,\vee,\neg,\{\mathbf{t},\mathbf{b}\}\rangle$, where operations are defined by the following truth-tables:

$\wedge$	**t**	**b**	**n**	**f**
t	**t**	**b**	**n**	**f**
b	**b**	**b**	**f**	**f**
n	**n**	**f**	**n**	**f**
f	**f**	**f**	**f**	**f**

$\vee$	**t**	**b**	**n**	**f**
t	**t**	**t**	**t**	**t**
b	**t**	**b**	**t**	**b**
n	**t**	**t**	**n**	**n**
f	**t**	**b**	**n**	**f**

x	$\neg x$
t	**f**
b	**b**
n	**n**
f	**t**

Let us denote as $\mathbf{FDE^x}$ an arbitrary four-valued expansion of **FDE**. By definition, it has a strongly complete matrix of the form $\mathcal{M}_{\mathbf{FDE^x}} = \langle\{\mathbf{t},\mathbf{b},\mathbf{n},\mathbf{f}\},\wedge,\vee,\neg,f_1,\ldots,f_k\{\mathbf{t},\mathbf{b}\}\rangle$.

It is known that **FDE** is both paraconsistent and paracomplete, but it is neither maximally paraconsistent, nor maximally paracomplete. In the sequel, we provide the criteria of maximal paraconsistency and paracompleteness for $\mathbf{FDE^x}$ in terms of preservation of predicates by operations of $\mathcal{M}_{\mathbf{FDE^x}}$.

Given a set A, let us call a mapping $A^n \longmapsto \{0,1\}$ an *n-ary predicate on* A. It is convenient to write predicates as matrices of the form

$$\varrho = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & \ldots & a_{m,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \ldots & a_{m,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1,n} & a_{2,n} & \ldots & a_{m,n} \end{pmatrix},$$

where $\varrho(a_{i,1},\ldots,a_{i,n}) = 1$ for all $i \in \{1,\ldots,m\}$, and ϱ takes the value 0 on all other tuples. As the distinction is not critical in our case, we will sometimes treat predicates as relations and write $(a_1,\ldots,a_n) \in \varrho$ instead of $\varrho(a_1,\ldots,a_n) = 1$.

We say that a k-ary function f *preserves the predicate* ϱ, if

$$f\begin{pmatrix} b_{1,1} & b_{2,1} & \ldots & b_{k,1} \\ b_{1,2} & b_{2,2} & \ldots & b_{k,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{1,n} & b_{2,n} & \ldots & b_{k,n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(b_{1,1},b_{2,1},\ldots,b_{k,1}) \\ f(b_{1,2},a_{2,2},\ldots,b_{k,2}) \\ \vdots \\ f(b_{1,n},b_{2,n},\ldots,b_{k,n}) \end{pmatrix} \in \varrho$$

whenever $\varrho(b_{i,1},\ldots,b_{i,n}) = 1$ for every $i \in \{1,\ldots,k\}$. Given a set of functions F and a set of predicates P, we say that F preserves P, if every function from F preserves every predicate from P.

We denote as $Inv(F)$ the set of all predicates preserved by each function from F; we denote as $Pol(P)$ the set of all functions that preserve each predicate from P. For the sake of brevity, we define closed classes of functions and predicates as follows: $[F] = Pol(Inv(F))$; $[P] = Inv(Pol[P])$ (more rigorous definitions can be found in [4, P. II, Ch. 1–2]). We denote the closed class of functions generated by $\{\wedge,\vee,\neg\}$ as $[FDE]$, and the closed class of functions generated by the set of primitive operations of $\mathcal{M}_{\mathbf{FDE^x}}$ as $[FDE^x]$.

Theorem 1. $\mathbf{FDE^x}$ *is maximally paraconsistent iff* $\mathcal{M}_{\mathbf{FDE^x}}$ *contains an operation that does not preserve the predicate* $\begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{b} & \mathbf{f}\end{pmatrix}$.

Theorem 2. $\mathbf{FDE^x}$ *is maximally paracomplete iff* $\mathcal{M}_{\mathbf{FDE^x}}$ *contains an operation that does not preserve the predicate* $\begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{n} & \mathbf{f}\end{pmatrix}$.

As pointed out by A. Přenosil [5], each closed class that contains $[FDE]$ can be described in terms of a set of predicates preserved by each of its members: if $[FDE] \subseteq [FDE^x]$, then $[FDE^x] = Pol(P_{FDE^x})$, where $ar(\varrho) \leq 2$ for every $\varrho \in P_{FDE^x}$. Notice that $[FDE] \subseteq [FDE^x] \Longrightarrow Inv([FDE^x]) \subseteq Inv([FDE])$. Therefore, $[P_{FDE^x}] \subseteq Inv([FDE])$. Below, we provide the complete list of predicates of arity less or equal than 2 preserved by all functions in $[FDE]$. It was obtained using a computer program.

$$\varrho_1^1 = \begin{pmatrix}\mathbf{n}\end{pmatrix},\ \varrho_2^1 = \begin{pmatrix}\mathbf{b}\end{pmatrix},\ \varrho_3^1 = \begin{pmatrix}\mathbf{t}, \mathbf{f}\end{pmatrix},\ \varrho_4^1 = \begin{pmatrix}\mathbf{t}, \mathbf{n}, \mathbf{f}\end{pmatrix},\ \varrho_5^1 = \begin{pmatrix}\mathbf{t}, \mathbf{b}, \mathbf{f}\end{pmatrix}.$$

$$\varrho_1^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{n}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{b}\end{pmatrix},\ \varrho_2^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b}\end{pmatrix},\ \varrho_3^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{t} & \mathbf{f}\end{pmatrix},$$

$$\partial\varrho_3^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{b}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{t} & \mathbf{f}\end{pmatrix},\ \varrho_4^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{n}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{t} & \mathbf{f}\end{pmatrix},\ \partial\varrho_4^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{b}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{t} & \mathbf{f}\end{pmatrix},$$

$$\varrho_5^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{n}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{t} & \mathbf{b} & \mathbf{f}\end{pmatrix},\ \partial\varrho_5^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{b}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{t} & \mathbf{n} & \mathbf{f}\end{pmatrix},$$

$$\varrho_6^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{n}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{t} & \mathbf{b} & \mathbf{f}\end{pmatrix},\ \partial\varrho_6^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{b}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{t} & \mathbf{n} & \mathbf{f}\end{pmatrix},$$

$$\varrho_7^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{t} & \mathbf{n} & \mathbf{f} & \mathbf{n}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{t} & \mathbf{n} & \mathbf{f}\end{pmatrix},\ \partial\varrho_7^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{t} & \mathbf{b} & \mathbf{f} & \mathbf{b}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{t} & \mathbf{b} & \mathbf{f}\end{pmatrix},$$

$$\varrho_8^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{n}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{t} & \mathbf{b} & \mathbf{f}\end{pmatrix},\ \varrho_9^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{n}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{t} & \mathbf{b} & \mathbf{f}\end{pmatrix},$$

$$\partial\varrho_9^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{b}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{t} & \mathbf{n} & \mathbf{f}\end{pmatrix},\ \varrho_{10}^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{b}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{t} & \mathbf{n} & \mathbf{f}\end{pmatrix},$$

$$\partial\varrho_{10}^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{n}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{t} & \mathbf{b} & \mathbf{f}\end{pmatrix},$$

$$\varrho_{11}^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{t} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{b} & \mathbf{f}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{t} & \mathbf{b} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n}\end{pmatrix},$$

$$\partial\rho_{11}^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{t} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{n} & \mathbf{f}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{t} & \mathbf{n} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{b}\end{pmatrix},$$

$$\rho_{12}^2 = \begin{pmatrix}\mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{n} & \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{n}\\ \mathbf{t} & \mathbf{f} & \mathbf{b} & \mathbf{n} & \mathbf{b} & \mathbf{b} & \mathbf{t} & \mathbf{b} & \mathbf{f}\end{pmatrix}.$$

Lemma 1. $f \in Pol(\varrho_i^2) \Longrightarrow f \in Pol(\varrho_4^1)$ *for* $2 \leq i \leq 11$; $f \in Pol(\partial\varrho_i^2) \Longrightarrow f \in Pol(\varrho_5^1)$ *for* $3 \leq i \leq 11$.

Lemma 2. $f \in Pol(\varrho_3^1) \cap Pol(\varrho_{12}^2) \Longrightarrow f \in Pol(\varrho_4^1) \cap Pol(\varrho_5^1)$.

Lemma 3. $f \in Pol(\varrho_1^2) \Longrightarrow f \in Pol(\varrho_3^1)$; $f \in Pol(\varrho_1^2) \Longrightarrow (f \in Pol(\varrho_1^1) \Longleftrightarrow f \in Pol(\varrho_2^1))$.

Theorem 3. *There are exactly 14 closed classes of functions that can be generated by operations of maximally paraconsistent and maximally paracomplete four-valued expansions of* **FDE**. *They are the classes of functions that preserve one of the following sets of predicates: (1)* $\{\emptyset\}$*; (2)* $\{\varrho^2_{12}\}$*; (3)* $\{\varrho^1_1, \varrho^2_{12}\}$*; (4)* $\{\varrho^1_2, \varrho^2_{12}\}$*; (5)* $\{\varrho^1_1, \varrho^1_2, \varrho^2_{12}\}$*; (6)* $\{\varrho^1_2\}$*; (7)* $\{\varrho^1_3\}$*; (8)* $\{\varrho^1_3, \varrho^2_1\}$*; (9)* $\{\varrho^1_1\}$*; (10)* $\{\varrho^1_1, \varrho^1_2\}$*; (11)* $\{\varrho^1_1, \varrho^1_2, \varrho^1_3, \varrho^2_1\}$*; (12)* $\{\varrho^1_1, \varrho^1_3\}$*; (13)* $\{\varrho^1_2, \varrho^1_3\}$*; (14)* $\{\varrho^1_1, \varrho^1_2, \varrho^1_3\}$.

As it follows from Theorems 1–2 and Lemmas 1–3, if $\mathbf{FDE^x}$ is maximally paraconsistent and maximally paracomplete, $[FDE^x]$ can not preserve any closed subsets of $Inv([FDE])$ other than those generated by the sets of predicates given in the list above. Hence, it remains to show that for every set $P_{(i)}$ $(1 \leq i \leq 14)$ of predicates there is such a set of functions $F_{(i)} = \{\wedge, \vee, \neg, f_1, \ldots, f_k\}$ that $P_{(i)}$ is exactly the set of unary and binary predicates preserved by $F_{(i)}$. For (1)–(7) the necessary examples were given by A. Avron and O. Arieli [1], [2]. An example for (8) was given by A. Přenosil [5]. In the remaining cases (9)–(14), $F_{(i)} = \{\wedge, \vee, \neg, g_{(i)}\}$, where $g_{(i)}$ is defined by one of the truth-tables below.

$g_{(9)}$	**t**	**b**	**n**	**f**
t	**n**	**n**	**b**	**f**
b	**f**	**f**	**f**	**f**
n	**f**	**f**	**n**	**f**
f	**f**	**f**	**f**	**f**

$g_{(10)}$	**t**	**b**	**n**	**f**
t	**n**	**n**	**b**	**f**
b	**f**	**b**	**f**	**f**
n	**f**	**f**	**n**	**f**
f	**f**	**f**	**f**	**f**

$g_{(11)}$	**t**	**b**	**n**	**f**
f	**f**	**n**	**b**	**f**
b	**f**	**b**	**f**	**f**
n	**f**	**f**	**n**	**f**
f	**f**	**f**	**f**	**f**

$g_{(12)}$	**t**	**b**	**n**	**f**
t	**f**	**n**	**b**	**f**
b	**f**	**f**	**f**	**f**
n	**f**	**f**	**n**	**f**
f	**f**	**f**	**f**	**f**

$g_{(13)}$	**t**	**b**	**n**	**f**
t	**f**	**n**	**b**	**f**
b	**f**	**b**	**f**	**f**
n	**f**	**f**	**f**	**f**
f	**f**	**f**	**f**	**f**

$g_{(14)}$	**t**	**b**	**n**	**f**
f	**f**	**n**	**b**	**f**
b	**f**	**b**	**f**	**f**
n	**f**	**n**	**n**	**f**
f	**f**	**f**	**f**	**f**

References

[1] Avron A., *On the expressive power of three-valued and four-valued languages* // Journal of Logic and Computation. 1999. Vol. 9. № 6. P. 977–994.

[2] Arieli O., Avron A., *The value of the four values* // Artificial Intelligence. 1998. Vol. 102. № 1. P. 97–141.

[3] Belnap N. D. *How a computer should think* / Ryle G. (ed.), Contemporary Aspects of Philosophy. Oriel Press, 1977. P. 30–56.

[4] Lau D. *Function algebras on finite sets: Basic course on many-valued logic and clone theory.* Springer Science & Business Media, 2006.

[5] Přenosil A. *De Morgan clones and four-valued logics* // Algebra universalis. 2021. Vol. 82. №2. P. 1–42.

Классификация линейных порядков, интерпретируемых многомерно в арифметике Пресбургера

Запрягаев А. А.
Москва, Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»
azapryagaev@hse.ru

Аннотация: Мы рассматриваем многомерные интерпретации линейных порядков в стандартной модели $(\mathbb{N},+)$ арифметики Пресбургера. Устанавливается, что всякий такой порядок переводится определимым изоморфизмом в сужение лексикографического порядка $\mathbb{Z}^n$ на некоторое определимое множество для достаточно большого n. Это даёт более простое доказательство гипотезы Виссера об определимом изоморфизме тождественной всякой интерпретации самой арифметики Пресбургера в $(\mathbb{N},+)$.

Ключевые слова: *Арифметика Пресбургера, интерпретации, линейные порядки*

Classification of multi-dimensionally Presburger-interpretable linear orderings

Zapryagaev A. A.
Moscow, National Research University
Higher School of Economics
azapryagaev@hse.ru

Abstract: We consider the multi-dimensional interpretations of linear orderings in the standard model $(\mathbb{N},+)$ of Presburger arithmetic. It is established that each such ordering corresponds under a definable isomorphism to a restriction of the lexicographic ordering $\mathbb{Z}^n$ to some definable set for a sufficiently large n. This yields a simpler proof of Visser's conjecture stating that any interpretation of Presburger arithmetic itself into $(\mathbb{N},+)$ is definably isomorphic to the trivial one.

Keywords: *Presburger arithmetic, interpretations, linear orderings*

Арифметика Пресбургера **PrA**, введённая М. Пресбургером в 1929 г. ([5]), – это элементарная теория натурального ряда со сложением $(\mathbb{N},+)$. Эта теория полна и разрешима, а также обладает полной схемой индукции [9].

Метод интерпретаций служит стандартным инструментом в теории моделей и исследовании разрешимости теорий первого порядка ([6]; см. также [7]). Интерпретация теории T в структуре M представляет из себя определение моделей T в M формулами первого порядка в языке M. Стандартными примерами являются, в частности, (двумерные) интерпретации теории элементарной геометрии Тарского и теории комплексных чисел в $\mathbb{R}$ путём отождествления точек (соответственно, комплексных чисел) с упорядоченными парами элементов $\mathbb{R}$.

В настоящей работе предпринимается описание линейных порядков, интерпретируемых в стандартной модели в арифметике Пресбургера. Заметим, что **PrA** лишена возможности кодирования кортежей натуральных чисел одним натуральным числом, поэтому задача должна решаться независимо для одномерных и многомерных интерпретаций.

Для произвольного порядка $(L, \prec)$ определим операцию *конденсации* ([3], стр. 3), которая отождествляет точки, находящиеся на конечном расстоянии. Можно ввести следующую модификацию ранга Кантора-Бендиксона:

Определение 1. *VD^*-рангом* порядка $(L, \prec)$ назовём наименьший ординал κ такой, что κ итераций конденсации, применённые к L, приводят к конечному порядку, если он определён.

В частности, все интерпретируемые в **PrA** порядки являются *разреженными* (иными словами, в них нельзя вложить плотный порядок), поскольку разреженные порядки – это в точности порядки, чей VD^*-ранг конечен.

В [8] установлен следующий, более точный, чем в [9], результат:

Теорема 1. *(А. А. Запрягаев, Ф. Н. Пахомов) Все линейные порядки, интерпретируемые n-мерно в* **PrA**, *имеют VD^*-ранг, не превосходящий n.*

Указанное условие необходимо, но не достаточно для n-мерной интерпретируемости. Это ясно из соображений мощности; начиная с ранга 2, имеется континуум разреженных линейных порядков, не интерпретируемых в $(\mathbb{N}, +)$, однако формул в **PrA** счётное число, поэтому различных интерпретаций тоже возможно лишь счётное количество. Естественно возникает задача полного описания порядков, которые интерпретируемы в арифметике Пресбургера для каждого числа измерений. Мы устанавливаем следующую теорему:

Теорема 2. *(А. А. Запрягаев, Ф. Н. Пахомов) Пусть $\iota \colon L \to \mathbb{N}$ – k-мерная интерпретация разреженного линейного порядка $(L, \prec)$ в $(\mathbb{N}, +)$. Тогда существует такое $n \geq k$, что L переводится определимым изоморфизмом в сужение лексикографического порядка на $\mathbb{Z}^n$ на некоторое определимое множество $S \subseteq \mathbb{Z}^n$.*

На самом деле имеет место более сильный результат: утверждение выполняется и для интерпретируемого в $(\mathbb{N}, +)$ семейства порядков

$$\{(L_p, \succ_p) | p \in P\},$$

где P – некоторое определимое в арифметике Пресбургера множество. Можно показать, что интерпретируемость всего семейства общей формулой возможна только в случае, когда функция $l\colon p \mapsto L_p$ является *кусочно-полиномиальной*, то есть P можно разделить на дизъюнктное объединение определимых множеств, сужение l на каждое из которых является полиномом. (Это понятие служит обобщением *кусочной линейности* [8], которая эквивалентна определимости функции формулой в арифметике Пресбургера.) Доказательство проводится индукцией по степени p и основано на исследовании свойств кусочно полиномиальных функций на $\mathbb{N}^k$.

Из теоремы 2 выводится более простое доказательство гипотезы А. Виссера ([4], стр. 12, теорема 5.1):

Теорема 3. *Пусть ι – n-мерная интерпретация арифметики Пресбургера в $(\mathbb{N}, +)$. Тогда существует определимый в арифметике Пресбургера изоморфизм ι на тождественную интерпретацию.*

Литература

[1] Ginsburg S., Spanier E. *Semigroups, Presburger formulas, and languages* //Pacific Journal of Mathematics. 1966. Т. 16. № 2. С. 285–296.

[2] Ito R. *Every semilinear set is a finite union of disjoint linear sets* // Journal of Computer and System Sciences. 1969. Т. 3. № 2. С. 221-231.

[3] Khoussainov B., Rubin S., Stephan F. *Automatic linear orders and trees.* // ACM Transactions on Computational Logic (TOCL). 2005. Т. 6. № 4. С. 675–700.

[4] Pakhomov F., Zapryagaev A. *Multi-dimensional interpretations of Presburger arithmetic in itself* //Journal of Logic and Computation. 2020. Т. 30. № 8. С. 1681-1693.

[5] Presburger M. *Über die Vollständigkeit eines gewissen Systems der Arithmetik ganzer Zahlen, in welchem die Addition als einzige Operation hervortritt.* // Comptes Rendus du I congrès de Mathématiciens des Pays Slaves 92–101, Warszawa, 1929.

[6] Tarski A., Mostowski A., Robinson R. M. *Undecidable theories.* Elsevier, 1953.

[7] Visser A. *An overview of interpretability logic.* // Kracht M., de Rijke M., Wansing H., Zakharyaschev M., ed., Advances in Modal Logic. Т. 1. CSLI Lecture Notes. № 87. С. 307–359. Center for the Study of Language and Information, Stanford, 1998.

[8] Zapryagaev A., Pakhomov F. *Interpretations of Presburger Arithmetic in Itself* //International Symposium on Logical Foundations of Computer Science. Springer, Cham, 2018. С. 354–367.

[9] Zoethout J. *Interpretations in Presburger Arithmetic.* Bachelor Thesis under the supervision of Albert Visser. Utrecht: Utrecht University. 2015.

On the application of bisequents to many-valued logics

Indrzejczak A., Petrukhin Y. I.
University of Łódź
andrzej.indrzejczak@uni.lodz.pl
iaroslav.petrukhin@edu.uni.lodz.pl

Abstract: Bisequent calculus may be viewed as a minimal generalization of ordinary sequent calculus originally being introduced for the needs of modal logics. In this talk, we show that this framework can be applied for the case of many-valued logics as well.

Keywords: *Keywords: bisequent calculus, many-valued logic, cut elimination.*

Bisequent calculus (BSC) is a generalization of ordinary sequent calculus and a particular case of hypersequent calculus. It is purely syntactical calculus based on pairs of ordinary sequents. BSC was introduced by Indrzejczak [7] for the modal logic **S5**. In this report, we show how to apply BSC to many-valued logics. In contrast to other formalizations of many-valued logics we do not need to use labels and any other semantic elements (in contrast to, e.g., Hähnle [6]) and special negated formulas (in contrast to Avron, Ben-Naim, and Konikowska [5, 3]). As a consequence, in contrast to the latter approach, our calculi satisfy ordinary subformula property and purity conditions, i.e. in schemata of rules only one (occurrence of a) connective is involved.

As an example, we consider several three- and four-valued logics, such as Belnap-Dunn's **FDE** [7, 9], Asenjo-Priest's **LP** [2, 16], strong Kleene $\mathbf{K_3}$ [12], Łukasiewicz's $\mathbf{Ł}_3$ [7], and Słupecki, Bryll, and Prucnal's **PComp** (also studied by Avron [5], the name is suggested by Popov [13]).

Consider the following truth values: 1 (true), b (both true and false), n (none/neither true nor false), and 0 (false). **FDE** is built in a standard propositional language with the connectives $\neg, \vee, \wedge$ which are defined by the four-valued matrices presented below.

A	$\neg$
1	0
b	b
n	n
0	1

$\vee$	1	b	n	0
1	1	1	1	1
b	1	b	1	b
n	1	1	n	n
0	1	b	n	0

$\wedge$	1	b	n	0
1	1	b	n	0
b	b	b	0	0
n	n	0	n	0
0	0	0	0	0

The entailment relation in **FDE** is defined as follows: $\Gamma \models A$ iff for any valuation v, $v(B) \in \{1, b\}$, for any $B \in \Gamma$, implies $v(A) \in \{1, b\}$. The $\{1, b, 0\}$-restriction of **FDE**-matrices produces a three-valued logic with two designated values **LP**. The $\{1, n, 0\}$-restriction of **FDE**-matrices produces a three-valued logic with one designated value $\mathbf{K_3}$. Sometimes **LP** and $\mathbf{K_3}$ are formulated with the implication defined as $\neg A \vee B$ (strong Kleen implication, $\to_1$ at the matrix below). Among other implicative extensions of $\mathbf{K_3}$ one can meet, for example, Łukasiewicz's logic **Ł**$_3$ ($\to_2$ at the matrix below) and Słupecki, Bryll, and Prucnal's **PComp** ($\to_3$ at the matrix below).

$\to_1$	1	n	0
1	1	n	0
n	1	n	n
0	1	1	1

$\to_2$	1	n	0
1	1	n	0
n	1	1	n
0	1	1	1

$\to_3$	1	n	0
1	1	n	0
n	1	1	1
0	1	1	1

We call four-valued matrices with two designated values $^2/_4$-matrices, three-valued matrices with two designated values $^2/_3$-matrices, and three-valued matrices with one designated value $^1/_3$-matrices. Accordingly, we call logics determined by $^2/_4$-, $^2/_3$-, and $^1/_3$-matrices, respectively, $^2/_4$-, $^2/_3$-, and $^1/_3$-logics.

Bisequents are ordered pairs of sequents written as $\Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma$, where $\Gamma, \Delta, \Pi, \Sigma$ are finite (possibly, empty) multisets of formulas. Bisequents with all elements being atomic will be also called atomic. A bisequent $\Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma$ is 4-axiomatic iff it has nonempty $\Gamma \cap \Delta$ or $\Pi \cap \Sigma$, and 3-axiomatic iff it has nonempty $\Gamma \cap \Sigma$ or $\Gamma \cap \Delta$ or $\Pi \cap \Sigma$. 4-axiomatic bisequents are used for four-valued logics, while 3-axiomatic bisequents are used for three-valued logics. Consider the following rules:

$$(\neg\Rightarrow\mid)\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma, A}{\neg A, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma} \qquad (\Rightarrow\neg\mid)\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta \mid A, \Pi \Rightarrow \Sigma}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \neg A \mid \Pi \Rightarrow \Sigma}$$

$$(\mid\neg\Rightarrow)\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \mid \Pi \Rightarrow \Sigma}{\Gamma \Rightarrow \Delta \mid \neg A, \Pi \Rightarrow \Sigma} \qquad (\mid\Rightarrow\neg)\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma}{\Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma, \neg A}$$

$$(\wedge\Rightarrow\mid)\ \frac{A, B, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid S}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid S} \qquad (\Rightarrow\wedge\mid)\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \mid S \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B \mid S}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B \mid S}$$

$$(\mid\wedge\Rightarrow)\ \frac{S \mid A, B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{S \mid A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad (\mid\Rightarrow\wedge)\ \frac{S \mid \Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad S \mid \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{S \mid \Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}$$

$$(\Rightarrow\vee\mid)\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, B \mid S}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B \mid S} \qquad (\vee\Rightarrow\mid)\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid S \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid S}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid S}$$

$$(\mid\Rightarrow\vee)\ \frac{S \mid \Gamma \Rightarrow \Delta, A, B}{S \mid \Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B} \qquad (\mid\vee\Rightarrow)\ \frac{S \mid A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad S \mid B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{S \mid A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

By BSC-**L** we denote a bisequent calculus for a logic **L**. A proof-search tree for a bisequent $\mathcal{B}$ in BSC-**L** is a tree of bisequents with $\mathcal{B}$ as the root and nodes generated by rules of BSC-**L**. A proof-search tree is complete iff every leaf is atomic, and it is axiomatic iff all leaves are axiomatic. In the case of $^1/_3$- and $^2/_4$-logics we say that $\vdash \mathcal{B}$ iff there is an axiomatic proof-search tree for $\mathcal{B} := \Gamma \Rightarrow A \mid \Rightarrow$. In the case of $^2/_3$-logics we say that $\vdash \mathcal{B}$ iff there is an axiomatic proof-search tree for $\mathcal{B} := \Rightarrow\mid \Gamma \Rightarrow A$. We can prove that

$\vdash \Gamma \Rightarrow A \mid \Rightarrow$ iff $\Gamma \models A$ in 1/3- and 2/4-logics as well as $\vdash \Rightarrow\mid \Gamma \Rightarrow A$ iff $\Gamma \models A$ in 2/3-logics. Also, for any logic **L** considered in this paper we can prove that BSC-**L** enjoys cut elimination and has subformula property.

The rules for strong Kleene implication are as follows:

$$(\Rightarrow\to_1 |)\quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, B \mid A, \Pi \Rightarrow \Sigma}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \to B \mid \Pi \Rightarrow \Sigma}$$

$$(\to_1\Rightarrow |)\quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma, A \quad B, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma}{A \to B, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma}$$

$$(|\Rightarrow\to_1)\quad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma, A \to B}$$

$$(|\to_1\Rightarrow)\quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \mid \Pi \Rightarrow \Sigma \quad \Gamma \Rightarrow \Delta \mid B, \Pi \Rightarrow \Sigma}{\Gamma \Rightarrow \Delta \mid A \to B, \Pi \Rightarrow \Sigma}$$

In the case of $\mathbf{Ł_3}$ the rules $(\Rightarrow\to |)$ and $(\to\Rightarrow |)$ should be replaced with the following ones:

$$(\Rightarrow\to_2 |)\quad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta, B \mid \Pi \Rightarrow \Sigma \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta \mid A, \Pi \Rightarrow \Sigma, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \to B \mid \Pi \Rightarrow \Sigma}$$

$$(\to_2\Rightarrow |)\quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \mid B, \Pi \Rightarrow \Sigma \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma, A}{A \to B, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid \Pi \Rightarrow \Sigma}$$

In the case of **PComp** the rules $(\Rightarrow\to |)$ and $(\to\Rightarrow |)$ should be replaced with the following ones:

$$(\Rightarrow\to_3|)\quad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta, B \mid S}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \to B \mid S} \qquad (\to_3\Rightarrow|)\quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \mid S \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid S}{A \to B, \Gamma \Rightarrow \Delta \mid S}$$

In our talk, we plan to consider other many-valued logics, such as Post's $\mathbf{P_3}$, Heyting's $\mathbf{G_3}$, Sette's $\mathbf{P^1}$, Sette and Carnielli's $\mathbf{I^1}$, Anderson and Belnap's $\mathbf{RM_3}$, Batens-Rozonoer's **PCont**, Brady's $\mathbf{BN_4}$ and others.

The research of is supported by the grant from the National Science Centre, Poland, project № DEC-2017/25/B/HS1/01268.

Bibliography

[1] Asenjo F.G. *A calculus of antinomies* // Notre Dame Journal of Formal Logic. 1966. V. 7. P. 103–105.

[2] Avron A. *Natural 3-valued logics — characterization and proof theory* // The Journal of Symbolic Logic. 1991. V. 61. P. 276–294.

[3] Avron A., Ben-Naim J., Konikowska B. *Cut-free ordinary sequent calculi for logics having generalized finite-valued semantics* // Logica Universalis. 2007. V. 21. P. 41–70.

[4] Belnap N.D. *A useful four-valued logic* // Modern Uses of Multiple-Valued Logic. ed. by J.M. Dunn, G. Epstein. Reidel Publishing Company. 1977. P. 7–37.

[5] Dunn J.M. *Intuitive semantics for first-degree entailment and coupled trees* //Philosophical Studies. 1976. V. 29. P. 149–168.

[6] Hähnle R. *Automated Deduction in Multiple-Valued Logics* // Oxford University Press. 1994.

[7] Indrzejczak A. *Two is Enough — Bisequent Calculus for S5* // A. Herzig, A. Popescu (ed.), Frontiers of Combining Systems. 12th International Symposium, FroCoS 2019, London, UK, September 4–6, 2019, Proceedings, Cham: Springer Nature. 2019. P. 277–294.

[8] Kleene S.C. *On a notation for ordinal numbers* // The Journal of Symbolic Logic. 1938. V. 3. P. 150–155.

[9] Łukasiewicz, J.: On three-valued logic. Jan Łukasiewicz: Selected Works. Borkowski L. (ed.), Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 87–88 (1970). English translation of Łukasiewicz's paper of 1920.

[10] Popov V.M. *Between the logic Par and the set of all formulas (in Russian)* // The Proceeding of the Sixth Smirnov Readings in logic, Contemporary notebooks, Moscow. 2009. P. 93–95.

[11] Priest G. *The logic of paradox* // Journal of Philosophical Logic. 1979. V. 8. P. 219–241.

[12] Słupecki E., Bryll J., and Prucnal T. *Some remarks on the three-valued logic of J. Łukasiewicz* // Studia Logica. 1967. V. 21. P. 45–70.

Axiomatizations of basic logics with relating implication

Tomasz Jarmużek & Mateusz Klonowski
NCU in Toruń
`jarmuzek@umk.pl`
`mateusz.klonowski@umk.pl`

A semantics for the given language L is *relating semantics* iff at least for one connective c_i of L the evaluation of all complex propositions of the form $c_i(A_1, \ldots, A_l)$ in a world w (where l is the arity of c_i) requires not only valuation of pairs (A_1, w), $\ldots (A_l, w)$ in the set of logical values LV, but also a valuation of l-tuples $(A_1, \ldots, A_l, w)$ in the connection values CV, i.e., a non-empty set of some objects (see [3, 5], cf. [1, 2]). By relating logic we mean any logic that is determined by some relating semantics (see [3, 5]).[1]

In the paper we focus on few weak relating logics defined in the language with one non-classical connective interpreted in the relating manner, i.e., relating implication, but we also mention their linguistic extensions received by adding other connectives, including relating connectives.

Language and semantics

The language $\mathcal{L}$ consists of propositional variables: $p, p_1, p_2, p_3, \ldots$, classical connectives: $\neg$, $\wedge$, relating connective: $\rightarrow$, and brackets:), (. The set of propositional variables is denoted as Var, and the set of $\mathcal{L}$'s formulas is defined in the standard way and shall be denoted as For, similarly for other languages considered in this paper.[2] We use some standard abbreviations: $A \vee B := \neg(\neg A \wedge \neg B)$, $A \supset B := \neg(A \wedge \neg B)$, $A \equiv B := \neg(A \wedge \neg B) \wedge \neg(B \wedge \neg A)$.

By a *relating model* (*of* $\mathcal{L}$) we mean an ordered pair $\langle v, R\rangle$ such that $v\colon \mathsf{Var} \longrightarrow \{1, 0\}$ is a valuation ($LV = \{1, 0\}$, where 1 is designated) and R is a binary relation over For ($CV = \{1, 0\}$, where 1 is designated).

We assume the classical truth-conditions for $\neg, \wedge$ and the following condition for $\rightarrow$, $\mathfrak{M} \models A \rightarrow B$ iff ($\mathfrak{M} \not\models A$ or $\mathfrak{M} \models B$, and $R(A, B)$). We can generalise this truth-conditions for other binary relating connectives.

Let $\mathcal{M}$ be a class of relating models of $\mathcal{L}$. We say that formula A is a *semantic consequence of* Σ *in the class* $\mathcal{M}$ (in symb.: $\Sigma \models_{\mathcal{M}} A$) iff for any model $\mathfrak{M} \in \mathcal{M}$, if for any $B \in \Sigma$, $\mathfrak{M} \models B$, then $\mathfrak{M} \models A$. The class of all relating models of $\mathcal{L}$ determines the smallest relating logic in language $\mathcal{L}$. We shall call it the logic $\mathbf{W}_{\rightarrow}$ and write $\models_{\mathbf{W}_{\rightarrow}}$ for its semantic consequence relation.

Different conditions imposed on model's relation R can determine different relating logics. Here are some examples of relational conditions proposed by Epstein [1, 2, 11] (cf. [12, 14, 15, 16]) in the context of content relationship

[1] A valuation of l-tuples $(A_1, \ldots, A_l, w)$ in CV can in a formal semantics represent various non-logical (or logical) relationships between sentences $A_1, \ldots, A_l$ in a world w. Those relationships can, for example, be: content relationship, causality, temporal order etc.

[2] We can use the following general reading for relating implication $A \rightarrow B$: *if* A *then, what's related to it*, B, and similarly for other relating connectives.

analysis:

$$\forall_{A,B,C\in\mathsf{For}}((R(A,B) \text{ and } R(B,C)) \Rightarrow R(A,C)) \tag{d1}$$
$$\forall_{A\in\mathsf{For}}R(\neg A, A) \tag{d2}$$
$$\forall_{A\in\mathsf{For}}R(A, \neg A) \tag{d3}$$
$$\forall_{A,B,C\in\mathsf{For}}(R(A, B\wedge C) \text{ iff } (R(A,B) \text{ and } R(A,C))) \tag{d4}$$
$$\forall_{A,B,C\in\mathsf{For}}(R(A, B\to C) \text{ iff } (R(A,B) \text{ and } R(A,C))) \tag{d5}$$

Logic defined by all models satisfying conditions (d1)–(d5) is the dependence logic **D**. Its dual version, i.e., the dependence logic **DD** is defined by condition (d1)–(d3) and the converse of conditions (d4) and (d5). We also consider the sublogic of **D** and **DD** defined by all models satisfying conditions (d1)–(d3), we call it the logic **ND** (Negation Dependence Logic).

Let us also consider the following example of condition proposed by Jarmużek and Malinowski [7, 8, 13, 10] in the context of connexivity analysis:

$$\forall_{A,B\in\mathsf{For}}(R(A,B) \Rightarrow R(\neg A, \neg B)) \tag{n0}$$

The smallest relating logic defined in $\mathcal{L}$ by means of (n0) is denoted as $\mathbf{W}^{\neg}_{\to}$.

Another way to extend logic $\mathbf{W}_{\to}$ is to add new connectives to language $\mathcal{L}$. For instance if we add relating conjunction $\otimes$ and the rest of classical connectives in the resulting language $\mathcal{L}^{+}$ we can define the logic $\mathbf{W}_{\otimes,\to}$, i.e., the smallest relating logic defined in the language $\mathcal{L}^{+}$. Such a logic is the conservative extension of $\mathbf{W}_{\to}$.[3] If we add to $\mathcal{L}^{+}$ other relating connectives: relating disjunction $\oplus$ and relating equivalence $\leftrightarrow$ the resulting language $\mathcal{L}^{++}$ is the language of classical mono-relating logic (CMRL) [5, 6, 9]. The smallest CMRL is logic **W** which is the conservative extension of $\mathbf{W}_{\otimes,\to}$ so also of $\mathbf{W}_{\to}$.

Having these two ways of getting extensions of $\mathbf{W}_{\to}$ we ask about the possibility of definability of relations over formulas. For instance the conditions of Epstein's logics enables one to prove the following fact:

Proposition 1 (cf. [2])**.** *For any valuation v, for any R over* For *satisfying conditions (d1)–(d5), for any formulas $A, B \in \mathsf{For}$, $R(A,B)$ iff $\langle v, R\rangle \models A \to (B \to B)$.*

So we can say that the schema of formulas $A \to (B \to B)$ (abbreviation: $A \looparrowright_{\mathbf{D}} B$), i.e. the set $\{A \to (B \to B) : A, B \in \mathsf{For}\}$, enables us to define any relation R that satisfies (d1)–(d5). But also any relation that satisfies (d1)–(d3) is definable by means of schema $(A \to B) \vee (\neg A \to B)$ (abbreviation: $A \looparrowright_{\mathbf{ND}} B$). Similarly, any relation over formulas of $\mathcal{L}^{++}$ can be defined by means of schema $(A \to B) \vee (A \oplus B)$ (abbreviation: $A \looparrowright_{\mathbf{W}} B$).

However without relating disjunction or without some special relational conditions the relation R can not be definable:

[3] Logic $\mathbf{W}_{\otimes,\to}$ was introduced by Jarmużek and Kaczkowski [4] and was called logic $\mathcal{F}$.

Proposition 2. *There is no such schema of formulas $X \subseteq \mathsf{For}^+$ such that for any valuation v, for any relation R over For^+ (resp. for any relation R over For satisfying* (n0)*), for any formulas $A, B \in \mathsf{For}^+$, there is $C \in X$ such that $\mathfrak{M} \models C$ iff $R(A, B)$.*

Axiomatization

In order to axiomatize the considered logic we use the following basic axiom schemata and only one rule of inference:

$$\text{Any truth-functional tautology} \tag{PL}$$

$$(A \to B) \supset (A \supset B) \tag{$\mathrm{W}_{\to\supset}$}$$

$$A, A \supset B // B. \tag{MP}$$

If we add to the language relating conjunction, relating disjunction and relating equivalence we need to also consider the following axiom schemata:

$$(A \otimes B) \equiv (A \wedge (A \to B)) \tag{$\mathrm{W}_{\otimes}$}$$

$$(A \oplus B) \supset (A \vee B) \tag{$\mathrm{W}_{\oplus\supset}$}$$

$$((A \to B) \wedge (A \vee B)) \supset (A \oplus B) \tag{$\mathrm{W}_{\supset\oplus}$}$$

$$((A \oplus B) \wedge (A \supset B)) \supset (A \to B) \tag{$\mathrm{W}_{\supset\to}$}$$

$$(A \leftrightarrow B) \equiv ((A \to B) \wedge (B \supset A)) \tag{$\mathrm{W}_{\leftrightarrow}$}$$

In order to consider Epstein's relational conditions (d1)–(d5) on syntactic level for logic **D** we use the following axiom schemata:

$$((A \looparrowright_{\mathbf{D}} B \wedge (B \looparrowright_{\mathbf{D}} C)) \supset (A \looparrowright_{\mathbf{D}} C) \tag{D_1}$$

$$A \looparrowright_{\mathbf{D}} \neg A \tag{D_2}$$

$$\neg A \looparrowright_{\mathbf{D}} A \tag{D_3}$$

$$(A \looparrowright_{\mathbf{D}} (B \wedge C)) \equiv ((A \looparrowright_{\mathbf{D}} B) \wedge (A \looparrowright_{\mathbf{D}} C)) \tag{D_4}$$

$$(A \looparrowright_{\mathbf{D}} (B \to C)) \equiv ((A \looparrowright_{\mathbf{D}} B) \wedge (A \looparrowright_{\mathbf{D}} C)) \tag{D_5}$$

For converse of (d4) and (d5) we modify (D_4) and (D_5) in obvious way and the received schemata are denoted as (DD_4) and (DD_5) respectively. In order to express (d1)–(d3), but in the case of logic **ND**, we modify (D_1)–(D_3) by changing $\looparrowright_{\mathbf{D}}$ to $\looparrowright_{\mathbf{ND}}$ and the received schemata are denoted as (ND_1), (ND_2) and (ND_3) respectively. Moreover, for implication of Epstein's logic and **ND** we also need to use the following schemata:

$$(A \to B) \supset (A \looparrowright_{\mathbf{\Lambda}} B) \tag{$\Lambda_{\to\supset}$}$$

$$((A \looparrowright_{\mathbf{\Lambda}} B) \wedge (A \supset B)) \supset (A \to B), \tag{$\Lambda_{\supset\to}$}$$

where $\Lambda = \mathrm{D}$ or $\Lambda = \mathrm{ND}$.

To capture the condition (n0) we use the following schemata:

$$(A \to B) \supset ((\neg A \supset \neg B) \vee (\neg A \wedge B)) \tag{N$_1$}$$

$$(A \to B) \to (\neg\neg A \to \neg\neg B) \tag{N$_2$}$$

The axiomatic systems are received by means of the presented schemata and (MP) but treating them as schemata of the suitable language:

— $\mathbf{AxW}_{\to} = \{(\mathrm{PL}), (\mathrm{W}_{\to\supset}), (\mathrm{MP})\}$
— $\mathbf{AxD} = \mathbf{AxW}_{\to} \cup \{(\mathrm{D}_1), (\mathrm{D}_2), (\mathrm{D}_3), (\mathrm{D}_4), (\mathrm{D}_5), (\mathrm{D}_{\to\supset}), (\mathrm{D}_{\supset\to})\}$
— $\mathbf{AxDD} = \mathbf{AxW}_{\to} \cup \{(\mathrm{D}_1), (\mathrm{D}_2), (\mathrm{D}_3), (\mathrm{DD}_4), (\mathrm{DD}_5), (\mathrm{D}_{\to\supset}), (\mathrm{D}_{\supset\to})\}$
— $\mathbf{AxND} = \mathbf{AxW}_{\to} \cup \{(\mathrm{ND}_1), (\mathrm{ND}_2), (\mathrm{ND}_3), (\mathrm{ND}_{\to\supset}), (\mathrm{ND}_{\supset\to})\}$
— $\mathbf{AxW}^{\neg}_{\to} = \mathbf{AxW}_{\to} \cup \{(\mathrm{N}_1), (\mathrm{N}_2)\}$
— $\mathbf{AxW}_{\otimes,\to} = \{(\mathrm{PL}), (\mathrm{W}_{\otimes}), (\mathrm{W}_{\to\supset}), (\mathrm{MP})\}$
— $\mathbf{AxW} = \{(\mathrm{PL}), (\mathrm{W}_{\otimes}), (\mathrm{W}_{\oplus\supset}), (\mathrm{W}_{\supset\oplus}), (\mathrm{W}_{\to\supset}), (\mathrm{W}_{\supset\to}), (\mathrm{W}_{\leftrightarrow}), (\mathrm{MP})\}$.

We say that A is a *syntactic consequence of* Σ *in the axiomatic system* $\mathbf{Ax\Lambda}$ ($\Sigma \vdash_{\mathbf{Ax\Lambda}} A$), where $\Lambda \in \{\mathbf{W}_{\to}, \mathbf{D}, \mathbf{DD}, \mathbf{ND}, \mathbf{W}^{\neg}_{\to}, \mathbf{W}_{\otimes,\to}, \mathbf{W}\}$, iff there is a proof of A constructed by means of elements from Σ and $\mathbf{Ax\Lambda}$.

Theorem 1 (cf. [6, 9, 10])**.** *For any* $\Lambda \in \{\boldsymbol{W}_{\to}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{DD}, \boldsymbol{ND}, \boldsymbol{W}^{\neg}_{\to}, \boldsymbol{W}_{\otimes,\to}, \boldsymbol{W}\}$, *for any set of* Λ*'s formulas* $\Sigma \cup \{A\}$, $\Sigma \vdash_{\mathbf{Ax\Lambda}} A$ *iff* $\Sigma \models_{\mathbf{\Lambda}} A$.

Proof. Let $\Lambda \in \{\mathbf{W}_{\to}, \mathbf{D}, \mathbf{DD}, \mathbf{ND}, \mathbf{W}^{\neg}_{\to}, \mathbf{W}_{\otimes,\to}, \mathbf{W}\}$ and $\Sigma \cup \{A\} \subseteq \mathsf{For}$ of Λ.

For the soundness part the proof is by checking the validity of particular axioms of $\mathbf{Ax\Lambda}$ and (MP) rule.

For the completeness part we assume that $\Sigma \nvdash_{\mathbf{Ax\Lambda}} A$ and prove by (PL) and (MP) that $\Sigma \cup \{\neg A\}$ is a $\mathbf{Ax\Lambda}$-consistent set. Next, by the Lindenbaum Maximisation Lemma, we get the maximally $\mathbf{Ax\Lambda}$-consistent set $\overline{\Sigma} \supseteq \Sigma \cup \{\neg A\}$. Then, we define a model $\mathfrak{M} = \langle v, R\rangle$ as follows:

- $v(x) = 1$ iff $x \in \overline{\Sigma}$, for $x \in \mathsf{Var}$
- $R(A, B) =$ iff $\begin{cases} A \looparrowright_{\mathbf{\Lambda}} B \in \overline{\Sigma}, & \text{for } \mathbf{\Lambda} \in \{\mathbf{D}, \mathbf{DD}, \mathbf{ND}, \mathbf{W}\} \\ A \to B \in \overline{\Sigma}, & \text{for } \mathbf{\Lambda} \in \{\mathbf{W}_{\to}, \mathbf{W}^{\neg}_{\to}, \mathbf{W}_{\otimes,\to}\}. \end{cases}$

For the cases where $\Lambda \in \{\mathbf{W}_{\to}, \mathbf{D}, \mathbf{DD}, \mathbf{ND}, \mathbf{W}_{\otimes,\to}, \mathbf{W}\}$ the model $\mathfrak{M} = \langle v, R\rangle$ we defined satisfies the conditions that determine the models of the logic Λ. One exception is the case of $\mathbf{W}^{\neg}_{\to}$. When $\Lambda = \mathbf{W}^{\neg}_{\to}$, we have to extend the relation R in the following way. We define the relation R' as the smallest relation that fulfils two conditions:

- $R \subseteq R'$
- if $A \to B \in \overline{\Sigma}$ and $\neg A \wedge B \in \overline{\Sigma}$, then $\langle \neg A, \neg B\rangle \in R'$.

So, for $\Lambda = \mathbf{W}^{\neg}_{\to}$ we have the canonical model $\mathfrak{M} = \langle v, R'\rangle$.

Ultimately, in either case, we have $\mathfrak{M} \models_{\mathbf{\Lambda}} \overline{\Sigma}$, so $\mathfrak{M} \models_{\mathbf{\Lambda}} \Sigma \cup \{\neg A\}$. As a consequence, $\Sigma \not\models_{\mathbf{\Lambda}} A$. $\square$

Bibliography

[1] Epstein R. L. *Relatedness and implication.* Philosophical Studies. 1979. Vol. 36. P. 137–173.

[2] Epstein R. L. *The Semantic Foundations of Logic. Volume 1: Propositional Logics.* Dordrecht: Springer Science+Business Media, 1990.

[3] Jarmużek T. *Relating Semantics as Fine-Grained Semantics for Intensional Propositional Logics.* P. 13–30. In A. Giordani, J. Malinowski (eds.), *Logic in High Definition.* Trends in Logical Semantics. Vol. 56. Springer, 2021.

[4] Jarmużek T. and B. Kaczkowski *On Some Logic with a Relation Imposed on Formulae: Tableau System F.* Bulletin of the Section of Logic. 2014. Vol. 43, № (1/2). P. 53–72.

[5] Jarmużek T. and M. Klonowski. *Some Intensional Logics Defined by Relating Semantics and Tableau Systems.* P. 31–48. In A. Giordani, J. Malinowski (eds.). *Logic in High Definition.* Trends in Logical Semantics. Vol. 56. Springer, 2021.

[6] Jarmużek T. and M. Klonowski. *Classical Mono-Relating Logic. Theory and Axiomatization.* submitted.

[7] Jarmużek T. and J. Malinowski. *Boolean Connexive Logics: Semantics and Tableau Approach.* Logic and Logical Philosophy. 2019a. Vol. 28, № 3. P. 427–448.

[8] Jarmużek T. and J. Malinowski. *Modal Boolean Connexive Logics: Semantics and Tableau Approach.* Bulletin of the Section of Logic. 2019b. Vol. 48, № 3. P. 213–243.

[9] Klonowski M. *Axiomatization of Monorelational Relating Logics* (*Aksjomatyzacja monorelacyjnych logik wiążących*). PhD thesis. Nicolaus Copernicus University in Toruń. 2019.

[10] Klonowski M. *Axiomatization of Some Basic and Modal Boolean Connexive Logic.* submitted.

[11] Krajewski S. *One or Many Logics? (Epstein's Set-Assignement Semantics for Logical Calculi).* The Journal of Non-Classical Logic. 1991. Vol. 8, № 1. P. 7–33.

[12] Ledda A., F. Paoli and M. P. Baldi *Algebraic Analysis of Demodalised Analytic Implication.* Journal of Philosophical Logic, 2019. Vol. 48. P. 957–979.

[13] Malinowski J. and R. Palczewski. *Relating Semantics for Connexive Logic.* P. 49–65. In A. Giordani, J. Malinowski (eds.). *Logic in High Definition.* Trends in Logical Semantics. Vol. 56. Springer, 2021.

[14] Paoli F. *Semantics for First Degree Relatedness Logic.* Reports on Mathematical Logic. 1993. Vol. 27. P. 81–94.

[15] Paoli F. *S is constructively complete.* Reports on Mathematical Logic. 1996. Vol. 30. P. 31–47.

[16] Paoli F. *Tautological entailments and their rivals.* P. 153–175. In J. Y. Béziau, W. A. Carnielli, D. M. Gabbay (eds.), *Handbook of Paraconsistency.* London: College Publications, 2007.

Строгая примитивно-рекурсивная реализуемость для языка базисной логики

Коновалов А. Ю.
Механико-математический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова
konoval@yopmail.com

Аннотация: Определяется понятие строгой примитивно-рекурсивной реализуемости для языка базисной логики и доказывается, что базисная логика предикатов BQC корректна относительно этой семантики.

Ключевые слова: *строгая примитивно-рекурсивная реализуемость, базисная логика предикатов BQC, абсолютная реализуемость*

Strictly primitive recursive realizability for the language of Basic Logic

Konovalov A. Yu.
Faculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University
konoval@yopmail.com

Abstract: In this paper we define a notion of strictly primitive recursive realizability for the language of Basic Logic and prove that Basic Predicate Calculus (BQC) is sound with respect to this semantics.

Keywords: *strictly primitive recursive realizability, basic predicate calculus BQC, absolute realizability*

Понятие строгой примитивно-рекурсивной реализуемости было определено З. Дамняновичем [1]. В работе [2] В. Е. Плиско доказал, что интуиционистская логика предикатов некорректна относительно семантики строгой примитивно-рекурсивной реализуемости, тогда как базисная пропозициональная логика корректна. Мы несколько модифицируем строгую примитивно-рекурсивную реализуемость применительно к языку базисной логики и докажем корректность базисной логики предикатов BQC [3] относительно получившейся семантики.

Атомарные формулы языка базисной логики суть логические константы $\top$ (истина), $\bot$ (ложь) и выражения вида $P^n(x_1, \dots, x_n)$, где P^n — n-местный предикатный символ, а $x_1, \dots, x_n$ — предметные переменные. *Предикатные формулы* языка базисной логики строятся при помощи следующей грамматики:

$$A,\, B ::= At \mid A \wedge B \mid A \vee B \mid \forall \overline{x}\, (A \to B) \mid \exists y\, A,$$

где At – атомарная формула, $\overline{x}$ — (возможно пустой) список отличных друг от друга предметных переменных, y — предметная переменная.

Понятие строгой примитивно-рекурсивной реализуемости определим в духе абсолютной реализуемости [4]. Следуя [4], n-местным обобщенным предикатом будем называть всякую функцию типа $\mathbb{N}^n \to 2^{\mathbb{N}}$. Пусть A — предикатная формула, f — отображение, которое каждому предикатному символу из A ставит в соответствие обобщенный предикат соответствующей валентности. В этом случае отображение f будем называть оценкой формулы A.

Пусть $\mathbf{E}_0 \subset \mathbf{E}_1 \subset \ldots$ — иерархия Гжегорчика примитивно-рекурсивных функций, модифицированная П. Акстом [5]. Множество номеров всех n-местных функций из класса $\mathbf{E}_j$ обозначаем через I_n^j. Если $e \in \mathsf{I}_n^j$, то посредством φ_e^j обозначаем n-местную функцию из $\mathbf{E}_j$ с номером e. Пусть p_i $(i \geq 1)$ — одноместная функция на множестве $\mathbb{N}$, значение которой на аргументе a есть степень i-го простого числа в разложении натурального числа a на простые множители. Для определенности считаем, что $\mathsf{p}_i 0 = 0$.

Временно расширим язык базисной логики предикатов константами для обозначения натуральных чисел. Для натуральных чисел e и i, замкнутой предикатной формулы C расширенного языка и оценки f формулы C определим отношение $e\, \mathbf{r}_i^f\, C$ (натуральное число e sPR-реализует формулу C при оценке f на i-ом уровне иерархии) индукцией по построению формулы C:

— верно $e\, \mathbf{r}_i^f\, \top$ и неверно $e\, \mathbf{r}_i^f\, \bot$;
— $e\, \mathbf{r}_i^f\, P^n(a_1, \ldots, a_n) \rightleftharpoons e \in f(P^n)(a_1, \ldots, a_n)$;
— $e\, \mathbf{r}_i^f\, (A \wedge B) \rightleftharpoons \mathsf{p}_1 e\, \mathbf{r}_i^f\, A$ и $\mathsf{p}_2 e\, \mathbf{r}_i^f\, B$;
— $e\, \mathbf{r}_i^f\, (A \vee B) \rightleftharpoons (\mathsf{p}_1 e = 0$ и $\mathsf{p}_2 e\, \mathbf{r}_i^f\, A)$ или $(\mathsf{p}_1 e = 1$ и $\mathsf{p}_2 e\, \mathbf{r}_i^f\, B)$;
— $e\, \mathbf{r}_i^f\, \exists x\, A(x) \rightleftharpoons \mathsf{p}_2 e\, \mathbf{r}_i^f\, A(\mathsf{p}_1 e)$;
— $e\, \mathbf{r}_i^f\, \forall \overline{x}\, (A(\overline{x}) \to B(\overline{x})) \rightleftharpoons e \in \mathsf{I}_{n+1}^i$ и

$$\forall \overline{k}, a\, \forall j \geq i: \ a\, \mathbf{r}_j^f\, A(\overline{k}) \Longrightarrow \varphi_e^i(\overline{k}, a)\, \mathbf{r}_j^f\, B(\overline{k}),$$

где $\overline{x} = x_1, \ldots, x_n$, а $\overline{k}$ — список натуральных чисел длины n.

Будем говорить, что замкнутая предикатная формула C является *абсолютно* sPR-*реализуемой*, если найдутся такие натуральные числа e и i, что для любой оценки f формулы C имеет место $e\, \mathbf{r}_i^f\, C$.

Базисная логика предикатов в виде секвенциального исчисления BQC описана в [3]. Распространим отношение $\mathbf{r}_i^f$ на секвенции по аналогии с определением примитивно-рекурсивной секвенции из работы [6]:

$$e\, \mathbf{r}_i^f\, A(\overline{x}) \Rightarrow B(\overline{x}) \rightleftharpoons e\, \mathbf{r}_i^f\, \forall \overline{x}\, (A(\overline{x}) \to B(\overline{x})).$$

Будем говорить, что в исчислении BQC выводится формула A, если в BQC выводится секвенция $\top \Rightarrow A$.

Теорема. *Всякая выводимая в исчислении* BQC *замкнутая формула является абсолютно* sPR-*реализуемой.*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №20-01-00670.

Литература

[1] Damnjanovic Z. *Strictly primitive recursive realizability* // I. Journal of Symbolic Logic. 1994. **59**. p. 1210—1227.

[2] Plisko V. *Primitive recursive realizability and basic propositional logic* // Utrecht University, Logic Group Preprint Series. 2007. **261**. 27 pp.

[3] Ruitenburg W. *Basic predicate calculus* // Notre Dame J. Formal Logic. 1998. **39**. N 1. 18–46.

[4] Плиско В. Е. *Абсолютная реализуемость предикатных формул* // Изв. АН СССР, Сер. матем. 1983. **47**. № 2. 315—334.

[5] Axt P. *Enumeration and the Grzegorczyk hierarchy* // Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik. 1963. **9**. p. 53–65.

[6] Salehi S. *Provably total functions of Basic Arithmetic* // Mathematical Logic Quarterly. 2003. **49**. N 3. 316—322.

Second-Order Stratified Models

Shay Allen Logan
Kansas State University
Manhattan KS USA
shay.a.logan@gmail.com

Abstract: In 1988 Kit fine provided the first semantics for quantified relevance logics for which such logics were complete. In this paper, I explain how to extend Fine's semantics to cover higher-order quantification. To show that the semantics I provide is reasonably taken to be 'the correct' extension of Fine's theory, I describe the 'Henkin-ized' version of this semantics and describe how to prove soundness and completeness of the two-sorted but first-order extension of the usual relevant logics with respect to this semantics.

Keywords: *second-order logic, relevance logic, stratified semantics, Henkin semantics*

In [1], Kit Fine introduced *stratified* semantics for quantified relevance logics. The purpose of this paper is to describe how to give stratified semantics for second-order relevance logics.

First-Order Stratified Models

For convenience we target as particularly semantically friendly logic: RW. We will define three classes of models: zero-order, first-order, and second-order. We define each class of models in two steps: first we define a general class of *premodels*, then we define *models* to be premodels that satisfy certain conditions.

Beginning at the zero-order level, we define a zero-order *premodel* to be a 7-tuple $\langle D, S, N, R, \delta, \mathcal{E}^+, \mathcal{E}^- \rangle$ where

— $D = D^0 \cup D^1 \cup \dots$ is a set called the domain. D^0 is the domain of objects; for $n > 0$, D^n is the domain of n-ary properties. We require that the various D^i be pairwise disjoint.

— S is a set whose elements are called *setups*.

— $N \subseteq S$ are the *normal setups*.

— R is a ternary relation that holds among setups.

— δ is a function that maps each constant c to an object $\delta(c)$ in D^0 and maps each n-ary predicate P to an n-ary property $\delta(P)$ in D^n.

— $\mathcal{E}^+$ and $\mathcal{E}^-$ are (respectively) the *extension* and *antiextension functions.* Each maps each pair consisting of an i-ary property Π and a setup a to a subset of the i-fold product of D with itself. Note that we need to distinguish the i-fold product of D with itself—which we will write as $(D)^i$—from the domain of i-ary properties D^i.

We take '$x \leq y$' to abbreviate 'for some $n \in N$, $Rnxy$;' '$Rabcd$' to abbreviate 'for some x, $Rabx$ and $Rxcd$;' and '$Ra(bc)d$' to abbreviate 'for some x, $Rbcx$ and $Raxd$.'

A zero-order *model* is a zero-order premodel that satisfies the following conditions:

Ordering $\leq$ is a partial ordering.
Monotonicity If $a' \leq a$, $b' \leq b$, and $c \leq c'$, then if $Rabc$ then $Ra'b'c'$.
Closure If $n \in N$ and $n \leq m$, then $m \in N$.
B If $Rabcd$, then $Ra(bc)d$.
B' If $Rabcd$, then $Rb(ac)d$
C If $Rabcd$, then $Racbd$
Horizontal Atomic Heredity If Π is a property and $a \leq b$, then $\mathcal{E}^+(\Pi, a) \subseteq \mathcal{E}^+(\Pi, b)$ and $\mathcal{E}^-(\Pi, a) \subseteq \mathcal{E}^-(\Pi, b)$.

First-order models are, in a sense, posets of zero-order models. Concretely, we define a first-order *premodel* to be a 5-tuple $\langle D, \Omega, \delta, \mathcal{M}, \Downarrow \rangle$ where

— $D = D^0 \cup D^1 \cup \ldots$ is a set called the domain. D^0 is the domain of objects; for $n > 0$ D^n is the domain of n-ary properties. We require that the various D^i be pairwise disjoint.
— $\Omega^0 = \{\omega_i^0\}_{i=0}^{\infty}$ is a set of objects called AOs. We require $\Omega^0 \cap D^0 = \emptyset$.
— δ is a function that maps each constant c to an object $\delta(c)$ in D^0 and maps each n-ary predicate P to an n-ary property $\delta(P)$ in D^n.
— $\mathcal{M}$ is a function mapping each finite set X of numbers[1] to a zero-order model M_X of the form $\langle D_X, S_X, N_X, R_X, \delta_X, \mathcal{E}_X^+, \mathcal{E}_X^- \rangle$ where $D_X^0 = D^0 \cup \{\omega_i^0\}_{i \in X}$ and $D_X^i = D^i$ for $i > 0$.
— $\Downarrow$ is a family of *restriction functions* $\downarrow_Y^X : S_X \to S_Y$ for each pair of sets of numbers $X \supseteq Y$. We write $\downarrow_Y^X$ with postfix notation, and require $a\downarrow_Y^X\downarrow_Z^Y = a\downarrow_Z^X$ and $a\downarrow_X^X = a$.

If $a \in S_X$ and m and n are in D_X^0, then we say that a is symmetric in m and n when for each i-ary property Π, $\langle d_1, \ldots, m, \ldots, d_i \rangle \in \mathcal{E}_X^+(\Pi, a)$ iff $\langle d_1, \ldots, n, \ldots, d_i \rangle \in \mathcal{E}_X^+(\Pi, a)$ and $\langle d_1, \ldots, m, \ldots, d_i \rangle \in \mathcal{E}_X^-(\Pi, a)$ iff $\langle d_1, \ldots, n, \ldots, d_i \rangle \in \mathcal{E}_X^-(\Pi, a)$.

A first-order model is a first-order premodel that satisfies the following:

Vertical Atomic Heredity If $a\downarrow_Y^X = b$ and Π is an i-ary property, then $\mathcal{E}_X^+(\Pi, a) \cap (D_Y^0)^i = \mathcal{E}_Y^+(\Pi, b)$, and $\mathcal{E}_X^-(\Pi, a) \cap (D_Y^0)^i = \mathcal{E}_Y^-(\Pi, b)$.
Normality $a\downarrow_Y^X \in N_Y$ if and only if $a \in N_X$.
Lifting If $a \in S_X$, $b \in S_Y$, and $a\downarrow_{X\cap Y}^X = b\downarrow_{X\cap Y}^Y$ then for some $c \in S_{X\cup Y}$, $c\downarrow_X^{X\cup Y} \leq a$ and $b \leq c\downarrow_Y^{X\cup Y}$.
Homomorphism If a, b, and c are in S_X, $X \supseteq Y$, and $R_X abc$, then $R_Y a\downarrow_Y^X b\downarrow_Y^X c\downarrow_Y^X$.
Extension If a, b, and c are in S_Y, $X \supseteq Y$, and $R_Y abc$, then
— if $d \in S_X$ and $d\downarrow_Y^X = a$ then there are e and f such that $e\downarrow_Y^X = b$ and $f\downarrow_Y^X = c$ and $R_X def$;

[1] Here and throughout we take ‘number’ to mean ‘natural number’. From here on, we also take ‘set of numbers’ to mean ‘finite set of numbers’.

— if $f \in S_X$ and $f{\downarrow}^X_Y = c$ then there are d and e such that $d{\downarrow}^X_Y = a$ and $e{\downarrow}^X_Y = b$ and $R_X def$.

From here on we will almost always write 'R' instead of 'R_X'.

Symmetry If $a \in S_Y$, $X \supseteq Y$, $m \in D^0_Y$ and $n \in D^0_X - D^0_Y$, then there is a $b \in S_X$ that is symmetric in m and n such that $b{\downarrow}^X_Y = a$.

Variable assignments map each pair $\langle v, X\rangle$ with v a variable and X a set of numbers to an element of D^0_X. We say the variable assignment va is X-*coherent* when for all v and all $Y \supseteq X$, $\mathsf{va}(v, X) = \mathsf{va}(v, Y)$. If va is a variable assignment and v is a variable, then for each $d \in D^0 \cup \Omega^0$ we define a variable assignment $\mathsf{va}\binom{v}{d}$ as follows:

$$\mathsf{va}\binom{v}{d}(\chi, X) = \begin{cases} \mathsf{va}(\chi, X) & \text{if } \chi \neq v \text{ or } d \notin D^0_X \\ d & \text{if } \chi = v \text{ and } d \in D^0_X \end{cases}$$

Finally, if τ is a term and X is a set of numbers, then by $\varepsilon^{\mathsf{va}}_X(\tau)$ we mean whichever of $\delta(\tau)$ and $\mathsf{va}(\tau, X)$ is appropriate.

Given a first-order model $M = \langle D, \Omega^0, \delta, \mathcal{M}, \Downarrow\rangle$, a set of numbers X, and $a \in S_X$, we assign each pair $\langle \mathsf{va}, \alpha\rangle$ – where va is an X-coherent variable assignment and α is a first-order formula – a truth value $M^a_X(\mathsf{va}, \alpha)$ in $\{\{1\}, \{0\}, \emptyset, \{1, 0\}\}$ in the following way:

— $1 \in M^a_X(\mathsf{va}, P\tau_1 \ldots \tau_n)$ iff $\langle \varepsilon^{\mathsf{va}}_X(\tau_1), \ldots, \varepsilon^{\mathsf{va}}_X(\tau_n)\rangle \in \mathcal{E}^+_X(\delta(P), a)$

— $0 \in M^a_X(\mathsf{va}, P\tau_1 \ldots \tau_n)$ iff $\langle \varepsilon^{\mathsf{va}}_X(\tau_1), \ldots, \varepsilon^{\mathsf{va}}_X(\tau_n)\rangle \in \mathcal{E}^-_X(\delta(P), a)$

— $1 \in M^a_X(\mathsf{va}, \phi \wedge \psi)$ iff $1 \in M^a_X(\mathsf{va}, \phi)$ and $1 \in M^a_X(\mathsf{va}, \psi)$.

— $0 \in M^a_X(\mathsf{va}, \phi \wedge \psi)$ iff $0 \in M^a_X(\mathsf{va}, \phi)$ or $0 \in M^a_X(\mathsf{va}, \psi)$.

— $1 \in M^a_X(\mathsf{va}, \neg\phi)$ iff $0 \in M^a_X(\mathsf{va}, \phi)$

— $0 \in M^a_X(\mathsf{va}, \neg\phi)$ iff $1 \in M^a_X(\mathsf{va}, \phi)$

— $1 \in M^a_X(\mathsf{va}, \phi \to \psi)$ iff for all b and c, if $Rabc$ then if $1 \in M^b_X(\mathsf{va}, \phi)$ then $1 \in M^c_X(\mathsf{va}, \psi)$, and if $0 \in M^b_X(\mathsf{va}, \psi)$ then $0 \in M^c_X(\mathsf{va}, \phi)$.

— $0 \in M^a_X(\mathsf{va}, \phi \to \psi)$ iff for some b and c with $Rbca$, $1 \in M^b_X(\mathsf{va}, \phi)$ and $0 \in M^c_X(\mathsf{va}, \psi)$.

— $1 \in M^a_X(\mathsf{va}, \forall v\phi)$ iff for some $Y \supsetneq X$ and $i \in Y - X$, for all $b \in S_Y$, if $b{\downarrow}^Y_X = a$, then $1 \in M^b_Y(\mathsf{va}\binom{v}{\omega^0_i}, \phi)$.

— $0 \in M^a_X(\mathsf{va}, \forall v\phi)$ iff for every $Y \supsetneq X$ and $i \in Y - X$ there is a $b \in S_Y$ such that $b{\downarrow}^Y_X = a$ and $0 \in M^b_Y(\mathsf{va}\binom{v}{\omega^0_i}, \phi)$.

Second-Order Models

Extending from first-order to second-order stratified semantics is notionally quite simple: we just add arbitrary properties of every arity and do everything we did before. But the devil is in the details, and there are quite a few of them to manage. For our first step, we define an RW2Q premodel to be a 5-tuple $\langle D, \Omega, \delta, \mathcal{M}, \Downarrow\rangle$

— $D = D^0 \cup D^1 \cup \ldots$ is a set called the domain. D^0 is the domain of objects and for $n > 0$, D^n is the domain of n-ary properties. We require that the various D^i be pairwise disjoint.

— $\Omega = \{\omega^i_j\}^{\infty}_{i,j=0}$ is a set. We call $\Omega^i = \{\omega^i_j\}^{\infty}_{j=0}$ the set of i-ary AOs and require $\Omega \cap D = \emptyset$.

— δ is a function that maps each constant c to an object $\delta(c)$ in D^0 and maps each n-ary predicate P to an n-ary property $\delta(P)$ in D^n.

— $\mathcal{M}$ is a function mapping each sequence $\overline{X} = X_0, X_1, \ldots$ of finite sets of numbers to a zero-order model $M_{\overline{X}}$ of the form $\langle D_{\overline{X}}, S_{\overline{X}}, N_{\overline{X}}, R_{\overline{X}}, \delta_{\overline{X}}, \mathcal{E}^+_{\overline{X}}, \mathcal{E}^-_{\overline{X}}\rangle$ where $D^i_{\overline{X}} = D^i \cup \{\omega^i_j\}_{j \in X_i}$. We write $\overline{X} \supset \overline{Y}$ to mean that $X_i \supseteq Y_i$ for all i, and we will write $\overline{X} \cap \overline{Y}$ (resp. $\overline{X} \cup \overline{Y}$) for the sequence of sets $X_i \cap Y_i$ (resp. $X_i \cup Y_i$).

— $\Downarrow$ is a family of *restriction functions* $\downarrow^{\overline{X}}_{\overline{Y}} : S_{\overline{X}} \to S_{\overline{Y}}$ for each pair of sequence of sets of numbers $\overline{X} \supseteq \overline{Y}$. As before, we require $a\downarrow^{\overline{X}}_{\overline{Y}}\downarrow^{\overline{Y}}_{\overline{Z}} = a\downarrow^{\overline{X}}_{\overline{Z}}$ and $a\downarrow^{\overline{X}}_{\overline{X}} = a$.

If $a \in S_{\overline{X}}$ and m and n are in $D^0_{\overline{X}}$, then we say that a is symmetric in m and n when, just as before, a does not distinguish m from n. If Π_1 and Π_2 are in $D^i_{\overline{X}}$ for $i > 0$, then we say that a is symmetric in Π_1 and Π_2 when a does not distinguish Π_1 from Π_2; that is, when $\mathcal{E}^+_{\overline{X}}(\Pi_1, a) = \mathcal{E}^+_{\overline{X}}(\Pi_2, a)$ and $\mathcal{E}^+_{\overline{X}}(\Pi_1, a) = \mathcal{E}^+_{\overline{X}}(\Pi_2, a)$.

As with first-order models, second-order models are second-order premodels that satisfy some conditions. After adding bars on top of all the Xs and Ys, the conditions are the same as in the first-order case. We state the symmetry condition nonetheless, since it is particularly important:

Symmetry If $a \in S_{\overline{Y}}$, $\overline{X} \supseteq \overline{Y}$, $m \in D^i_{\overline{Y}}$ and $n \in D^i_{\overline{X}} - D^i_{\overline{Y}}$, then there is a $b \in S_{\overline{X}}$ that is symmetric in m and n such that $b\downarrow^{\overline{X}}_{\overline{Y}} = a$.

Similarly, variable assignments and variants of variable assignments are just as they were before, with a few bars added. Finally, if e^i is an i-ary term, then by $\varepsilon^{\mathsf{va}}_{\overline{X}}(e^i)$ we mean whichever of $\delta(e^i)$ and $\mathsf{va}(e^i, \overline{X})$ is appropriate. With all this in hand, we assign truth values in essentially the same way as before, with only the universal clauses worth restating:

— $1 \in M^a_{\overline{X}}(\mathsf{va}, \forall v^m \phi)$ iff for some $\overline{Y} \supsetneq \overline{X}$ and $i \in Y_m - X_m$, for all $b \in S_{\overline{Y}}$, if $b\downarrow^{\overline{Y}}_{\overline{X}} = a$, then $1 \in M^b_{\overline{Y}}(\mathsf{va}\binom{v^m}{\omega^m_i}, \phi)$.

— $0 \in M^a_{\overline{X}}(\mathsf{va}, \forall v^m \phi)$ iff for every $\overline{Y} \supsetneq \overline{X}$ and $i \in Y_m - X_m$ there is a $b \in S_{\overline{Y}}$ such that $b\downarrow^{\overline{Y}}_{\overline{X}} = a$ and $0 \in M^b_{\overline{Y}}(\mathsf{va}\binom{v^m}{\omega^m_i}, \phi)$.

Say that M makes α true when for all for all $\overline{X}$, if va is $\overline{X}$-coherent, then for all $n \in N_{\overline{X}}$, $1 \in M^n_{\overline{X}}(\mathsf{va}, \alpha)$. Say α is RW2Q-valid when α is true in every RW2Q-model.

A Worry

There was enough machinery flying around in there that one ought to be worried we've gotten something wrong. To show that we haven't, first define a Henkin model to be a 6-tuple $\langle D, H, \Omega, \delta, \mathcal{M}, \Downarrow\rangle$ where $\langle D, \Omega, \delta, \mathcal{M}, \Downarrow\rangle$ is an second-order model and $H = H_1 \cup H_2 \cup \ldots$ with $H_i \subseteq 2^{(D)^i}$ is the set of allowable i-ary extensions of properties. We then require that $\mathcal{E}_i^{\pm}$ assign each i-ary property at each world to a member of H_i. All the rest is as before.

The purpose of my paper is to prove that the set of formulas true in all Henkin models is exactly the set of formulas one gets from extending the axiomatization of the set of formulas true in all first-order models to account for higher-order quantification in the expected way. As expected, the 'full' semantics validates more than the Henkin semantics. Nonetheless, the alignment between the Henkin semantics and the naïve quantificational extension of the first-order theory suggests that the machinery has been deployed correctly.

Bibliography

[1] Fine K. *Semantics for Quantified Relevance Logic.* // Journal of Philosophical Logic. 1988. Vol. 17, № 1. P. 27–59.

Moisil's modal logic and bi-intuitionistic logic

Drobyshevich S. A., Odintsov S. P., Wansing H.
Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia),
Ruhr University, Bochum (Germany)
drobs@math.nsc.ru,
odintsov@math.nsc.ru,
Heinrich.Wansing@rub.de

In [9] a close connection between the logic HYPE and Heyting-Ockham logic N^* was established. The former was recently suggested by H. Leitgeb [6] as a basic propositional logic for dealing with hyperintensional contexts while the latter was introduced in [3] in the course of investigating logical aspects of the well-founded semantics for logic programs with negation. The semantics of Heyting-Ockham logic N^* makes use of the so-called Routley star negation. In [9] it was shown that the Routley star negation can be expressed within Dimiter Vakarelov's theory of negation [14] and that propositional HYPE coincides with the logic characterized by the class of all involutive Routley star information frames. These results allow one to obtain not only a significantly simplified semantics for HYPE but also a simplified axiom system, which, in particular, implies that HYPE coincides with the modal symmetric propositional logic introduced by G. Moisil in his 1942 paper "Logique modale" [8]. It is this remarkable paper that will be the main topic of our talk.

The aim of Moisil's work [8] was to develop a system of modal logic motivated by—at the time—quite novel considerations. He was inspired by a recently published paper by Toziro Ogasawara [10], who, starting with an axiomatization of intuitionistic propositional logic IPL from [13], proved that the Lindenbaum algebra of IPL[1] is a bounded residuated lattice such that

$$[\varphi \to \psi] = [\psi] : [\varphi] \ \text{ and } \ [\neg\varphi] = 0 : [\varphi],$$

where ":" denotes the residual with respect to the meet operation.

His second source of inspiration was the research on lattices with residuation by M. Ward [15] and R. Dilworth [5]. Ward and Dilworth considered two types of residuals: the residual ":" with respect to meet (which corresponds to conjunction) satisfying

$$c \leq a : b \ \text{ iff } \ cb \leq a,$$

where $\leq$ is the lattice order, and cb denotes the meet of c and b, and the dual residual "$-$" with respect to join (which corresponds to disjunction), satisfying

$$a - b \leq c \ \text{ iff } \ a \leq c + b,$$

[1] It is worth pointing out that the Lindenbaum algebra of IPL was not defined explicitly in [10]. Ogasawara introduced a binary relation $\subset$ on the set of formulas via $\varphi \subset \psi$ iff $\vdash_{\mathsf{IPL}} \varphi \to \psi$ and proved that $\subset$ is a preorder. He also introduced the corresponding equivalence relation $\varphi = \psi$ iff $\varphi \subset \psi$ and $\psi \subset \varphi$, but did not prove explicitly that this equivalence forms a congruence on the algebra of formulas.

where $c + b$ denotes the join of c and b. As pointed out by H. Curry [4] lattices with residuation were considered much earlier by T. Skolem [12] albeit without any logical interpretations. Skolem distinguished *implicative lattices* as algebraic structures of the form $\langle L, \cdot, +, : \rangle$ and *subtractive lattices* as those of the form $\langle L, \cdot, +, - \rangle$. Curry himself used the term *Skolem lattice* to denote a lattice which is either implicative or subtractive. Skolem did not, however, consider lattices with both residuation operations. The central idea of Moisil's paper [8] was to consider a language with logical connectives corresponding to both residuals and to define modal operators of necessity and possibility via these connectives.

Let us give a short outline of [8] along with some comments.

In § 2 Moisil introduced a propositional logic in the language $\{A, K, C, S\}$[2], where A stands for disjunction, K for conjunction, C for implication, and S ("sans") for *difference* connective, via a Hilbert-style calculus. The list of axioms for this calculus consists of axioms for positive intuitionistic logic and

$$Cy\,ASyxx.$$

The rules are substitution, detachment for implication, and the following

$$\frac{Cz\ Axz}{CSzyx}.$$

Translating this system to the standard notation, we obtain the following axiom (we use $\prec$ for difference)

$$q \to ((q \prec p) \vee p)$$

and rule

$$\frac{r \to (p \vee q)}{(r \prec q) \to p}.$$

In what follows we will denote this logic BiM (Moisil's logic with two residual connectives).

The *general modal logic* GML ("la logique modale générale") is introduced in § 3 and § 4 as a conservative extension of BiM with additional operators η (*impossibility*), γ (*contingency*), μ (*possibility*), and ν (*necessity*) defined via the following equivalences:

$$\eta p \leftrightarrow (p \to (p \prec p)), \qquad \mu p \leftrightarrow \eta\eta p,$$

$$\gamma p \leftrightarrow ((p \to p) \prec p), \qquad \nu p \leftrightarrow \gamma\gamma p.$$

Moisil realized (see § 2) that his impossibility and contingency operators are negations of some sort, which are, moreover, dual to each other. Then it can be seen that both his possibility and necessity are defined as double negations: possibility as double impossibility and necessity as double contingency. From

[2] Moisil used Łukasiewicz's (*Polish*) notation.

this and the duality between negations one can naturally conclude that possibility and necessity are also dual to each other. Moisil also knew (see § 5) that his impossibility operator is nothing more than Gentzen's presentation $p \to \bot$ (with $p \prec p$ substituted for $\bot$) of intuitionistic negation, in the sense that the $\{\vee, \wedge \to, \eta\}$-fragment of GML coincides with Heyting's intuitionistic logic. In a similar vein, it can be easily seen that Moisil's contingency and difference can be identified with co-negation and co-implication of C. Rauszer's logic HB [11]. In this way Moisil anticipated by more than thirty years the development of bi-intuitionistic logic.

In § 16 Moisil introduced another negation (which he denoted N and we denote $\neg$), which is involutive

$$\neg\neg p \leftrightarrow p$$

and satisfies the law of contraposition

$$\frac{p \to q}{\neg q \to \neg p}.$$

Adding this negation to GML he obtained his *general symmetric modal logic* GSML ("la logique modale symétric générale"). He then noticed that the difference connective is definable via $\neg$ as follows:

$$(p \prec q) \leftrightarrow \neg(\neg q \to \neg p)$$

This essentially shows that BiM is a definable fragment of the involutive version N_i^* of Heyting-Ockham logic N^* (i.e. $N_i^* = N^* + \{\neg\neg p \leftrightarrow p\}$), which, in turn, was shown to coincide with propositional $HYPE$ in [9]. GSML itself can be seen to be an extension of N_i^* via defining equivalences for the connectives $\prec$, η, γ, μ and ν. In this logic, the duality between necessity and possibility becomes formal in the sense that the following are provable in GSML:

$$\mu p \leftrightarrow \neg\nu\neg p, \qquad \nu p \leftrightarrow \neg\mu\neg p.$$

Unlike Moisil, who essentially thought of double intuitionistic negation as a possibility operator, Božič and Došen in [1] show that double intuitionistic negation is an intuitionistic necessity operator in the sense of [2]. Similarly, here we provide an axiomatization of double co-negation, i.e. of Moisil's necessity operator, modulo the system $HK(\Diamond)$ of [2], which is an intuitionistic version of K with possibility as the only modal operator. The last remarks show that Moisil's treatment of necessity and possibility differs significantly from the modern view on intuitionistic modalities. However, it does agree well with Łukasiewicz's approach. In fact, we show that Moisil's general symmetric modal logic satisfies all of Łukasiewicz's requirements for a modal system listed in the section entitled "Basic modal logic" in [7].

Bibliography

[1] Božič M., Došen K. *Axiomatizations of intuitionistic double negation.* Bulletin of the Section of Logic, **12/2**(1983):99—102.

[2] Božič M., Došen K. *Models for normal intuitionistic modal logics* // Studia Logica. 1984. V. 43. P. 15–43.

[3] Cabalar P., Odintsov S., Pearce D. *Logical Foundations of Well-Founded Semantics* // P. Doherty et al. (Eds.) Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of the 10-th International Conference (KR2006), Menlo Park, California: AAAI Press, 2006. P. 25—36.

[4] Curry H.B. *Foundations of Mathematical Logic.* McGraw-Hill Book Company. New York. 1963.

[5] Dilworth R.P. *Absract residuation over lattices* // Bull. Amer. Math. Soc. 1938. V. 44. P. 262–268.

[6] Leitgeb H. *HYPE: A System of Hyperintensional Logic (with an Application to Semantic Paradoxes)* // Journal of Philosophical Logic. 2019. V. 48. P. 305–405.

[7] Łukasiewicz J. *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic.* Oxford University Press. 1957.

[8] Moisil G.C. *Logique modale* // Disquisitiones Mathematicae et Physicae. 1942. V. 2. P. 3–98.

[9] Odintsov S., Wansing H. *Routley star and hyperintensionality* // Journal of Philosophical Logic. 2021. V. 50. P. 33–56.

[10] Ogasawara T. *Relations between intuitionistic logic and lattices* // J. Sci. Hiroshima Univ., ser. A. 1939. V. 9. P. 157–164.

[11] Rauszer C. *A formalization of the propositional calculus of H-B logic* // Studia Logica. 1974. V. 33. P. 23–34.

[12] Skolem T. *Untersuchungen über die Axiome des Klassenkalküls und über Produktations- und Summations-Probleme, welche gewisse Klassen von Aussagen betreffen* // Videnkapsselskapets Skrifter, I. Mat.-Nat. Klasse. 1919. No. 3.

[13] Tarski A. *Aussagenkalkül und Topologie* // Fundamenta Mathematicae. 1938. V. 31. P. 103–134.

[14] Vakarelov D. *Consistency, Completeness and Negation.* // G. Priest, R. Routley and J. Norman (eds.) Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent, Münich: Phylosophia Verlag, 1989. P 328–369.

[15] Ward M. *Structure Residuation* // Annals of Mathematics, Second Series. 1938. V. 39. P. 558–568.

Предикатный вариант объединённой логики задач и высказываний

Оноприенко А. А.
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Математический институт имени В. А. Стеклова РАН, г. Москва
ansidiana@yandex.ru

Аннотация: Рассматривается объединённая логика задач и высказываний QHC, введённая С. А. Мелиховым. Доказана теорема о полноте данной логики относительно моделей Крипке, получающихся обогащением моделей Крипке с отмеченными мирами для её пропозиционального фрагмента HC. Кроме того, показано, что логика QHC является консервативным расширением предикатного варианта интуиционистской эпистемической логики IEL^+, предложенной С. А. Артёмовым и Т. Протопопеску.

Ключевые слова: *неклассические логики, модальная логика, семантика Крипке*

Predicate version of the joint logic of problems and propositions

Onoprienko A. A.
Lomonosov Moscow State University,
Steklov Mathematical Institute of RAS, Moscow
ansidiana@yandex.ru

Abstract: We consider the joint logic of problems and propositions QHC suggested by S. A. Melikhov. We prove that this logic is complete with respect to Kripke models obtained by enrichment of Kripke models with audit set for a propositional part HC of this logic. We also show that this logic conservatively extends the predicate version of intuitionistic epistemic logic IEL^+ constructed by S. Artemov and T. Protopopesku.

Keywords: *non-classical logics, modal logic, Kripke semantic*

А. Н. Колмогоров рассматривал интерпретацию интуиционистской логики высказываний как логики задач [3]. А. Н. Колмогоров критически исследовал интуиционистскую логику и указывал, что её объекты – это, по существу, задачи, а не теоретические высказывания. Поэтому интуиционистская логика должна быть заменена исчислением задач. По замыслу А. Н. Колмогорова работа [3] должна была стать предпосылкой к созданию «единого логического аппарата», работающего одновременно с объектами двух типов: задачами и высказываниями. Такое исчисление содержало бы в себе интуиционистскую логику как логику решения задач и вместе с тем не запрещало «грязные теоремы существования», без которых математика часто не может обойтись.

С. А. Мелихов в [5], [6] ввёл в рассмотрение объединённую логику задач и высказываний QHC, содержащую переменные двух сортов – сорта высказывание и сорта задача. Формулы логики QHC строятся из переменных с помощью стандартных классических и интуиционистских связок и кванторов $\vee, \wedge, \neg, \to, \forall, \exists$ (не меняющих сорт формул), а также модальностей ! и ?. Формулы сорта высказывание подчиняются аксиомам и правилам вывода классической логики предикатов, а формулы сорта задача – аксиомам и правилам вывода интуиционистской логики предикатов. Модальности меняют тип формул: если p – формула сорта высказывание, то $!p$ – задача «найди доказательство p». Если α – формула сорта задача, то $?\alpha$ – высказывание «задача α имеет решение». Эти модальности связаны между собой следующими аксиомами и правилами вывода [5]:

1. $!(p \to q) \to (!p \to !q)$;
2. $?(\alpha \to \beta) \to (?\alpha \to ?\beta)$;
3. $\dfrac{p}{!p}$;
4. $\dfrac{\alpha}{?\alpha}$;
5. $?!p \to p$;
6. $\alpha \to !?\alpha$;
7. $\neg !0$.

Автором в [1] были рассмотрены несколько типов моделей пропозиционального фрагмента HC логики QHC: алгебраическая семантика, модели типа Крипке с двумя независимыми множествами миров, модели Крипке с отмеченными мирами. Последние были введены в [4] как модели для интуиционистской эпистемической логики IEL$^+$. В [1] было показано, что логика HC полна относительно каждой из этих семантик. Кроме того, было установлено, что логика HC является консервативным расширением логики IEL$^+$, если понимать модальность ∇ логики IEL$^+$ как производную модальность !? логики QHC. Ранее С. А. Мелиховым была показана консервативность QHC относительно классической логики предикатов, интуиционистской логики предикатов, а также предикатного варианта логики S4, если понимать модальность $\Box$ логики IEL$^+$ как производную модальность ?! логики QHC.

В настоящей работе предлагается семантика типа Крипке для предикатной логики QHC, получающаяся обогащением семантики Крипке с отмеченными мирами логики HC путём добавления к каждому миру некоторого непустого множества, которое можно воспринимать как множество объектов, построенных к этому моменту. Подобная техника была использована в [2] для построения семантики интуиционистской логики предикатов. Нами доказана теорема о полноте логики QHC относительно получившейся семантики, показано дизъюнктивное и экзистенциальное свойство интуиционистского фрагмента логики QHC, а также показано, что QHC является консервативным расширением предикатного варианта логики IEL^{+}.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №20-41-05002) в Математическом институте им. В. А. Стеклова Российской академии наук.
Молодой ученый является стипендиатом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

Литература

[1] Оноприенко А. А. *Семантика типа Крипке для пропозициональной логики задач и высказываний* Матем. сб., 211:5 (2020), 98–125.

[2] Плиско В. Е., Хаханян В. Х. *Интуиционистская логика* М.: Изд-во при мех.-мат. ф-те МГУ, 2009.

[3] Колмогоров А. Н. *Избранные труды. Математика и механика* Москва: Наука, 1985.

[4] Artemov S., Protopopescu T. *Intuitionistic Epistemic Logic* `https://arxiv.org/abs/1406.1582v2`

[5] Melikhov S. A. *A Galois connection between classical and intuitionistic logics. I: Syntax* `https://arxiv.org/abs/1312.2575`

[6] Melikhov S. A. *A Galois connection between classical and intuitionistic logics. II: Semantics* `https://arxiv.org/abs/1504.03379`

Замечание о трехзначных паранепротиворечивых логиках с одним выделенным значением

Попов В. М.
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
pphiloslog@mail.ru

Аннотация: Автор доказал, что множество всех трехзначных $L_{\supset\neg}$-логик с одним выделенным значением, каждая из которых является паранепротиворечивой регулярной $L_{\supset\neg}$-логикой с классической импликацией, есть шестиэлементное множество

$$\{Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1,1)}\rangle), Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1/2,1)}\rangle),$$
$$Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1)}\rangle), Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1/2)}\rangle),$$
$$Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,0)}\rangle), Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,0,1/2)}\rangle)\}$$

Ключевые слова: *трехзначная логика с одним выделенным значением, паранепротиворечивая логика, $L_{\supset\neg}$-логика, $L_{\supset\neg}$-матрица, изоморфизм*

A note on three-valued paraconsistent logics with one designated value

Popov V. M.
Lomonosov Moscow State University
pphiloslog@mail.ru

Abstract: The author proved that the set of all three-valued $L_{\supset\neg}$-logics with one designated value, each of which is a paraconsistent regular $L_{\supset\neg}$-logic with classical implication, is a six-element set

$$\{Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1,1)}\rangle), Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1/2,1)}\rangle),$$
$$Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1)}\rangle), Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1/2)}\rangle),$$
$$Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,0)}\rangle), Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,0,1/2)}\rangle)\}$$

Keywords: *three-valued logic with one designated value, paraconsistent logic, $L_{\supset\neg}$-logic, $L_{\supset\neg}$-matrix, isomorphism*

Главный полученный здесь результат: множество всех трехзначных $L_{\supset\neg}$-логик с одним выделенным значением, каждая из которых является паранепротиворечивой регулярной $L_{\supset\neg}$-логикой с классической импликацией, есть шестиэлементное множество

$$\{Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1,1)}\rangle), Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1/2,1)}\rangle),$$
$$Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1)}\rangle), Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1/2)}\rangle),$$
$$Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,0)}\rangle), Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,0,1/2)}\rangle)\}.$$

Язык $L_{\supset\neg}$ есть стандартно определяемый пропозициональный язык, алфавит которого есть $\{\supset, \neg,), (, p_1, p_2, p_3, \ldots\}$, где $\supset$ – бинарная логическая связка (импликация), $\neg$ – унарная логическая связка (негация),) и (– скобки, p_1, p_2, p_3 – пропозициональные переменные.

Всякая $L_{\supset\neg}$-формула A такова, что A есть пропозициональная переменная, или A есть $(B{\supset}C)$ для некоторых $L_{\supset\neg}$-формул B и C, или A есть $(\neg B)$ для некоторой $L_{\supset\neg}$-формулы B.

Называем $L_{\supset\neg}$-логикой множество $L_{\supset\neg}$-формул, замкнутое относительно правила modus ponens в $L_{\supset\neg}$ и относительно правила пропозициональной подстановки в $L_{\supset\neg}$.

Называем теорией $L_{\supset\neg}$-логики $\mathbf{L}$ множество $L_{\supset\neg}$-формул, включающее $\mathbf{L}$ и замкнутое относительно правила modus ponens в $L_{\supset\neg}$. Называем противоречивой теорией $L_{\supset\neg}$-логики $\mathbf{L}$ такую теорию T $L_{\supset\neg}$-логики $\mathbf{L}$, что для некоторой $L_{\supset\neg}$-формулы A: $A \in T$ и $(\neg A) \in T$. Называем паранепротиворечивой теорией $L_{\supset\neg}$-логики $\mathbf{L}$ такую противоречивую теорию T $L_{\supset\neg}$-логики $\mathbf{L}$, что T не равна множеству всех $L_{\supset\neg}$-формул.

Называем паранепротиворечивой $L_{\supset\neg}$-логикой такую $L_{\supset\neg}$-логику $\mathbf{L}$, что существует паранепротиворечивая теория $L_{\supset\neg}$-логики $\mathbf{L}$. Называем регулярной $L_{\supset\neg}$-логикой такую $L_{\supset\neg}$-логику $\mathbf{L}$, что всякая $L_{\supset\neg}$-формула из $\mathbf{L}$ является классической тавтологией в языке $L_{\supset\neg}$. Называем $L_{\supset\neg}$-логикой с классической импликацией такую $L_{\supset\neg}$-логику $\mathbf{L}$, что множество всех $L_{\supset\neg}$-формул, ни одна из которых не содержит $\neg$, равно множеству всех классических тавтологий в языке $L_{\supset\neg}$, ни одна из которых не содержит $\neg$.

Называем $L_{\supset\neg}$-матрицей упорядоченную четверку $\langle U, R, \varphi, \psi\rangle$, где U есть непустое множество, $R \subseteq U$, φ есть бинарная операция на U, ψ есть унарная операция на U (U называем носителем этой $L_{\supset\neg}$-матрицы, R называем выделенным множеством этой $L_{\supset\neg}$-матрицы, φ и ψ называем операцими этой $L_{\supset\neg}$-матрицы).

Оценка языка $L_{\supset\neg}$ в $L_{\supset\neg}$-матрице $\mathfrak{M}$ и значение $L_{\supset\neg}$-формулы в $L_{\supset\neg}$-матрице $\mathfrak{M}$ при заданной оценке языка $L_{\supset\neg}$ в $L_{\supset\neg}$-матрице $\mathfrak{M}$ определяются общепринятым образом.

Условимся через $|A|^{\mathfrak{M}}_{v}$ обозначать значение $L_{\supset\neg}$-формулы A в $L_{\supset\neg}$-матрице $\mathfrak{M}$ при оценке v языка $L_{\supset\neg}$ в $L_{\supset\neg}$-матрице $\mathfrak{M}$. Называем $L_{\supset\neg}$-формулой, общезначимой в $L_{\supset\neg}$-матрице $\mathfrak{M}$, такую $L_{\supset\neg}$-формулу A, что для всякой оценки языка $L_{\supset\neg}$ в $L_{\supset\neg}$-матрице $\mathfrak{M}$ $|A|^{\mathfrak{M}}_{v}$ принадлежит выделенному множеству $L_{\supset\neg}$-матрицы $\mathfrak{M}$.

Соглашение 0. Для всякой $L_{\supset\neg}$-матрицы $\mathfrak{M}$ обозначаем через $Tr(\mathfrak{M})$ множество всех $L_{\supset\neg}$-формул, общезначимых в $L_{\supset\neg}$-матрице $\mathfrak{M}$. Называем трехзначной $L_{\supset\neg}$-матрицей с одним выделенным значением такую $L_{\supset\neg}$-матрицу, носитель которой есть трехэлементное множество, а выделенное множество которой есть одноэлементное множество. Называем трехзначной $L_{\supset\neg}$-логикой с одним выделенным значением такую $L_{\supset\neg}$-логику, которая равна $Tr(\mathfrak{M})$ для некоторой трехзначной $L_{\supset\neg}$-матрицы $\mathfrak{M}$ с одним выделенным значением. Особый интерес представляют $L_{\supset\neg}$-матрицы с носителем $\{1, 1/2, 0\}$ и выделенным множеством $\{1\}$.

Условимся, что $\supset_{(x,y,z,t)}$, где $x, y, z, t \in \{1, 1/2, 0\}$, есть множество

$$\{\langle 1,1,1\rangle, \langle 1,1/2,x\rangle, \langle 1,0,y\rangle, \langle 1/2,1,1\rangle, \langle 1/2,1/2,1\rangle, \langle 1/2,0,z\rangle, \\ \langle 0,1,1\rangle, \langle 0,1/2,t\rangle, \langle 0,0,1\rangle\}.$$

Условимся, что $\neg_{(x,y,z)}$, где $x, y, z \in \{1, 1/2, 0\}$, есть множество

$$\{\langle 1,x\rangle, \langle 1/2,y\rangle, \langle 0,z\rangle\}.$$

Заметим, что для всяких x, y, z и t из $\{1, 1/2, 0\}$ $\supset_{(x,y,z,t)}$ и $\neg_{(x,y,z)}$ являются бинарной операцией на $\{1, 1/2, 0\}$ и унарной операцией на $\{1, 1/2, 0\}$ соответственно.

Условимся, что $M_{(x,y,z,t)}$, где $x, y, z, t \in \{1, 1/2, 0\}$, есть упорядоченная тройка $\langle\{1, 1/2, 0\}, \{1\}, \supset_{(x,y,z,t)}\rangle$ (заметим, что $M_{(x,y,z,t)}$ есть трехзначная $L_{\supset}$-матрица с одним выделенным значением). Ясно, что для всяких a, b, c, x, y, z, t из $\{1, 1/2, 0\}$ упорядоченная пара $\langle M_{(x,y,z,t)}, \neg_{(a,b,c)}\rangle$ есть $L_{\supset\neg}$-матрица с носителем $\{1, 1/2, 0\}$, с выделенным множеством $\{1\}$, с бинарной операцией $\supset_{(x,y,z,t)}$ и с унарной операцией $\neg_{(a,b,c)}$.

Соглашение 1. Посредством S обозначаем множество

$$\{\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1,1)}\rangle, \langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1/2,1)}\rangle, \\ \langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1)}\rangle, \langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1/2)}\rangle, \\ \langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,0)}\rangle, \langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,0,1/2)}\rangle\}.$$

Соглашение 2. Посредством S^* обозначаем множество

$$S \cup \{\langle M_{(1/2,1,1,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1)}\rangle, \langle M_{(1/2,1,1,1/2)}, \neg_{(1/2,1,0)}\rangle, \\ \langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(0,1,1)}\rangle, \langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(0,0,1)}\rangle, \\ \langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(0,1/2,1)}\rangle, \langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(0,0,1/2)}\rangle\}.$$

Соглашение 3. Посредством TrS обозначаем множество всех таких $Tr(X)$, что $X \in S$.

Соглашение 4. Посредством TrS^* обозначаем множество всех таких $Tr(X)$, что $X \in S^*$.

Теорема 1. *Следующие утверждения* (I) *и* (II) *эквивалентны.*

(I) $\mathbf{L}$ *есть такая трехзначная* $L_{\supset\neg}$*-логика с одним выделенным значением, что* $\mathbf{L}$ *является паранепротиворечивой регулярной* $L_{\supset\neg}$*-логикой с классической импликацией.*

(II) $\mathbf{L} \in TrS^*$.

Докажем теорему 1. (1) $\mathbf{L}$ есть такая трехзначная $L_{\supset\neg}$-логика с одним выделенным значением, что $\mathbf{L}$ является паранепротиворечивой регулярной $L_{\supset\neg}$-логикой с классической импликацией (допущение).

(2) $\mathbf{L}$ есть трехзначная $L_{\supset\neg}$-логика с одним выделенным значением (из (1)).

(3) Существует такая трехзначная $L_{\supset\neg}$-матрица с одним выделенным значением, что множество всех $L_{\supset\neg}$-формул, общезначимых в этой $L_{\supset\neg}$-матрице, равно $\mathbf{L}$ (из (2), по определению трехзначной $L_{\supset\neg}$-логики с одним выделенным значением). Опираясь на утверждение (3), можно доказать, что верно следующее утверждение (4).

(4) Существует такая $L_{\supset\neg}$-матрица $\mathfrak{M}$ с носителем $\{1, 1/2, 0\}$ и выделенным множеством $\{1\}$, что $Tr(\mathfrak{M}) = \mathbf{L}$.

Пусть (5) $\langle\{1, 1/2, 0\}, \{1\}, g, f\rangle$ есть такая $L_{\supset\neg}$-матрица, что

$$Tr(\langle\{1, 1/2, 0\}, \{1\}, g, f\rangle) = \mathbf{L}.$$

(6) $\mathbf{L}$ является паранепротиворечивой регулярной $L_{\supset\neg}$-логикой с классической импликацией (из (1)).

(7) $\langle\{1, 1/2, 0\}, \{1\}, g, f\rangle$ есть такая $L_{\supset\neg}$-матрица, что

$$Tr(\langle\{1, 1/2, 0\}, \{1\}, g, f\rangle)$$

является паранепротиворечивой регулярной $L_{\supset\neg}$-логикой с классической импликацией (из (5) и (6)). Используя теорему 1 из [1] и соглашение 2, получаем, что

(8) $\mathcal{K} \in S^*$ тогда и только тогда, когда $\mathcal{K}$ есть $L_{\supset\neg}$-матрица с носителем $\{1, 1/2, 0\}$ и с выделенным множеством $\{1\}$, удовлетворяющая условию: множество всех $L_{\supset\neg}$-формул, общезначимых в $L_{\supset\neg}$-матрице $\mathcal{K}$, является паранепротиворечивой регулярной $L_{\supset\neg}$-логикой с классической импликацией. Опираясь на утверждения (7) и (8), делаем вывод, что

(9) $\langle\{1, 1/2, 0\}, \{1\}, g, f\rangle \in S^*$. В свете утверждения (9) и соглашений об использовании Tr ясно, что

(10) $Tr(\langle\{1, 1/2, 0\}, \{1\}, g, f\rangle) \in TrS^*$.

(11) $\mathbf{L} \in TrS^*$ (из (5) и (10)). Снимая допущение (1), получаем, что справедливо следующее утверждение (12).

(12) Если верно утверждение (I), то верно утверждение (II).

(13) $\mathbf{L} \in TrS^*$ (допущение). Опираясь на утверждение (13) и на соглашение 4, нетрудно показать, что верно следующее утверждение (14).

(14) Существует такая $L_{\supset\neg}$-матрица $\mathcal{K}$ из S^*, что $\mathbf{L} = Tr(\mathcal{K})$.

Пусть (15) $\mathcal{K}_0 \in S^*$, $\mathbf{L} = Tr(\mathcal{K}_0)$.

(16) $\mathcal{K}_0 \in S^*$ (из (15)). Опираясь на утверждение (16), на теорему 1 из [1] и на соглашения 1 и 2, получаем, что верно утверждение (17).

(17) Множество всех $L_{\supset\neg}$-формул, общезначимых в $L_{\supset\neg}$-матрице $\mathcal{K}_0$, является паранепротиворечивой регулярной $L_{\supset\neg}$-логикой с классической импликацией.

(18) $\mathbf{L} = Tr(\mathcal{K}_0)$ (из (15)).

(19) $\mathbf{L}$ является паранепротиворечивой регулярной $L_{\supset\neg}$-логикой с классической импликацией (из (17) и (18), по соглашению 0). В свете утверждения (16) и соответствующих определений и соглашений ясно, что

(20) $\mathcal{K}_0$ есть $L_{\supset\neg}$-матрица с носителем $\{1, 1/2, 0\}$ и с выделенным множеством $\{1\}$.

(21) $\mathbf{L}$ есть $L_{\supset\neg}$-логика (из (19)). Опираясь на утверждения (18), (20), (21) и используя определение трехзначной $L_{\supset\neg}$-логики с одним выделенным значением, получаем, что

(22) $\mathbf{L}$ есть трехзначная $L_{\supset\neg}$-логика с одним выделенным значением.

(23) $\mathbf{L}$ есть такая трехзначная $L_{\supset\neg}$-логика с одним выделенным значением, что $\mathbf{L}$ является паранепротиворечивой регулярной $L_{\supset\neg}$-логикой с классической импликацией (из (19) и (22)). Снимая допущение (13), получаем, что справедливо следующее утверждение (24).

(24) Если верно утверждение (II), то верно утверждение (I). Следствие утверждений (12) и (24): утверждения (I) и (II) эквивалентны. Теорема 1 доказана.

Можно доказать следующую лемму 1.

Лемма 1. *Множество* $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1/2, 0\rangle, \langle 0, 1/2\rangle\}$ *есть изоморфизм*

(1) $L_{\supset\neg}$-*матрицы* $\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1,1)}\rangle$ *на* $L_{\supset\neg}$-*матрицу* $\langle M_{(1/2,1,1,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1)}\rangle$,

(2) $L_{\supset\neg}$-*матрицы* $\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1/2,1)}\rangle$ *на* $L_{\supset\neg}$-*матрицу* $\langle M_{(1/2,1,1,1/2)}, \neg_{(1/2,1,0)}\rangle$,

(3) $L_{\supset\neg}$-*матрицы* $\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1)}\rangle$ *на* $L_{\supset\neg}$-*матрицу* $\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(0,1,1)}\rangle$,

(4) $L_{\supset\neg}$-*матрицы* $\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1/2)}\rangle$ *на* $L_{\supset\neg}$-*матрицу* $\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(0,0,1)}\rangle$,

(5) $L_{\supset\neg}$-*матрицы* $\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,0)}\rangle$ *на* $L_{\supset\neg}$-*матрицу* $\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(0,1/2,1)}\rangle$,

(6) $L_{\supset\neg}$-*матрицы* $\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,0,1/2)}\rangle$ *на* $L_{\supset\neg}$-*матрицу* $\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(0,0,1/2)}\rangle$.

Опираясь на лемму 1, на определение изоморфности $L_{\supset\neg}$-матрицы $L_{\supset\neg}$-матрице (согласно этому определению $L_{\supset\neg}$-матрица R изоморфна $L_{\supset\neg}$-матрице U, если существует изоморфизм $L_{\supset\neg}$-матрицы R на $L_{\supset\neg}$-матрицу U), на соглашение 0 и на теорему 1 из [2] (утверждающую, что если $L_{\supset\neg}$-матрица R изоморфна $L_{\supset\neg}$-матрице U, то $Tr(R) = Tr(U)$), приходим к выводу, что верна следующая лемма 2.

Лемма 2.

(i) $Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1,1)}\rangle) = Tr(\langle M_{(1/2,1,1,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1)}\rangle)$,

(ii) $Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1/2,1)}\rangle) = Tr\ (\langle M_{(1/2,1,1,1/2)}, \neg_{(1/2,1,0)}\rangle)$,

(iii) $Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1)}\rangle) = Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(0,1,1)}\rangle)$,

(iv) $Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)},\ \neg_{(1/2,1,1/2)}\rangle) = Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(0,0,1)}\rangle)$,
(v) $Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)},\ \neg_{(1/2,1,0)}\rangle) = Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)},\ \neg_{(0,1/2,1)}\rangle)$,
(vi) $Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,0,1/2)}\rangle) = Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(0,0,1/2)}\rangle)$.

Нижеследующая теорема 2 вытекает из теоремы 1 и леммы 2.

Теорема 2. *Следующие утверждения (У1) и (У2) эквивалентны.*

(У1) $\mathbf{L}$ *есть такая трехзначная* $L_{\supset\neg}$*-логика с одним выделенным значением, что* $\mathbf{L}$ *является паранепротиворечивой регулярной* $L_{\supset\neg}$*-логикой с классической импликацией.*

(У2) $\mathbf{L} \in TrS$.

Легко показать, что

(A) $(p_1 \supset (\neg(\neg p_1)))$ есть $L_{\supset\neg}$-формула, принадлежащая всякой $L_{\supset\neg}$-логике из

$$\{Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1/2,1)}\rangle), Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1/2)}\rangle), \\ Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,0)}\rangle)\},$$

но не принадлежит ни одной $L_{\supset\neg}$-логике из

$$\{Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1,1)}\rangle), Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1)}\rangle), \\ Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,0,1/2)}\rangle)\}.$$

(B) $((\neg(\neg p_1)) \supset p_1)$ есть $L_{\supset\neg}$-формула, принадлежащая всякой $L_{\supset\neg}$-логике из

$$\{Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1,1)}\rangle), Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1/2,1)}\rangle), \\ Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,0,1/2)}\rangle), Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,0)}\rangle)\},$$

но не принадлежит ни одной $L_{\supset\neg}$-логике из

$$\{Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1)}\rangle), Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,1/2)}\rangle)\}.$$

(C) $((\neg(p_1 \supset p_1)) \supset p_1) \in Tr\ (\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1,1)}\rangle)$, но

$$((\neg(p_1 \supset p_1)) \supset p_1) \notin Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,0,1/2)}\rangle)$$

(D) $(((\neg(p_1) \supset p_1) \supset p_1) \in Tr(\langle M_{(1,0,0,1)}, \neg_{(0,1/2,1)}\rangle)$, но

$$(((\neg(p_1) \supset p_1) \supset p_1) \notin Tr(\langle M_{(1/2,0,0,1/2)}, \neg_{(1/2,1,0)}\rangle).$$

Опираясь на эти утверждения (A), (B), (C), (D) и на соглашения 1 и 3, можно доказать следующую Лемму 3.

Лемма 3. TrS *является шестиэлементным множеством.*

Используя теорему 2 и лемму 3, приходим к теореме 3.

Теорема 3. *Множество всех трехзначных $L_{\supset\neg}$-логик с одним выделенным значением, каждая из которых является паранепротиворечивой регулярной $L_{\supset\neg}$-логикой с классической импликацией, есть шестиэлементное множество TrS.*

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 19-011-00536 А.

Литература

[1] Попов В. М. *Трехзначные логические матрицы с одним выделенным значением, адекватные паранепротиворечивым импликативно-негативным регулярным логикам с классической импликацией (Часть II)* // VII Международная научно-практическая конференция Новые технологии и проблемы технических наук. Выпуск VII. г. Красноярск, – НН.: ИЦРОН, 2020 г., С.22–46.

[2] Попов В. М. *К проблеме расширения матричной семантики, адекватной классической импликативной логике, до матричной семантики, адекватной классической импликативно-негативной логике (Часть 2)* // Логико-философские штудии. Том 18 (№ 1), 2020, С.34–35.

Algorithmic properties of QK4.3 and QS4.3

Rybakov M., Shkatov D.
Tver State University,
University of the Witwatersrand, Johannesburg
m_rybakov@mail.ru
shkatov@gmail.com

Abstract: We prove that predicate modal logics **QK4.3** and **QS4.3** are undecidable—more precisely, Σ^0_1-complete–in languages with two individual variables, one modandic predicate letter, and one proposition letter.

Keywords: *prdicate modal logic, first-order modal logic, satisfiability problem, validity problem, undecidability.*

It is natural to expect that predicate modal logics should be algorithmically harder than the classical predicate logic **QCl**, just as propositional modal logics are, as a rule, algorithmically harder than the classical propositional logic. Nevetheless, numerous predicate modal logics are just as hard as **QCl**, i.e., Σ^0_1-complete: some—such as **QK**, **T**, **S4**, and **S5**—are recursively axiomatizable over **QCl** [15, 12]; others are recursively embeddable [27, 30] into **QCl** through the standard traslation. It, however, turns out that Σ^0_1-complete predicate modal logics can be distinguished from **QCl** by algorithmic properties of their fragments: while the monadic fragment of **QCl** is decidable [18, 2], the monadic fragments of most Σ^0_1-complete modal logics are not [17]; while the two-variable fragment of **QCl** is decidable [21, 13], the two-variable fragments of most Σ^0_1-complete modal predicate logics are not [16, 29]. This leads to the study of the algorithmic properties of the *fragments* of modal predicate logics.

The algorithmic properties of one-variable and two-variable fragments of first-order modal logics are also of interest due to close links between those fragments and, respectively, two-dimensional and three-dimensional propositional modal logics [11, 9, 35, 36, 33].

The study of the algorithmic properties of fragments of predicate modal, and related superintuitionistic, logics (see [17, 19, 20, 22, 8, 1, 10, 37, 16, 29, 32, 34]; for a summary of results, see [32, Introduction]) is much less advanced than similar research for **QCl** [4].

In the present paper, we attempt to identify the minimal undecidable fragments of the predicate counterparts **QK4.3** and **QS4.3** of the well-know propositional modal logics **K4.3** and **S4.3**. It is known [6] that **QK4.3** and **QS4.3** are finitely axiomatizable over **QCl** and, hence, they are Σ^0_1-complete. The logics **QK4.3** and **QS4.3** are faithfully characterized using Kripke semantics with expanding domains [15], [12, §3.1]: they are determined by all, respectively, strict and partial linear orders [6]. A closely related logic **QK4.3.D.X** is determined by the rationals with the natural strict order, viewed as a Kripke frame [6].

The main interest of the results presented here is due the techniques used: the known techniques for proving lower bounds in predicate modal and superintuitionistic logics in languages with a few variables and a few predicate letters [29, 32, 34], being based on propositional-level techniques [14, 5, 23, 24, 26, 25, 28] developed for logics of frames with unbounded branching, are inapplicable to logics of linear frames (the only exception being our earlier work [31], where the techniques used for establishing results reported here originate).

Predicate modal languages are obtained by enriching the classical preciate language with a unary modal connective $\Box$ (for more backgroud on predicate modal logic, see [15, 7, 12]

To recall the definitions of the logics we study, we use the following notation: if Γ is a set of formulas and φ is a formula, $\Gamma \oplus \varphi$ denotes the closure of $\Gamma \cup \{\varphi\}$ under modes ponens, generalization, necessitation, and predicate substitution. Then,

$$\begin{array}{lcll}
\mathbf{QK} & = & \mathbf{QCl} & \oplus\ \Box(p \to q) \to (\Box p \to \Box q); \\
\mathbf{QK4} & = & \mathbf{QK} & \oplus\ \Box p \to \Box\Box p; \\
\mathbf{QS4} & = & \mathbf{QK4} & \oplus\ \Box p \to p; \\
\mathbf{QS4.3} & = & \mathbf{QS4} & \oplus\ \Box(\Box p \to q) \vee \Box(\Box q \to p); \\
\mathbf{QK4.3} & = & \mathbf{QK4} & \oplus\ \Box(p \wedge \Box p \to q) \vee \Box(q \wedge \Box q \to p); \\
\mathbf{QK4.3.D.X} & = & \mathbf{QK4.3} & \oplus\ \Diamond\top\ \oplus\ \Box\Box p \to \Box p.
\end{array}$$

Theorem 1. *Logics* $\mathbf{QK4.3}$, $\mathbf{QS4.3}$, *and* $\mathbf{QK4.3.D.X}$ *are* Σ^0_1*-complete in languages containing one monadic predicate letter, one proposition letter, and two individual variables.*

Theorem 1 is proved as follows: we encode a Σ^0_1-hard tiling problem [3] using predicate modal formulas with only two variables, and only binary and unary predicate letters; then, we simulate binary letters with monadic one; finally, we simulate the monadic letters with just one monadic and one nullary letter; the latter reductions do not use more than two individual variables.

This result can be extended to logics containing the Barcan formula $bf = \forall x\,\Box P(x) \to \Box\forall x\,P(x)$:

Theorem 2. *Logics* $\mathbf{QK4.3} \oplus bf$, $\mathbf{QS4.3} \oplus bf$, *and* $\mathbf{QK4.3.D.X} \oplus bf$ *are* Σ^0_1*-complete in the language containing one monadic predicate letter, one proposition letter, and two individual variables.*

Furthermore, we obtain the following generalisation of Theorems 1 and 2:

Theorem 3. *Every logic in the intervals* $[\mathbf{QK4.3}, \mathbf{QK4.3.D.X} \oplus bf]$ *and* $[\mathbf{QS4.3}, \mathbf{QS4.3} \oplus bf]$ *are* Σ^0_1*-hard in the language containing one monadic predicate letter, one proposition letter, and two individual variables.*

Our proofs of Theorems 1–3 rely on Kripke completeness of **QK4.3**, **QS4.3**, and **QK4.3.D.X** and on soundness of **QK4.3** $\oplus$ *bf*, **QS4.3** $\oplus$ *bf*, and **QK4.3.D.X** $\oplus$ *bf* with respect to, respectively, **QK4.3**-frames, **QS4.3**-frames, and **QK4.3.D.X**-frames with constant domains.

This research has been supported by the Russian Science Foundation with grant 21–18–00195; it has been carried out at Tver State University.

Bibliography

[1] Sergei Artemov and Giorgie Dzhaparidze. Finite Kripke models and predicate logics of provability. *The Journal of Symbolic Logic*, 55(3):1090–1098, 1990.

[2] H. Behmann. Beiträige zür Algebra der Logik, inbesondere zum Entscheidungsproblem. *Mathematische Annalen*, 86:163–229, 1922.

[3] Robert Berger. *The Undecidability of the Domino Problem*, volume 66 of *Memoirs of AMS.* AMS, 1966.

[4] Egon Börger, Erich Grädel, and Yuri Gurevich. *The Classical Decision Problem.* Springer, 1997.

[5] Alexander Chagrov and Mikhail Rybakov. How many variables does one need to prove PSPACE-hardness of modal logics? In Philippe Balbiani, Nobu-Yuki Suzuki, Frank Wolter, and Michael Zakharyaschev, editors, *Advances in Modal Logic 4*, pages 71–82. King's College Publications, 2003.

[6] Giovanna Corsi. Quantified modal logics of positive rational numbers and some related systems. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 34(2):263–283, 1993.

[7] Melvin Fitting and Richard L. Mendelsohn. *First-Order Modal Logic*, volume 277 of *Synthese Library.* Kluwer Academic Publishers, 1998.

[8] Dov Gabbay. *Semantical Investigations in Heyting's Intuitionistic Logic.* D. Reidel, 1981.

[9] Dov Gabbay, Agi Kurucz, Frank Wolter, and Michael Zakharyaschev. *Many-Dimensional Modal Logics: Theory and Applications*, volume 148 of *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics.* Elsevier, 2003.

[10] Dov Gabbay and Valentin Shehtman. Undecidability of modal and intermediate first-order logics with two individual variables. *The Journal of Symbolic Logic*, 58(3):800–823, 1993.

[11] Dov Gabbay and Valentin Shehtman. Products of modal logics, Part 1. *Logic Journal of the IGPL*, 6(1):73–146, 1998.

[12] Dov Gabbay, Valentin Shehtman, and Dmitrij Skvortsov. *Quantification in Nonclassical Logic, Volume 1*, volume 153 of *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics.* Elsevier, 2009.

[13] Erich Grädel, Phokion G. Kolaitis, and Moshe Y. Vardi. On the decision problem for two-variable first-order logic. *Bulletin of Symbolic Logic*, 3(1):53–69, 1997.

[14] Joseph Y. Halpern. The effect of bounding the number of primitive propositions and the depth of nesting on the complexity of modal logic. *Artificial Intelligence*, 75(2):361–372, 1995.

[15] G. E. Hughes and M. J. Cresswell. *A New Introduction to Modal Logic.* Routledge, 1996.

[16] Roman Kontchakov, Agi Kurucz, and Michael Zakharyaschev. Undecidability of first-order intuitionistic and modal logics with two variables. *Bulletin of Symbolic Logic*, 11(3):428–438, 2005.

[17] Saul Kripke. The undecidability of monadic modal quantification theory. *Zeitschrift für Matematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, 8:113–116, 1962.

[18] Leopold Löwenheim. Über Möglichkeiten im Relativkalkül. *Mathematische Annalen*, 76(4):447–470, 1915.

[19] Sergei Maslov, Gregory Mints, and Vladimir Orevkov. Unsolvability in the constructive predicate calculus of certain classes of formulas containing only monadic predicate variables. *Soviet Mathematics Doklady*, 6:918–920, 1965.

[20] Gregory Mints. Some calculi of modal logic. *Trudy Matematicheskogo Instituta imeni V. A. Steklova*, 98:88–111, 1968. in Russian.

[21] Michael Mortimer. On languages with two variables. *Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, pages 135–140, 1975.

[22] Hiroakira Ono. On some intuitionistic modal logics. *Publications of the Research Institute for Mathematical Sciences*, 13(3):687–722, 1977.

[23] Mikhail Rybakov. Complexity of intuitionistic and Visser's basic and formal logics in finitely many variables. In Guido Governatori, Ian M. Hodkinson, and Yde Venema, editors, *Advances in Modal Logic 6*, pages 393–411. College Publications, 2006.

[24] Mikhail Rybakov. Complexity of intuitionistic propositional logic and its fragments. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 18(2–3):267–292, 2008.

[25] Mikhail Rybakov and Dmitry Shkatov. Complexity and expressivity of propositional dynamic logics with finitely many variables. *Logic Journal of the IGPL*, 26(5):539–547, 2018.

[26] Mikhail Rybakov and Dmitry Shkatov. Complexity and expressivity of branching- and alternating-time temporal logics with finitely many variables. In B. Fischer B. and T. Uustalu, editors, *Theoretical Aspects of Computing–ICTAC 2018*, volume 11187 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 396–414, 2018.

[27] Mikhail Rybakov and Dmitry Shkatov. A recursively enumerable Kripke complete first-order logic not complete with respect to a first-order definable class of frames. In G. Metcalfe G. Bezhanishvili, G. D'Agostino and T. Studer, editors, *Advances in Modal Logic*, volume 12. pages 531–540. College Publications, 2018.

[28] Mikhail Rybakov and Dmitry Shkatov. Complexity of finite-variable fragments of propositional modal logics of symmetric frames. *Logic Journal of the IGPL*, 27(1):60–68, 2019.

[29] Mikhail Rybakov and Dmitry Shkatov. Undecidability of first-order modal and intuitionistic logics with two variables and one monadic predicate letter. *Studia Logica*, 107(4):695–717, 2019.

[30] Mikhail Rybakov and Dmitry Shkatov. Recursive enumerability and elementary frame definability in predicate modal logic. *Journal of Logic and Computation*, 30(2):549–560, 2020.

[31] Mikhail Rybakov and Dmitry Shkatov. Algorithmic properties of first-order modal logics of the natural number line in restricted languages. In Nicola Olivetti, Rineke Verbrugge, Sara Negri, and Gabriel Sandu, editors, *Advances in Modal Logic*, volume 13. pages 523–539. College Publications, 2020.

[32] Mikhail Rybakov and Dmitry Shkatov. Algorithmic properties of first-order modal logics of finite Kripke frames in restricted languages. *Journal of Logic and Computation*, 30(7):1305–1329, 2020.

[33] Mikhail Rybakov and Dmitry Shkatov. Complexity of finite-variable fragments of products with K. *Journal of Logic and Computation*, 31(2):426–443, 2021.

[34] Mikhail Rybakov and Dmitry Shkatov. Algorithmic properties of first-order superintuitionistic logics of finite Kripke frames in restricted languages. *Journal of Logic and Computation*, 31(2):494–522, 2021.

[35] Valentin Shehtman and Dmitry Shkatov. On one-variable fragments of modal predicate logics. In *Proceedings of SYSMICS2019*, pages 129–132. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam, 2019.

[36] Valentin Shehtman and Dmitry Shkatov. Some prospects for semiproducts and products of modal logics. In *Short Papers. Advances in Modal Logic 2020*, pages 107–111. University of Helskinki, 2020.

[37] Frank Wolter and Michael Zakharyaschev. Decidable fragments of first-order modal logics. *The Journal of Symbolic Logic*, 66:1415–1438, 2001.

Об одном алгоритме конструирования литеральных паранепротиворечивых/параполных логик

Томова Н. Е.
Институт философии РАН
natalya-tomova@yandex.ru

Аннотация: В статье обсуждаются особенности построения литеральных паранепротиворечивых/параполных логик посредством комбинирования изоморфов классической логики

Ключевые слова: *изоморфы классической логики, паранепротиворечивость, параполнота, паранормальность, логическая матрица, LPP-логики*

On an algorithm for constructing literal paraconsistent/paracomplete logics

natalya-tomova@yandex.ru

Abstract: This paper discusses the features of the method for constructing literal paraconsistent / paracomplete logics by combining isomorphs of classical logic.

Keywords: *isomorphs of classiccal logic, paraconsistency, paracompleteness, paranormality, logical marix, LPP-logics*

Паранепротиворечивые логики лежат в основе противоречивых, но не тривиальных теорий, т.е. противоречие локализуется и не приводит к тому, что может быть выведено любое высказывание. В таких теориях формулы и их отрицания могут быть одновременно истинными.

Параполные логики позволяют корректно работать с неполной информацией, они лежат в основе таких теорий, в которых формулы и их отрицания могут быть одновременно ложны.

Класс паранепротиворечивых/параполных логик разнообразен и богат. Так, например, свойства паранепротиворечивости/параполноты могут иметь место на атомарном[1] и молекулярном уровнях[2], см. [4].

Существуют различные алгоритмы конструирования паранепротиворечивых/параполных логик. В данной работе мы рассмотрим особенности алгоритма конструирования *литеральных* паралогик (LPP-логик), посредством комбинирования изоморфов классической логики $\mathbf{C}_2$.

А.С. Карпенко в работе [3] впервые указал на тот факт, что известная паранепротиворечивая логика Сетте $\mathbf{P}^1$ и дуальная ей параполная логика $\mathbf{I}^1$, представляют собой комбинирование логических операций изоморфов классической логики $\mathbf{C}_2$, выделенных в трехзначной логике Бочвара $\mathbf{B}_3$.

Приведем некоторые базовые определения. Логические системы удобно представить посредством логических матриц.

[1] Или в другой терминологии: на уровне литералов (пропозициональных переменных и их отрицаний).

[2] На уровне сложных формул.

Определение 1. Пусть $Var = \{p, q, r \dots\}$ — счетное множество пропозициональных переменных и $Con = \{F_1, \dots F_n\}$ — конечное множество пропозициональных связок, где каждой связке F_i сопоставлено натуральное число $a(F_i)$, которое обозначает число ее аргументов. Хотя бы для одного $i \in \{1, \dots n\}$ имеет место $a(F_i) \neq 0$. Множество For определяется индуктивно: (1) $Var \subseteq For$, (2) для каждого такого $F_i \in Con$, что $a(F_i) = k$, $F_i(A_1, \dots, A_k) \in For$, если $A_1, \dots, A_k \in For$, (3) ничто иное не принадлежит For.

Алгебру формул $\mathcal{L} = \langle For, F_1, \dots, F_m \rangle$ будем называть *пропозициональным языком.*

Пусть $\mathcal{A} = \langle V, f_1, \dots, f_m \rangle$ алгебра того же типа, что пропозициональный язык $\mathcal{L}$, где V — множество истинностных значений и f_i — функция на V той же местности, что и F_i.

Определение 2. Упорядоченная тройка $\mathfrak{M} = \langle V, f_1, \dots, f_m, D \rangle$, где $D \subseteq V$ — непустое собственное подмножество V, называется *логической матрицей* для $\mathcal{L}$. Элементы D будем называть *выделенными значениями* $\mathfrak{M}$.

Определение 3. *Оценкой* v формулы A в матрице $\mathfrak{M}$ для языка $\mathcal{L}$ называется такое отображение $\mathcal{L}$ в $\mathcal{A} = \langle V, f_1, \dots, f_m \rangle$, что: если p — пропозициональная переменная, тогда $v(p) \in V$; если $A_1, A_2, \dots, A_n$ — формулы и F^n — n-местная связка языка $\mathcal{L}$, тогда $v(F^n(A_1, A_2, \dots, A_n)) = f^n(v(A_1), v(A_2), \cdots, v(A_n))$, где f^n — функция на V, соответствующая F^n.

Определение 4. Некоторая формула A есть *тавтология* в $\mathfrak{M}$ (сокращенно — $\models_{\mathfrak{M}} A$), е.т.е. для каждой оценки v в $\mathfrak{M}$ верно, что $v(A) \in D$.

Определение 5. Теорией, порождаемой $\mathfrak{M}$, называем множество всех тавтологий в $\mathfrak{M}$ и обозначаем его как $E(\mathfrak{M})$.

Определение 6. *Изоморфом классической пропозициональной логики* называется логическая матрица, характеризующая классический класс тавтологий.

Существуют различные формальные и содержательные критерии, характеризующие паранепротиворечивость, параполноту, паранормальность. Будем использовать следующие.

Определение 7. В системе *паранепротиворечивой* логики не верифицируется *закон Дунса Скота* $A \to (\neg A \to B)$ [2].

Определение 8. В системе *параполной* логики не верифицируется *закон Клавия* $(\neg A \to A) \to A$ [1].

Определение 9. Логика называется *паранормальной*, если она одновременно является и паранепротиворечивой, и параполной.

В общем случае алгоритм построения LPP-логик можно описать следующим образом (см. [6]).

Для построения изоморфов классической логики используются функции перевода промежуточных истинностных значений. Такая функция каждому промежуточному значению сопоставляет одно из классических значений — 0 или 1.

В случае n-значной логики имеем $2^{(n-2)}$ функций перевода:

1. $f_1(x)$ переводит все промежуточные значения $\frac{n-2}{n-1}, \ldots, \frac{2}{n-1}, \frac{1}{n-1}$ в 0;
2. $f_2(x)$ переводит все промежуточные значения $\frac{n-2}{n-1}, \ldots, \frac{2}{n-1}, \frac{1}{n-1}$ в 1;
3. $f_3(x)$ переводит промежуточные значения $\frac{n-2}{n-1}, \ldots, \frac{2}{n-1}$ в 1 и $\frac{1}{n-1}$ в 0;
...
$\mathbf{2^{(n-2)}}$**.** $f_{2^{(n-2)}}(x)$ переводит промежуточное значение $\frac{n-2}{n-1}$ в 0 и промежуточные значения $\frac{n-3}{n-1}, \ldots, \frac{2}{n-1}, \frac{1}{n-1}$ в 1.

Логическая матрица n-значных изоморфов классической логики выглядит следующим образом.

$$\mathfrak{M} = \langle V_n, \neg_i, \rightarrow_i, D\rangle,$$

где $V_n = \{1, \frac{n-2}{n-1}, \ldots, \frac{2}{n-1}, \frac{1}{n-1}, 0\}$ — множество истинностных значений, $i = 1, 2, \ldots, 2^{(n-2)}$, D — множество выделенных значений.

Используя соответствующие функции перевода, получаем $2^{(n-2)}$ отрицаний и $2^{(n-2)}$ импликаций. Пример таблицы истинности отрицания и импликации, послученных посредство функции перевода f_1:

x	$\neg_1 x$
1	0
$\frac{n-2}{n-1}$	1
$\frac{n-3}{n-1}$	1
$\vdots$	$\vdots$
$\frac{2}{n-1}$	1
$\frac{1}{n-1}$	1
0	1

$\rightarrow_1$	1	$\frac{n-2}{n-1}$	$\frac{n-3}{n-1}$	$\cdots$	$\frac{2}{n-1}$	$\frac{1}{n-1}$	0
1	1	0	0	$\cdots$	0	0	0
$\frac{n-2}{n-1}$	1	1	1	$\cdots$	1	1	1
$\frac{n-3}{n-1}$	1	1	1	$\cdots$	1	1	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{2}{n-1}$	1	1	1	$\cdots$	1	1	1
$\frac{1}{n-1}$	1	1	1	$\cdots$	1	1	1
0	1	1	1	$\cdots$	1	1	1

Тогда логические матрицы, соответствующие изоморфам классической логики, имеют следующий вид:

$$\mathfrak{M}_1 = \langle\{1, \tfrac{n-2}{n-1}, \ldots, \tfrac{2}{n-1}, \tfrac{1}{n-1}, 0\}, \neg_1, \rightarrow_1, \{1\}\rangle,$$
$$\mathfrak{M}_2 = \langle\{1, \tfrac{n-2}{n-1}, \ldots, \tfrac{2}{n-1}, \tfrac{1}{n-1}, 0\}, \neg_2, \rightarrow_2, \{1, \tfrac{n-2}{n-1}, \ldots, \tfrac{2}{n-1}, \tfrac{1}{n-1}\}\rangle,$$
$$\ldots$$

Метод конструирования LPP-логик посредством комбинирования изоморфов состоит в построении такой логической матрицы, в класс матричных операций которой входят операции из двух различных изоморфов. Начиная с четырехзначного случая, в класс LPP-логик входят паранормальные логики.

В ходе исследования были получены следующие основные результаты.

Оказалось, что этот алгоритм позволяет получать характеристические матрицы различной мощности для паранепротиворечивой теории $\mathbf{P}^1$ и параполной теории $\mathbf{I}^1$. То есть тот факт, что матрицы логик $\mathbf{P}^1$ и $\mathbf{I}^1$ могут рассматриваться как результат комбинирования изоморфов классической логики, является существенным свойством этих логик в том смысле, что комбинирование изоморфов классической логики задает определенный класс тавтологий, и он сохраняется независимо от значности логики. Доказательство соответствующих утверждений содержится в [6].

На четырехзначном случае появляются паранормальные логики. Основное предположение заключается в том, что литеральные паранормальные матрицы, полученные посредством комбинирования изоморфов классической логики, задают ту же паранормальную теорию, что и четырехзначная матрица логики $\mathbf{V}$ [5].

Литература

[1] Ciuciura J. *A weakly-intuitionistic logic I1* // Logical Investigations. 2015. Vol. 21. No. 2. P. 53–60.

[2] Jaśkowski S. *A propositional calculus for inconsistent deductive systems* // Studia Logica. 1969. Vol. 24. P. 143–157.

[3] Karpenko A.S. *A maximal paraconsistent logic: The combination of two three-valued isomorphs of classical propositional logic* // Frontiers of Paraconsistent Logic / Eds. by D. Batens, C. Mortensen, G. Priest and J.-P. van Bendegem. Philadelphia: Research Studies Press, 2000. P. 181–187.

[4] Karpenko A.S. *Atomic and molecular paraconsistent logics* // Logique et Analyse. 2002. Vol. 177–178. P. 31–37.

[5] Puga L.Z., Da Costa N.C.A. *On the imaginary logic of N. A. Vasiliev* // Z. Math. Logik Grundl. Math. 1988. Vol. 34. P. 205–211.

[6] Томова Н.Е. *Об одном классе n-значных литеральных паранепротиворечивых/параполных логик* // Логические исследования. 2020. Т. 26. No 2. С. 144–159.

The Subject-Matter of Intensional Conditionals

Thomas Macaulay Ferguson
University of Amsterdam,
The Netherlands and University of St. Andrews, Scotland

Abstract: We consider the matter of how intensional conditional connectives contribute to the subject-matter of sentences in which they appear. We review Kit Fine's model theory for William Parry's logic of analytic implication and some preliminary suggestions made by Fine to address the influence of intensional connectives on subject-matter. After outlining some thoughts on an appropriate formalization, we modify Fine's model theory to give a more natural account and show how several semantic conditions are characterized by individual axioms.

Keywords: *subject-matter, analytic implication, intensional conditionals*

The Content of Conditional Sentences

As discussed in [2], the hallmark feature of William Parry's propositional logic of *analytic implication* AI is the *Proscriptive Principle* that

> no formula with analytic implication as main relation holds universally if it has a free variable occurring in the consequent but not the antecedent.[5, P. 151]

AI was given a model theory by Kit Fine in [3]. Fine's models essentially equip each world w of an S4 Kripke model with a lattice of *concepts* $\langle I_w, \cup_w \rangle$.

Definition 1. An AI model is a tuple $\langle W, R, I, \cup, v, \gamma \rangle$ where:

— $\langle W, R \rangle$ is an S4 Kripke frame
— for each $w \in W$ there is a semilattice $\langle I_w, \cup_w \rangle \in I$
— v is a valuation from atomic formulae to W
— for each $w \in W$ there is an assignment γ_w from atomic formulae to I_w

Fine extends γ_w to cover the entire language as follows:

— $\gamma_w(\neg\varphi) = \gamma_w(\varphi)$
— $\gamma_w(\varphi \circ \psi) = \gamma_w(\varphi) \cup_w \gamma_w(\psi)$ for binary connectives $\circ$

This induces the relation of truth at a world:

— $w \Vdash p$ if $w \in v(p)$
— $w \Vdash \neg\varphi$ if $w \nVdash \varphi$
— $w \Vdash \varphi \wedge \psi$ if $w \Vdash \varphi$ and $w \Vdash \psi$
— $w \Vdash \varphi \to \psi$ if $\begin{cases} \text{for all } w' \text{ such that } wRw', \text{ if } w' \Vdash \varphi \text{ then } w' \Vdash \psi \\ \gamma_w(\psi) \leq_w \gamma_w(\varphi) \end{cases}$

Note the two components of Fine's truth conditions for $\varphi \to \psi$, which we might think of as the *alethic* and *content-theoretic* elements.

The definition of γ_w does not distinguish between *extensional* and *intensional* connectives; neither provides any content beyond that of subformulae. As Fine points out in his [3], Parry's [4] offers the Proscriptive Principle as a thesis about the inclusion of *concepts* (*Begriffe*) while simultaneously describing analytic implication itself as a concept (*Begriff*).

> Another change, suggested by Parry..., arises from treating analytic implication as a concept. No proposition not containing this concept could then analytically imply a proposition containing that concept.[3, P. 177]

Fine offers a preliminary method of incorporating this suggestion into the model theory. The contribution of the intensional connective $\to$ is represented by a concept $\gamma_w(\to)$ in each I_w. The definition of γ_w is then revised as follows:

— $\gamma_w(\varphi \circ \psi) = \gamma_w(\varphi) \cup_w \gamma_w(\psi)$ for *extensional connectives* $\circ$
— $\gamma_w(\varphi \to \psi) = \gamma_w(\varphi) \cup_w \gamma_w(\psi) \cup_w \gamma_w(\to)$

If γ_w is understood as an assignment of subject-matter, there are reasons to believe the preliminary suggestion to be too coarse. Our guiding thesis is this:

Remark 1. Intensional connectives are *transformative*; the subject-matter of a conditional *overlaps* the subject-matter of its subformulae but the two are *incommensurable*. The structure and nesting of conditionals influences their subject-matter as well. In contrast, extensional connectives, acting as mere punctuation marks, are inert and add no content.

To illustrate the proposed *incommensurability*, consider the following statements, intended to give readings to formulae $\varphi \to \psi$ and $\varphi \supset \psi$, respectively:

1. The concept *bachelor* analytically contains the concept of *being unmarried*.
2. Every member of the class of bachelors is unmarried.

Let us investigate the subject-matters by asking what the two are *about*. Intuitively, $\varphi \to \psi$ is *about* the concepts *bachelor* and *being unmarried*—and a purported relationship between them; it is not *about* ground facts about bachelors. $\varphi \supset \psi$, on the other hand, is *about* particular instances of these concepts; it is an *assertoric* gesture categorizing the individuals populating the world.

In this sense, despite a degree of *a priori* overlap between the subject-matters of $\varphi \to \psi$ and $\varphi \supset \psi$, each is about strictly distinct topics. Consequently, two characteristic axioms of [4] are clearly too strong and should fail in an appropriate modification to AI:

11. $(\varphi \to \psi) \to (\varphi \supset \psi)$
13. $f(\varphi) \to (\varphi \to \varphi)$, $f(\varphi)$ any formula in which φ appears

As far as the influence of structure and nesting, we assert that the subject-matters of $\varphi \to (\psi \to \xi)$ and $(\varphi \to \psi) \to \xi$ seem distinct. The former describes a relationship between φ (on the one hand) and a further relationship that holds between ψ and ξ (on the other); the latter is about an entirely different relationship. If the content of a conditional is determined in part by the depth and ordering of its subconditionals, an adequate refinement to Parry's AI is likely to enjoy a property like Brady's notion of *depth relevance* (see *e.g.* [1]).

Apart from these modest suggestions, our position is to remain largely *agnostic* about the subject-matter of a conditional.

Positive Remarks

Despite our agnosticism, there are some positive steps that can be taken. First, we have noted that important distinctions are obliterated by Fine's preliminary modification to his model theory. In response, we first introduce a slightly revised model theory $\mathsf{AI}{\rightarrow}$ that respects the theses of our Remark 1:

Definition 2. An $\mathsf{AI}{\rightarrow}$ model modifies Definition 1 by adding:

— for each $w \in W$ there is function $\rightarrow_w : I_w \times I_w \longrightarrow I_w$

For these models, we retain the truth conditions but modify γ_w as follows:

— $\gamma_w(\varphi \rightarrow \psi) = \gamma_w(\varphi) \rightarrow_w \gamma_w(\psi)$

The modest assumptions made of $\rightarrow_w$ respect our doctrine of agnosticism.

Given the presence of the $\rightarrow_w$ functions, we are able to characterize arguably plausible conditions on $\rightarrow_w$. First, consider the following axiom from [4]:

8. $(\varphi \rightarrow \psi \wedge \xi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$

Axiom 8 seems like the most plausible thesis about inclusion relationships between subject-matters of conditionals among Parry's axioms. There is a sense in which the axiom communicates a true *analytic decomposition* of the antecedent's subject-matter. We can ensure its validity against a particular class of $\mathsf{AI}{\rightarrow}$ models enforcing a semantic condition:

Proposition 3. *Axiom 8 is valid in those models where each $\rightarrow_w$ satisfies:*

$$a \rightarrow_w b \leq_w a \rightarrow_w (b \cup_w c)$$

Proof. The above semantic condition immediately entails that $\gamma_w(\varphi \rightarrow \psi) \leq_w \gamma_w(\varphi \rightarrow \psi \wedge \xi)$, so we focus on the veridical component of the truth conditions.

Suppose that there exists an accessible w' such that $w' \Vdash \varphi \rightarrow \psi \wedge \xi$ but $w' \nVdash \varphi \rightarrow \psi$. There are two explanations for the failure of $\varphi \rightarrow \psi$. If there is an accessible w'' such that $w'' \Vdash \varphi$, then because $w' \Vdash \varphi \rightarrow \psi \wedge \xi$, also $w'' \Vdash \psi \wedge \xi$, whence $w'' \Vdash \psi$. So it must hold that $\gamma_{w'}(\psi) \nleq_{w'} \gamma_{w'}(\varphi)$. But this is impossible; between $\gamma_{w'}(\psi) \leq_{w'} \gamma_{w'}(\psi \wedge \xi)$ (by conditions on $\gamma_{w'}$) and $\gamma_{w'}(\psi \wedge \xi) \leq_{w'} \gamma_{w'}(\varphi)$ (because $w' \Vdash \varphi \rightarrow \psi \wedge \xi$), we know that $\gamma_{w'}(\psi) \leq_{w'} \gamma_{w'}(\varphi)$. $\square$

The semantic condition characteristic of Axiom 8 is modest and plausible, which reinforces the intuition that the axiom is justified. We proceed to consider several less obvious—yet reasonable—theses, including the following axiom:

7. $(\varphi \to \psi) \wedge (\psi \to \xi) \to (\varphi \to \xi)$

While less obviously correct than Axiom 8, there is clear intuitive appeal to Axiom 7. It admits an intuitive reading that the *analyticity* of hypothetical syllogism means that it adds no content beyond its premises.

As in the case of Axiom 8, we describe a condition on $\to_w$ that validates the thesis.

Proposition 4. *Axiom 7 is valid in models in which each $\to_w$ satisfies:*

$$a \to_w c \leq_w (a \to_w b) \cup_w (b \to_w c)$$

Proof. The condition immediately establishes that $\gamma_w(\varphi \to \xi) \leq_w \gamma_w((\varphi \to \psi) \wedge (\psi \to \xi))$, satisfying the content inclusion half of the truth conditions.

Suppose that there is an accessible world w' at which $w' \Vdash \varphi \to \psi$, $w' \Vdash \psi \to \xi$, but $w' \nVdash \varphi \to \xi$. The failure must be either due to the content or the alethic component of the truth conditions. We know that $\gamma_{w'}(\xi) \leq_{w'} \gamma_{w'}(\psi) \leq_{w'} \gamma_{w'}(\varphi)$, whence $\gamma_{w'}(\xi) \leq_{w'} \gamma_{w'}(\varphi)$. So the failure requires the existence of an accessible w'' such that $w'' \Vdash \varphi$ but $w'' \nVdash \xi$. But $w' \Vdash \varphi \to \psi$ entails that $w'' \Vdash \psi$, which jointly with $w' \Vdash \psi \to \xi$ entails that $w'' \Vdash \xi$. $\square$

The difficulty with Axiom 7 is that it is a thesis about the inclusion of a single conditional's subject-matter within the *fusion* of two distinct conditionals. To conclude, we consider Axioms 9 and 10 of [4], which have a similar structure:

9. $((\varphi \to \xi) \wedge (\psi \to \zeta)) \to (\varphi \wedge \psi \to \xi \wedge \zeta)$
10. $((\varphi \to \xi) \wedge (\psi \to \zeta)) \to (\varphi \vee \psi \to \xi \vee \zeta)$

We don't have overwhelming intuitions about Axioms 9 and 10, other than to say that their plausibility is on a par with that of Axiom 7. Nevertheless, it is a worthwhile exercise to establish a corresponding semantic condition:

Proposition 5. *Axioms 9 and 10 are valid in models satisfying:*

$$(a \cup_w b) \to_w (c \cup_w d) \leq_w (a \to_w c) \cup_w (b \to_w d)$$

Proof. By the semantic condition on $\to_w$, $(\gamma_w(\varphi) \cup_w \gamma_w(\psi) \to_w \gamma_w(\xi) \cup_w \gamma_w(\zeta)) = \gamma_w(\varphi \wedge \psi \to \xi \wedge \zeta)$ is included in $\gamma_w(\varphi \to \xi) \wedge (\psi \to \zeta)$.

Now, consider an arbitrary w' such that wRw' and let $w' \Vdash (\varphi \to \xi) \wedge (\psi \to \zeta)$. We show that $w' \Vdash \varphi \wedge \psi \to \xi \wedge \zeta$. First, we treat the alethic component. At any accessible w'' at which $\varphi \wedge \psi$ is true, φ and ψ are true individually. The truth of $\varphi \to \xi$ and $\psi \to \zeta$ then ensure that ξ and ζ, too, are true at w'', whence $w'' \Vdash \xi \wedge \zeta$. Also, the truth of $\varphi \to \xi$ and $\psi \to \zeta$ at w' entails that $\gamma_{w'}(\xi) \leq_{w'} \gamma_{w'}(\varphi)$ and $\gamma_{w'}(\zeta) \leq_{w'} \gamma_{w'}(\psi)$. But the lattice-theoretic properties of $\langle I_{w'}, \cup_{w'} \rangle$ entail that $\gamma_{w'}(\xi) \cup_{w'} \gamma_{w'}(\zeta) \leq_{w'} \gamma_{w'}(\varphi) \cup_{w'} \gamma_{w'}(\psi)$, satisfying the content-theoretic component as well. □

Bibliography

[1] Brady R.T. *Depth relevance of some paraconsistent logics.* // Studia Logica. 1984. Vol. 43, № 1/2. P. 63–73.

[2] Ferguson T. M. *Meaning and Proscription in Formal Logic.* Cham: Springer, 2017.

[3] Fine K. *Analytic implication.* // Notre Dame Journal of Formal Logic. 1986. Vol. 27, № 2. P. 169–179.

[4] Parry W.T. *Ein Axiomensystem für eine neue Art von Implikation (analytische Implikation).* // Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums. 1933. Vol. 4, P. 5–6.

[5] Parry W.T. *The logic of C. I. Lewis.* // The Philosophy of C. I. Lewis. / Ed. by P. A. Schilpp. - Open Court Press, 1968. - P. 115–154.

Обоснование выводимых правил в нетранзитивной логике Уира

Шангин В. О.
МГУ им. М.В. Ломоносова, философский факультет, кафедра логики
shangin@philos.msu.ru

Аннотация: Алан Уир предложил трехзначную нетранзитивную логику $\mathbf{NC_3}$ в виде системы натурального вывода с зависимостями (типа Суппеса-Леммона). Особенностью отношения следования в $\mathbf{NC_3}$ является двунаправленность: в нем различаются совпадающие в классической логике сохранение истинности от посылок к заключению и сохранение ложности от заключения к посылкам. В результате следование в $\mathbf{NC_3}$ нетранзитивно: точнее говоря, оно обладает ограниченной, а не обобщенной транзитивностью. На уровне системы натурального вывода для $\mathbf{NC_3}$ А. Уир предложил ограничивать применение только некоторых правил исключения логических связок: применение правила разрешено, если все формулы, от которых зависят посылки данных правил, *детерминированы*. В статье мы предлагаем новое обоснование для выводимых правил уировской системы.

Ключевые слова: *неклассическая логика, теория доказательств, нетранзитивность, натуральный вывод*

A justification of the derivable rules in Weir's nontransitive logic

Shangin V. O.
Lomonosov MSU, Philosophy faculty, Logic department
shangin@philos.msu.ru

Abstract: Alan Weir proposed a three-valued nontransitive logic $\mathbf{NC_3}$ in the form of a Lemmon-style natural deduction system (with dependencies). The specifics of its relation of logical entailment is bidirectness: this relation makes a difference between downwards truth-preservation and upwards falsity-preservation which coincide in classical logic. As a result, its entailment relation is nontransitive, viz.: it holds a restricted rather than a generalized transitivity. With regard to the natural deduction system for $\mathbf{NC_3}$, Weir proposed restricting on applications of only certain rules for introducing logical connectives: an application of such a rule is allowed if all the formulae which premises of the rule depend upon are *determinate*. In the paper, we propose a new justification for the derivable rules in the Weirian system.

Keywords: *non-classical logic, proof theory, nontransitivity, natural deduction*

Нетранзитивная трехзначная логика Уира $\mathbf{NC_3}$

Нетранзитивная трехзначная логика $\mathbf{NC_3}$ (neo-classical three-valued) предложена шотландским логиком Аланом Уиром [2]. Анализируя причины появления парадокса Карри, он приходит к оригинальному решению, связанному с особым понятием отношения логического следования (*курсив наш*): «Я считаю основополагающим для понятия логического следования, что если посылка истинна, то и заключение истинно, а если заключение ложно, то и посылка ложна. Второе направление — сохранение ложности снизу вверх — обычно опускается: вероятно, потому что оно следует из первого в классической двузначной семантике; однако, я вообще не вижу никакой причины в том, чтобы асимметрично рассматривать сохранение истинности сверху вниз и сохранение ложности снизу вверх. $< \ldots >$ *Рассуждения с неложными посылками и ложными заключениями также плохи, как рассуждения с истинными посылками и неистинными заключениями*» [2, с. 100].

Стандартно задаются пропозициональный язык L, $\{\top, \bot\} \in L$, и множество L-формул. $A, B, C, A_1, \ldots$ обозначают L-формулы. $\Gamma, \Delta, \Theta, X, Z, \varXi, \varSigma, \Gamma_1, \ldots$ обозначают множества L-формул. Логика $\mathbf{NC_3}$ тривалентна: 1 (выделенное значение), $1/2$ и 0. Связки $\neg, \wedge, \vee$ – это связки сильной логики Клини, а связки $\rightarrow, \equiv, \bot, \top$ – это связки логики Лукасевича. $A \equiv B$ – это сокращение для $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$. Отношение логического следования для $\mathbf{NC_3}$ задается следующим образом [2, с. 101]: «Δ влечет $A(\Delta \models_{\mathbf{NC_3}} A)$, если и только если для любого $B \in \Delta$: если все $\Delta - B$ истинны, то a) если B истинна, то A истинна, и b) если B ложна, то A ложна». В результате если $\Gamma \models_{\mathbf{NC_3}} A$ и $\Theta, A \models_{\mathbf{NC_3}} \Delta$, то $\Gamma, \Theta \not\models_{\mathbf{NC_3}} \Delta$. С другой стороны, частный случай обобщённой транзитивности имеет место: если $B \models_{\mathbf{NC_3}} A$ и $A \models_{\mathbf{NC_3}} C$, то $B \models_{\mathbf{NC_3}} C$.

Система натурального вывода $\mathbf{ND_{NC_3}}$ для логики $\mathbf{NC_3}$

Предложенная А. Уиром непротиворечивая и полная система [3] натурального вывода $\mathbf{ND_{NC_3}}$ (название наше) — это система натурального вывода с зависимостями (система линейного типа Суппеса-Леннона). Заметим, что её правила вывода оперируют секвенциями, заданными нетрадиционным образом. Мы придерживаемся оригинальной формулировки правил с незначительными изменениями. I (E) обозначает правило введения (исключения).

$$X \quad (1) \quad A \quad H, \text{ где } A \in X$$

$$\begin{array}{llll} X & (1) & A & \\ X & (2) & A \vee B & 1, \vee I_1 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{llll} X & (1) & B & \\ X & (2) & A \vee B & 1, \vee I_2 \end{array}$$

X	(1)	$A \vee B$	
Ξ, A	(2)	C	
Z, B	(3)	C	
$\Sigma_i, i \in I$	(4.i)	$D(A_i)$	$\forall A_i \in (X \cap (\Xi \cup Z))$
$X, \Xi, Z, \bigcup_{i \in I} \Sigma_i$	(5)	C	$1, 2, 3\,[4.i, i \in I], \vee E$

$D(A)$ есть $\neg(A \equiv \neg A)$ и называется *детерминирующей* формулой. Отметим, что $v(D(A)) \neq 1/2$. $I(A)$ есть $A \equiv \neg A$.

X	(1)	A	
Ξ	(2)	B	
X, Ξ	(3)	$A \wedge B$	$1, 2, \wedge I$

X	(1)	$A \wedge B$	
X	(2)	A	$1, \wedge E_1$

X	(1)	$A \wedge B$	
X	(2)	B	$1, \wedge E_2$

X, A	(1)	B	
X	(2)	$A \to B$	$1, \to I$

X	(1)	$A \to B$	
Ξ	(2)	A	
Z_i	(3.i)	$D(A_i)$	$\forall A_i \in X \cap \Xi$
$X, \Xi, \bigcup_{i \in I} Z_i$	(4)	B	$1, 2\,[3.i], \to E$

X	(1)	A	
Ξ	(2)	$\neg A$	
Z_i	(3.i)	$D(A_i)$	$\forall A_i \in X \cap \Xi$
$X, \Xi, \bigcup_{i \in I} Z_i$	(4)	C	$1, 2\,[3.i], \neg E$

$X, \neg A$	(1)	$\perp$	
X	(2)	A	$1, \neg I_{CL}$

X, A	(1)	$\perp$	
X	(2)	$\neg A$	$1, \neg I_{INT}$

X	(1)	$A \wedge \neg A$	
X	(2)	$B \vee \neg B$	$1, M$

$-$	(1)	$D(A) \vee I(A)$	LEM

X	(1)	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$	
X	(2)	$A \vee (B \wedge C)$	$1, DPC$

X	(1)	$A \wedge (B \vee C)$	
X	(2)	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	$1, DPD$

X, A	(1)	$I(A)$	
Ξ, B	(2)	$I(B)$	
X, Ξ, A, B	(3)	$\perp$	$1, 2, \perp\text{rule}, A \neq B$

Определение 1. В секвенциальном формате натурального вывода типа Леммона любая линейная последовательность секвенций, в которой последующая секвенция выводится из предыдущих по одному из правил вывода, считается доказательством. Если Γ является множеством формул, входящих в антецедент такой секвенции в доказательстве, а формула A является ее сукцедентом, то мы пишем $\Gamma \vdash_3 A$ [3, с. 5].

Примеры $\mathbf{NC_3}$-доказательств можно найти в [3].

Обоснование выводимых правил в $\mathbf{NC_3}$

Попробуем обосновать правило $\neg\neg E$

Γ	(1)	$\neg\neg A$	
Γ	(2)	A	$1, \neg\neg E$

стандартным, «классическим» образом:

Γ	(1)	$\neg\neg p$	
2	(2)	$\neg p$	H
$\Gamma, 2$	(3)	$\bot$	$1, 2, \neg E$
Γ	(4)	p	$3, \neg I_{CL}$

Применение $\neg E$ не проходит, если $\neg p \in \Gamma$: $\neg p$ входит в множества, от которых зависят формулы на 1–2 шагах, и она недетерминирована. Это препятствие устраняется с помощью $\mathbf{NC_3}$-теоремы $\neg\neg p \to p$.

1	(1)	$\neg\neg p$	H
2	(2)	$\neg p$	H
$1, 2$	(3)	$\bot$	$1, 2, \neg E$
1	(4)	p	$3, \neg I_{CL}$
–	(5)	$\neg\neg p \to p$	$4, \to I$

Обоснование $\neg\neg E$ с помощью $\neg\neg p \to p$ тривиально.

Одним из замечательных свойств детерминированной формулы является «ненужность» входящего в нее отрицания, а именно, покажем, что $D(A) \equiv D(\neg A) \equiv D(\neg \ldots \neg A)$, на примере $D(A) \equiv D(\neg A)$.

1	(1)	$D(p)$	H
2	(2)	$I(\neg p)$	H
2	(3)	$\neg p \to \neg\neg p$	$2, \wedge_1 E$
2	(4)	$\neg\neg p \to \neg p$	$2, \wedge_2 E$
5	(5)	$\neg p$	H
$2, 5$	(6)	$\neg\neg p$	$3, 5, \to E$
$2, 5$	(7)	p	$6, \neg\neg E$
2	(8)	$\neg p \to p$	$7, \to I$
9	(9)	p	H
9	(10)	$\neg\neg p$	$9, \neg\neg I$
$2, 9$	(11)	$\neg p$	$4, 10, \to E$
2	(12)	$p \to \neg p$	$11, \to I$
2	(13)	$I(p)$	$8, 12, \wedge I$
$1, 2$	(14)	$\bot$	$1, 13, \neg E$
1	(15)	$D(\neg p)$	$14, \neg I_{CL}$
–	(16)	$D(\neg p) \to D(p)$	$15, \to I$

$D(p) \to D(\neg p)$ доказывается аналогично. Таким образом показывается обоснованность остальных правил вывода, перечисленных в [3].

Заключение

Для построенной А. Уиром системы натурального вывода типа Леммона (с зависимостями) предложено новое обоснование выводимых правил. Предложенные доказательства, прежде всего, нацелены на улучшение процедур поиска вывода [4]. С другой стороны, темой дальнейших исследований может стать применение метода корреспондентского анализа (см. status quo в [1]) к логике Уира для исследования всех её n-местных (прежде всего, двухместных) расширений.

Работа поддержана РФФИ, грант № 20-011-00698.

Литература

[1] Petrukhin Y., Shangin V. *Correspondence analysis for some fragments of classical propositional logic.* // Logica Universalis. 2021. Т. 15, № 1. С. 67–85.

[2] Weir A. *A robust non-transitive logic.* // Topoi. 2013. Т. 34, № 1. С. 99–107.

[3] Weir A. *Metatheoretic results for a non-transitive logic.* // Technical Report. University of Glasgow, Glasgow, UK. 2013. `http://eprints.gla.ac.uk/80590/1/80590.pdf`. Дата обращения — 16/03/2021.

[4] Шангин В. О. *Поиск вывода в нетранзитивной трехзначной логике Вира* // Наука как общественное благо: сборник научных статей, Москва: Русское общество истории и философии науки, 2020. Т. 4, С. 247–251.

Философская логика

Интерпретация базовых условных высказываний с позиции логики

Боброва А. С.
Москва, РГГУ, философский факультет
angelina.bobrova@gmail.com

Аннотация: В статье через призму логики рассматриваются базовые условные высказывания, то есть индикативы с прагматически неокрашенным отношением между независимыми антецедентом и консервантом. Это когнитивное понятие должно помочь в ответе на вопрос: основываются ли естественные условные высказывания на какой-то абстрактной базовой семантике или их интерпретация определяется контекстом. Доклад сможет внести свой вклад в обсуждение проблемы: какие формальные связки способны адекватно отражать природу базовых кондиционалов. В данном вопросе сосуществуют несколько решений, но наиболее популярная интерпретация будет основываться (в случае ложного антецедента и истинного консеквента) на строгой импликации в немонотонных моделях.

Ключевые слова: *условная связь, базовые условные высказывания, материальная импликация, строгая импликация.*

Basic Conditionals Interpretation from the Perspective of Logic

Bobrova A.
Moscow, RSUH, philosophical department
angelina.bobrova@gmail.com

Abstract: The paper scrutinizes basic conditionals, namely indicative conditionals with contextless relations between unrelated antecedents and consequents, through the lens of logic. This cognitive concept has to clarify if there is a basic underlying semantics of natural conditionals or their interpretations are modulated by content. My presentation should contribute to the decision on formal connectives that can adequately represent the essence of basic conditionals. Several types of implications can be applied, but the most common interpretation presumes (in the case of false antecedents and true consequent) variably strict conditionals with non-strictly deductive (defeasible) models.

Keywords: *conditionals, basic conditionals, material implication, strict implication.*

О природе условных высказываний в логике спорят с момента ее появления. Не смогла пройти мимо этой проблемы и когнитивная наука, поставившая вопрос: как люди рассуждают в целом и как в частности они это делают с помощью последовательности «если…, то…». Условные высказывания используются нами повсеместно: импликативная связь лежит в основе условий и гипотез, мы опираемся на нее, угрожая, предупреждая или давая обещание. Однако до сих пор не понятно, что именно вынуждает нас соединять антецедент с его консеквентном, равно как и какова логическая (семантическая) основа (фундамент) этой связи.

В своем докладе я коснусь последнего вопроса, ограничив спектр естественных условных или импликативных высказываний нейтральными, то есть свободными от влияния прагматики, индикативами. Результаты когнитивных исследований (1) мы проанализирует со стороны логики (2).

(1). Хотя в вопросе природы условной связи когнитивные теории и отталкиваются от логики, нельзя сказать, что она (в строгом смысле) играет в этом тандеме главную роль. Довольно распространённой является позиция, согласно которой наиболее адекватным способом изучения рассуждений является вероятностный подход Байеса, который и в самом деле неплохо работает, но преимущественно в процессах объяснения и проверки рассуждений с известной информацией. Если данные в рассуждении оказываются неизвестными или в ходе работы требуется его реконструкция, он явно начинает буксовать. Условные высказывания сторонники этого решения задают через материальную импликацию, а расхождение ее оценки с реальностью объясняют через условную вероятность перехода посылок к заключению. Аналогичную опору на материальную импликацию можно встретить и в известной теории ментальных моделей.

В последние годы все активнее развиваются течения, в которых продуктивность материальной импликации ставится под сомнение. Виной тому оказываются условные высказывания с ложным антецедентом и истинным консеквентом (defective conditionals), которые материальная импликация толкует как истинные. Данную ситуацию удобно рассмотреть на примере так называемых *базовых условных высказываний* или *кондиционалов* (basic conditionals), которые должны были помочь в изучении относительно абстрактной семантики естественных рассуждений, если таковая вообще существует [3]. Эти высказывания лишены всякой прагматической составляющей, а их структура предполагает знакомые референты для антецедента с консеквентом и абстрактную связь между ними: например, «если круг красный, то звезда черная». Базовые кондиционалы изучаются на базе экспериментов, участники которых оценивают высказывания с различными истинностными значениями антецедента (P) и консеквента (Q) (вместо «истина» может стоять «вероятно»). Наиболее встречающийся результат следующий: импликация истинна в случае утверждения P

и Q, ложна при P и $\overline{Q}$, а ложный антецедент ($\overline{P}$) дает неопределенную оценку.

Основные результаты этого решения соотносятся с недавно предложенной теорией гипотетического вывода (Hypothetical Inferential Theory), согласно которой ядро условного высказывания формирует выводная связь (inferential connection), существующая между его частями [2]. Эта когнитивная теория не отвечает на вопрос природы логической связи в базовых кондиционалах, но в отличие от них выстраивается с опорой на значимые логические результаты.

(2). Таким образом, сотрудничество логики и когнитивных наук в вопросе природы условной связи уже дает свои плоды. Однако результатов может быть существенно больше, так как некоторые текущие разработки в когнитивной сфере порой сильно напоминают процессы, происходившие в современной логике на этапе ее становления и позволившие ей выработать то многообразие подходов, которым она сегодня обладает: в логике сосуществуют материальная, строгая, релевантная импликации, а примыкающая к ней прагматика при анализе команд, обещаний, просьб, имеющих опять же форму условий, способна и вовсе выходить за рамки пропозиций. Базовые кондиционалы, занимающиеся поиском абстрактной связи, органично вписываются в этот ряд.

В докладе будет продемонстрирован наиболее часто встречающийся вариант семантики базовых кондиционалов, который можно представить как строгую или интуиционистскую импликацию естественного языка, работающую в немонотонных контекстах. Эта связка способна представить как роль антецедента, которую он играет в базовых контекстах, так и следствия, возникающие в силу неопределенности типов живых знаков. Предлагаемое решение лишь отдаленно напоминает известные логические и философские теории столетней давности (например, теорию типов). Строгая импликация рассматривается скорее в эволюционном ключе, как его можно встретить в работах Ч. Пирса. Хотя это и не столь широко известно, один из основателей современной логики живо интересовался проблемой эволюции логических связок [4].

Предлагаемое понимание базовой условной связи перекликается с результатом другого независимого исследования [5]. Работая с ложным антецедентом и истинным консеквентом в условных высказываниях (defective conditionals), его автор приходит к мысли о возможности в таких ситуациях строгой связи. При этом он рассматривает не базовые условные высказывания, а некоторые контр-интуитивные формы импликативных формул.

Вместе с тем, даже такие параллели не позволяют делать общие выводы относительно строгой немонотонной связи. Перед нами лишь частное решение значимой проблемы. Однако даже оно оказывается весьма продуктивными. В случае логической интерпретации базовых кондиционалов мы, во-первых, видим, что обращение к максимально свободным от содержания и прагматики контекстам не порождает предельно экстенсиональной импликативной связи, а возвращает к интенсиональности. В терминах семиотики это означает, что импликация естественного языка не способна проводить различия между знаком-формализатором (formaliter) и знаком-материализатором (materialiter), а потому отвлечение на формальном уровне от одного содержания, похоже, будет порождать новые. Во-вторых, зависимость условной связи от типов знаков заставляет задуматься о ее возможной релевантности (о последней можно будет говорить, если обнаружится, что оценка «неопределенно» в разных ситуациях дает различную семантику). В свете имеющихся данных гипотеза о наличии релевантной связи выглядит вполне резонно, а в случае своего подтверждения она сможет стать проверкой обоснованности заявления: «first degree-entailment everywhere and under every angle!» [1, с. 123]. Для когнитивной же психологии, в-третьих, логическая реконструкция дает пищу для размышления, насколько и в каком смысле базовые условные высказывания являются базовыми, ибо строгая импликация оказывается снова завязанной на контекст, правда, в несколько ином смысле.

Литература

[1] Зайцев Д.В., *Истина, следование и современная логика* // Логическая семантика: перспективы для философии языка и ээпистемологии: Сборник научных статей, посвященный юбилею Е.Д. Смирновой. Москва: Креативная экономика, 2011. С. 109–125.

[2] Dreier J. Douven I., Elqayam S., Singmann H., and van Wijnbergen-Huitink J *Conditionals and inferential connections: A hypothetical inferential theory* // Cognitive Psychology. 2018. V. 101. P. 50–81.

[3] Markovits H., de Chantal J., and Brisson P.-L. *Abstract reasoning and the interpretation of basic conditionals* // Thinking and Reasoning. 2019. V. 25, Issue 1. P. 1–13.

[4] Bobrova A. and Pietarinen A.-V. *Thoughts, Things and Logical Guidance* // Peirce and Husserl: Mutual Insights on Logic, Mathematics and Cognition. Cham: Springer, 2019. P. 43–60.

[5] Vidal M. *The Defective Conditional in Mathematics* // Journal of Applied Non-Classical Logics. 2014. Vol. 24. Issue 1–2. P. 169–179.

Categorical Process Logic

Vasyukov V. L.
Institute of Philosophy RAS
vasyukov4@gmail.com

Abstract: Genuine Process Logic by Wolfgang Sohst is primarily intended as a counter-conception to the classical state logics. It places the object-bound process itself at the center of formalism, a process-logical conclusion would be only one envisaged from the outset as the aim of a process chain and is then proven valid by its preceding and equally validated expression sequence. The Categorical Process Logic is an extension of GPL where the plurality of processes between the same objects is considered.

Keywords: *process, objects, action-objects, arrows-actions, polynomial category*

Genuine Process Logic (GPL) by Wolfgang Sohst [1] is primarily intended as a counter-conception to the classical state logics. The main idea of GPL is to depict a possible or real event in a very general and elementary way, and to formally differentiate both from each other. It places the object-bound process itself at the center of formalism, a process-logical conclusion would be only one envisaged from the outset as the aim of a process chain and is then proven valid by its preceding and equally validated expression sequence. A mixture with state logical terms is possible.

According to GPL processes always take place within one and the same or between several objects and thus present themselves as a single process between individual objects or in themselves. Objects do not only act at present; they are always situated in a possibility horizon that depends on their situation in the interplay with their environment. A procedural formalism must consider the important fact that objects can be attributed to potential effects in a very general sense, without this effect having to occur immediately. In GPL one refers to this potential form of effect as latent, whereas the actual effect occurs as actual.

To formally fulfill this requirement, instead of the traditional state logic predicate, three distinct kind of signs are used:

1. Object symbols.
2. Latency symbols (for the potential effect of an object).
3. Action symbols (for the actual effect).

The square brackets are used instead of the round to attribute an effect to an object. For the assignment of a possible action to an object, i.e. for the formalization of pure latency, we first only write $F[a]$, where the Latin capital letter in front of the parenthesis stands for the latent effect, the italic lowercase letter in parenthesis for the affected object. Such an expression is called an action object. The object expression in the bracket can also be multi-digit:

$F[a, b, c]$ which means that a single potency is assigned to an entire group of objects (an action item group).

The negation of such a latent potential is expressed by the usual negation sign ‘¬‘, which is called the ‘negation of potentiality’. From the position of its emergence in a sequence of expressions, it negates the further possibility of the denoted effect, i.e. determines its impossibility.

The positive double-digit action operator $\Rightarrow$ as well as its correlative single-digit $\Leftarrow$ operator and their negations and are temporally indifferent, i.e. they do not refer to a particular moment of effect in time, nor to their duration. The places of an action operator to be filled can be composed of a plurality of source or target objects. In this case, these form a common efficient cause and are to be connected by the $\wedge, \vee$ or $\neg$ connectives.

The two places to the left and right of the operator, as we have said, are called the ’source object’ and the ’target object’ of an effect. This also applies to action object groups.

Since the chain of effects should be not complete then to stress this obstacle we use the notation $...F[a] \Rightarrow G[b]...;...F[a] \Leftarrow ...$(i.e. the right side of the operator remains empty), $...F[a] \Rightarrow F[a, b]...$ (the inclusion of another object in an already existing action object group). Also, to avoid infinite chain of follow-up reactions, one simply put behind the target object a reference pointing to its secondary target object, i.e. $...F[a] \Rightarrow G[b]c...$ If a is itself the secondary target, we have $...F[a] \Rightarrow G[b]a...$, and in the case of an affected action object group $...F[a, b, c] \Rightarrow G[d]a...$

The following expressions are valid in the GPL:$...F[a] \Rightarrow G[c] \vee H[d]...$; $...F[a] \vee F[b] \Rightarrow G[c] \wedge H[d]...$; $...F[a] \Rightarrow G[b] \wedge H[b] \Rightarrow I[c]...$ But the connectives ’$\wedge$’ and ’$\vee$’ here are not sentential connectives with a truth value that can be represented in a truth table. The GPL knows only a metalinguistic admissibility or inadmissibility of their expressions, i.e. only the difference between well-formed and non-well-formed expressions.

GPL does not describe object states, but active objects, i.e. objects as units of effect. This results in the requirement to formally model the formation and the disappearance of active objects. Thus, we establish that well-formed expressions may contain only those active objects that have been formally generated before and have not yet been eliminated. We define the character ’$\uparrow$’ (“UP”) for the introduction of a new active object and the character ’$\downarrow$’ (“DOWN”) for its elimination. From this follows that the object-language ’horizon’ of an expression sequence, as that which an expression sequence deals with, is not fixed from the beginning.

So, the following expression sequence:

1. $... \uparrow V[a] \Rightarrow \uparrow L[c]a \wedge \uparrow E[b]a$
2. $E[b] \Rightarrow \downarrow a \vee K[a]...$

says in colloquial language:

1. An object a appears whose effect V is to produce the active objects $L[c]$ and $E[b]$.
2. Of these two new action objects, object b either causes a to no longer have the effect V or a to have the new effect K.

Finally, an expression of the fusion creates a new, unified target object from a multiplicity of source objects. We use the sign '$\oplus$' for it, while for the reverse process, the splitting, which produces from a source object a multiplicity of independent targets, we use the sign '$\otimes$'. An example for those is the next:

1. $... \uparrow P[a] \Rightarrow \uparrow b \wedge \uparrow c \wedge \uparrow d$
2. $A[a] \Rightarrow F[b \oplus c \oplus d] \Rightarrow \uparrow f$

Informally, we imagine that Albert, here: a, as an avid cyclist buys three new items of a racing bike and combines them into a new racing bike.

Now, the main idea of Categorical Process Logic (CPL) seems to be clear: to make Process Logic more flexible it worth instead of the action operator $\Rightarrow$ (as well as its correlative operator $\Leftarrow$ and their negations) employs the collection of operations describing the set of actions pursuing the analogy not with the logical implication operator but with the deducibility.

To this end we consider a category $\mathbf{C}$ with the action-objects and arrows-actions (action symbols) and supply it with the set of endofunctors which will plays the part of potential effects of objects (latency symbols). Thus, $F[a] \Rightarrow G[b]$ will be transformed into $F[a] \xrightarrow{f} G[b]$ where $F[a]$ means the result of the action of the endofunctor F on the object a and f is an arrow-action. In case of the usage of the secondary target object we need to resort to the construction of the exponential in the sense that $G[b]a$ transforms into $a^{G[b]}$ since every $G[b] \xrightarrow{f} a$ will be an element of $a^{G[b]}$ (taking into account the further possible evolution $a \xrightarrow{g} H[c]$). As to the inclusion of another object in an already existing action object group then the case of $F[a] \Rightarrow F[a, b]$ should be treated as the coincidence of $F[a]$ and $F[b]$.

In order to adopt GPL-expressions of the type $F[a] \vee F[b] \Rightarrow G[c] \wedge H[d]$ our category $\mathbf{C}$ should be a category with products and co-products. Respectively, it leads to the occurrence of expressions $F[a] \vee F[b] \xrightarrow{f} G[c] \wedge H[d]$ among the formulas of CPL.

As to the availability operations then there the most appropriate approach seems to be the construction of polynomial categories from [2, p.57]. The addition of the new object a to $\mathbf{C}$ allows to formulate the polynomial category $\mathbf{C}[a]^+$ where the set of arrows will include new arrows (processes) from and to the new object a. Thus we need to consider an inclusion functor of $\mathbf{C}$ into $\mathbf{C}[a]^+$ or into $\mathbf{C}[a, b, c]^+$ and so on which preservs the structure of $\mathbf{C}$. The forgetful functor gives us the truncated category $\mathbf{C}[a]^-$ where the set of objects does not include the object a and respective arrows (processes) from and to the object a are eliminated. These transitions from $\mathbf{C}$ to $\mathbf{C}[a]^+$ or to $\mathbf{C}[a]^-$

describe availability operations in CPL – an introduction and elimination of a new active object.

Moreover, CPL gives us opportunity to determine one more notion of availability missing out by GPL. The matter of fact is that we can consider a polynomial category $\mathbf{C}[x]$ where $a \xrightarrow{x} b$ is an indeterminate arrow adjoined to the set of C-arrows. An inclusion functor of $\mathbf{C}$ into $\mathbf{C}[x]$ in this case will describe the process-availability operation of introduction of a new process which lacks in GPL because of the uniqueness of processes in it.

Bibliography

[1] Sohst W. *Genuine Process Logic.* Berlin: Collected Lectures of MoMo, 2017. (Preprint)

[2] Lambek J., Scott P. J. *Introduction to higher order categorical logic.* London: Cambridge University Press,1986.

Когнитивные преференции нечеткой логики

Воробьева С. В.
Белорусский государственный университет
cherbourg@mail.ru

Аннотация: Когнитивные преференции нечеткой логики раскрыты в контексте абстракции потенциальной осуществимости. Обосновано, что преодоление неточности и неясности основано на лингвистических нечетких переменных. Показано, что их использование делает эпистемологически доступными операции различения и отождествления, что позволяет осуществлять переход от диффузных, текучих представлений к концептуальным формализованным объектам.

Ключевые слова: *потенциальная бесконечность, когнитивные образы, лингвистическая переменная, термы, нечеткие подмножества.*

Cognitive preferences of fuzzy logic

Vorobjova S. V.
Belarusian State University
cherbourg@mail.ru

Abstract: The cognitive preferences of fuzzy logic have disclosed in the context of an abstraction of potential feasibility. It has substantiated that overcoming inaccuracy and ambiguity has based on linguistic fuzzy variables. It has shown that their use makes the operations of distinction and identification epistemologically accessible, which allows the transition from diffuse, fluid representations to conceptual formalized objects.

Keywords: *potential infinity, cognitive images, linguistic variable, terms, fuzzy subsets.*

В нечеткой логике как модели описания естественного языка разрабатываются инструменты, позволяющие оперировать неполными знаниями. Ее когнитивная ценность актуализируется, с одной стороны, в неопределенных ситуациях, для которых невозможны нахождения точных решений истинностных значений высказываний, семантические пределы используемых имен и однозначность выводов, с другой, согласно подходу Л. А. Заде, – в развитии интеллектуальных информационных систем, обусловленных «словесными расчетами» [5]. На этом основании целесообразно раскрыть когнитивные преференции нечеткой логики.

Нечеткая логика в версии Л.А. Заде предопределена противоречием между формализмом и конструктивизмом, между актуальной и потенциальной бесконечностью. Формальный подход строится на теоретико-множественных представлениях и опирается на абстракцию актуальной бесконечности. Дизъюнкция в этом подходе является истинной только тогда, когда удается опровергнуть предположение о том, что ни один из ее элементов не истинен. Конструктивизм исходит из предположения о дизъюнкции как потенциальной осуществимости процесса, один из элементов которого будет истинным.

Если абстракция актуальной бесконечности является принципом стратегии аргументации в счетном многообразии, или точечном континууме, то абстракция потенциальной осуществимости – принципом стратегии аргументации в конструктивном многообразии, или элементном континууме [1, с. 103–104]. Это значит, что элементы системы являются не только точками, но и их объединениями, допустим, по времени в фазовом пространстве. При этом распознавание элементов основано на отображении множественности в единичности. Например, понятие медицинской нормы в клинической диагностике представляет собой актуальную бесконечность, так как не имеет однозначного начала и допускает пределы колебаний. Напротив, понятие диагноза подразумевает конструирование его прообраза как элемента дизъюнкции.

Абстракция потенциальной бесконечности лежит в основе интеллектуальных построений, которые осуществимы, если имеют в качестве прообразов практические реализации. В ситуации, когда построение объекта является проблемой, нельзя утверждать, что этот объект существует, пока эта проблема не будет решена. Поэтому абстракция потенциальной бесконечности в методологическом аспекте составляет условие конструирования образа в прежде недифференцированном информационном потоке, или континууме.

В процессе создания концептуального формализованного образа предметной области ведущими становятся лингвистические аспекты принадлежности, например, к классу действий «диагностировать заболевание» или «путешествовать». Их наименования не говорят о том, как это делается, т. е. их референция не является точной, смысл – ясным. Поэтому в нечеткой логике преодолевается неточность в использовании имен, вытекающая из неопределенности их референтов, неясность – из неопределенности смысла (концепта). Фундаментальными становятся вопросы, каким образом возможно уточнение границ референции и прояснение смысла на основе неточности экстенсионала и неясности интенсионала?

Нечеткость когнитивных образных представлений предполагает их дополнение лингвистическими характеристиками в пределах холизма визуальных представлений [6, с. 121–122]. Отсюда инструментарий нечеткой логики, применимый для уточнения оценок отнесенности формируемых образов к определенному классу, должен проистекать из синергизма логических, эпистемологических и когнитивных аспектов аргументации [2] и опираться на континуальный лингвистический контекст [4–6].

Континуальный подход реализуется в пределах подвижных семантических границ, например, изменения слизистой оболочки желудка в пределах «еще не» или «уже да» содержат потенциальные формы диагностической формализации и концептуализации. Такая подвижность границ ставит вопросы о «текучих» переходах в значениях, о степенях принадлежности к классу, о пороговых значениях и их зависимостях от конъюнктивных или дизъюнктивных связей, о минимальных и максимальных значениях [1, с. 107].

Лингвистические аспекты подвижности семантических границ вытекают из понятия лингвистической переменной [4]. Ее значениями выступают выражения естественного или искусственного языка. Лингвистическая переменная (X) имеет два важных аспекта. Первый – значениями лингвистической переменной выступают нечеткие переменные ($T(x)$). Поэтому лингвистическая переменная является переменной более высокого порядка по сравнению с нечеткой переменной. Например, значениями лингвистической переменной «автомобиль» могут выступать «новый», «доступный», «крутой». Второй аспект лингвистической переменной предопределен синтаксическими и семантическими процедурами (правилами). Синтаксические процедуры (G) определяют операции с элементами терм-множества ($T(x)$) и генерируют новые термы (значения). Терм – конкретное название, порождаемое синтаксическим правилом. Семантические процедуры (M) позволяют превратить новые значения лингвистической переменной в нечеткие переменные, т. е. сформировать соответствующие нечеткие подмножества универсального множества.

Минимальный набор нечеткой логики, посредством которого возможно описание неопределенности, включает идентификацию нечеткого множества с помощью характеристической функции принадлежности элемента нечеткому множеству, нечеткого отношения и лингвистической переменной. Для большинства приложений нечеткой логики необходимо задать правило вывода в зависимости от сформулированной гипотезы. Характеристическая функция лингвистической переменной принимает значение в интервале [0, 1]. Граница 0 означает непринадлежность элемента множеству, т. е. то, что предшествует нижнему пороговому значению, граница 1 – однозначную принадлежность (выход за пределы верхнего порогового значения).

В нечеткой логической модели вместо строгих границ в наличии оказываются «нечеткие серые переходы». Например, на основании точных пожеланий покупателя продавец может составить список термов из 6 автомобилей конкретных марок из 80 имеющихся в продаже [3, с. 150]. Значениями лингвистической переменной, на которых формируются нечеткие подмножества, могут в этом случае выступить следующие нечеткие переменные: возраст (меньше года – 8 лет); максимальная скорость (160 – 210 км/ч.); цена (8 – 13 тысяч евро).

В нечеткой логике допустимы операции отрицания, конъюнкции и дизъюнкции. Отрицание – самая простая операция. Например, если признак «дешевый» выразить как функцию, то можно определить признак «недешевый»: недешевый $(x) = 1 -$ дешевый (x). При этом в нечеткой логике, как и в интуиционистской и конструктивистской, не применим закон исключенного третьего, так как может оказаться, что: недешевый $(x) = 1 -$ недешевый (x), т. е. элемент х одинаково принадлежит к двум подмножествам. Конъюнктивные и дизъюнктивные отображения нечетких свойств образуют аргументы разной конструктивной силы [3, с. 155–156].

Таким образом, когнитивные преференции нечеткой логики обусловлены ее близостью к реальной практике рассуждений в условиях неопределенности. Нечеткость понятийно-образных представлений является следствием сформировавшихся сходств. Аппарат нечеткой логики позволяет сделать эпистемологически доступными акты различения и отождествления. Различия вводятся посредством лингвистических нечетких переменных, что позволяет осуществлять переход от диффузных, текучих представлений к концептуальным формализованным объектам.

Литература

[1] Воробьева С. В. *Логика: теория аргументации и критического мышления: учебно-методическое пособие.* Минск: БГУ, 2018. 231 с.

[2] Воробьева С. В. *Логические, эпистемологические и когнитивные аспекты системной модели аргументации* // Философия и социальные науки. 2016. № 1. С. 62–67.

[3] Дрёссер К. *Обольстить логикой. Выводы на все случаи жизни.* Пер. с нем. Н. Е. Асламова. 5-е изд. М. : Лаборатория знаний, 2017. 176 с.

[4] Заде Л. *Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений.* Пер. с англ. Вып. 3. М.: Мир, 1976. 168 с.

[5] Заде Л. А. *Роль мягких вычислений и нечеткой логики в понимании, конструировании и развитии информационных интеллектуальных систем* // Искусственный интеллект. 2001. № 2–3. С. 7–11.

[6] Кобринский Б. А. *Нечеткий образный ряд в клинической медицине* // Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте: Сборник научных трудов V Международной научно-практической конференции. Т. 1. М.: Физматлит, 2009. С. 121–127.

On a weak variant of discussive logic

Oleg Grigoriev, Krystyna Mruczek-Nasieniewska, Marek Nasieniewski & Vasilyi Shangin
Lomonosov Moscow State University Faculty of Philosophy
Nicolaus Copernicus University in Toruń
{grigoriev,shangin@philos.msu.ru}
{mruczek, mnasien}@umk.pl

Abstract: In this paper, we consider a variant of Stanisław Jaśkowski's discussive logic. From a certain point of view the system can be seen as a minimal discussive logic. Hence, it can be treated as a basic system which can be enriched to other discussive logics, in particular to the original Jaśkowski's system $\mathsf{D_2}$. While searching for other variants of the discussive system, one has to remember that Jaśkowski's original formulation was made by a selection of specific formulas within an extended version of the normal modal logic **S5**. However, there are other modal logics which can be treated as the basic modal logic from which in a similar manner the very same system $\mathsf{D_2}$ can be obtained. Historically, the first system with the use of which, the same logic $\mathsf{D_2}$ can be obtained, is the normal modal logic **S4** (see [4]). Moreover there are other modal logics which can be used to obtain the original Jaśkowski's discussive logic (see for example [1, 14, 11]).
Taking into account the recalled results, while developing other (weaker than $\mathsf{D_2}$) discussive logics one has to be careful, since it can appear that the chosen modal logic may result in the same discussive logic $\mathsf{D_2}$.
The system under consideration $\mathsf{D_0}$ has been introduced in [10] and further analysed in [5].
In the present paper we recall some basic syntactic features of the system $\mathsf{D_0}$ and consider its relation to the logic $\mathsf{D_2}$. We mostly rely on [5].

Keywords: *discussive logics; a minimal discussive logic; discussive operators; seriality; accessibility relation; modal logic*

Introduction

We consider some aspects of a version of Stanisław Jaśkowski's discussive logic. Stanisław Jaśkowski gave probably the first fully formally and consciously expressed system that is invalidating the Duns Scotus law. We present its variant which from some point of view is minimal. Jaśkowski proposed a discussion as an appropriate model to express his logic. From semantical point of view he used full accessibility relation, which semantically corresponds to the use of the logic **S5**. While defining the logic $\mathsf{D_0}$, we use the logic **KD**.

We save the original Jaśkowski's meaning of discussive functors of implication and conjunction. Discussive implication (denoted by $\rightarrow_{\mathrm{d}}$) is read as "if anyone states that p, then q" ([6] p. 150, 1969), in the modal translation: $\Diamond p \to q$. Discussive conjunction in modal language is being expressed by $p \wedge \Diamond q$ ([7]).

Additionally the possibility connective should be applied before every thesis of the discussive logic.

To formally express discussive logics we standardly use two languages. Let $\mathrm{For_m}$ denote the set of all modal formulas build in the standard way out of propositional variables: 'p', 'q', 'r', and elements of $\{p_i\}_{i\in\mathbb{N}}$; truth-value connectives: '$\neg$', '$\vee$', '$\wedge$', '$\rightarrow$', and '$\leftrightarrow$' (connectives of negation, disjunction, conjunction, classical implication and classical equivalence, respectively); modal functors: the necessity and possibility operators '$\Box$' and '$\Diamond$'. The set of all discussive formulas is denoted by '$\mathrm{For_d}$'. The discussive formulas are built again from propositional variables, truth-value connectives '$\neg$' and '$\vee$' and discussive implication ($\rightarrow_{\mathrm{d}}$), discussive conjunction ($\wedge_{\mathrm{d}}$) and discussive equivalence ($\leftrightarrow^{\mathrm{d}}$).

Thus, Jaśkowski's discussive logic $\mathsf{D_2}$ can be expressed by a translation into **S5**:

$$\mathsf{D_2} \coloneqq \{\, A \in \mathrm{For_d} : \Diamond \mathtt{i}_1(A) \in \mathbf{S5} \,\},$$

where $\mathtt{i}_1$ is a function from $\mathrm{For_d}$ into $\mathrm{For_m}$ such that:

1. $\mathtt{i}_1(a) = a$, for any propositional letter a,
2. for any $A, B \in \mathrm{For_d}$:
   (a) $\mathtt{i}_1(\neg A) = \neg \mathtt{i}_1(A)$,
   (b) $\mathtt{i}_1(A \vee B) = \mathtt{i}_1(A) \vee \mathtt{i}_1(B)$,
   (c) $\mathtt{i}_1(A \wedge_{\mathrm{d}} B) = \mathtt{i}_1(A) \wedge \Diamond \mathtt{i}_1(B)$,
   (d) $\mathtt{i}_1(A \rightarrow_{\mathrm{d}} B) = \Diamond \mathtt{i}_1(A) \rightarrow \mathtt{i}_1(B)$.
   (e) $\mathtt{i}_1(A \leftrightarrow^{\mathrm{d}} B) = (\Diamond \mathtt{i}_1(A) \rightarrow \mathtt{i}_1(B)) \wedge \Diamond(\Diamond \mathtt{i}_1(B) \rightarrow \mathtt{i}_1(A))$.

In the case of $\mathsf{D_0}$, the very same translation into the modal language is used, however, it is applied to the logic **KD**. Of course, from semantical point of view it corresponds to serial frames. This fact can be used to intuitively express $\mathsf{D_0}$ it terms of Jaśkowski's model of discussion.

We consider the following system:

$$\mathsf{D_0} \coloneqq \{\, A \in \mathrm{For_d} : \Diamond \mathtt{i}_1(A) \in \mathbf{D} \,\}. \tag{1}$$

It appears that such a set behaves as a logic in the sense that:

Fact 1 ([10])**.** The set $\mathsf{D_0}$ is closed under substitution and modus ponens with respect to $\rightarrow_{\mathrm{d}}$.

Deductive systems for $\mathsf{D_0}$ and its relations to axiomatisations to $\mathsf{D_2}$

An axiomatisation of $\mathsf{D_2}$ is given in [**?**]. The method used there is used also in [9] to axiomatize a version of $\mathsf{D_2}$ with modal operators.

Another axiomatisation of $\mathsf{D_2}$ is given in [6] which is a correction of the axiomatic system proposed in [2]. This second axiomatisation is an adapted version of the axiomatisation given in [3], where discussive logic in a version with the left discussive conjunction is considered. In a sense one can imitate both these systems, while axiomatizing $\mathsf{D_0}$. The first one was used in [10], while the second one is considered in [5].

We use the following notation:

$$(\Box \mathrm{A}i) \text{ denotes } \Box\phi, \text{ for } (\mathrm{A}i) \text{ denoting } \phi \tag{2}$$

Consider the following axiomatisation of classical logic:

$$p \to (q \to p) \tag{A1}$$
$$(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r)) \tag{A2}$$
$$p \wedge q \to p \tag{A3}$$
$$p \wedge q \to q \tag{A4}$$
$$p \to (q \to p \wedge q) \tag{A5}$$
$$p \to p \vee q \tag{A6}$$
$$q \to p \vee q \tag{A7}$$
$$(p \to q) \to ((r \to q) \to (p \vee r \to q)) \tag{A8}$$
$$(p \leftrightarrow q) \to (p \to q) \tag{A9}$$
$$(p \leftrightarrow q) \to (q \to p) \tag{A10}$$

$$(p \to q) \to ((q \to p) \to (p \leftrightarrow q)) \tag{A11}$$
$$(\neg p \to \neg q) \to (q \to p) \tag{A12}$$

and modal formulas

$$\Box(\Diamond p \leftrightarrow \neg\Box\neg p) \tag{$\Box\mathtt{df}\Diamond$}$$
$$\Box(\Box(p \to q) \to (\Box p \to \Box q)) \tag{$\Box\mathtt{K}$}$$
$$\Box(\Box p \to \Diamond p) \tag{$\Box\mathtt{D}$}$$

Let $\Omega \coloneqq \{(\Box\mathrm{A}i) : 1 \leqslant i \leqslant 12\} \cup \{(\Box\mathtt{df}\Diamond), (\Box\mathtt{K}), (\Box\mathtt{D})\}$, and $\mathbf{D}^{\Vdash}$ denote the smallest set including Ω and closed under substitution, ($\Box$mp_) ($\Box$rn), ($\Box$mp), ($\mathrm{rp}_{\Leftarrow}$) and

$$\frac{\varphi, \quad \Box(\varphi \to \psi)}{\psi} \tag{$\Box$mp_}$$
$$\frac{\Box\varphi, \quad \Box(\varphi \to \psi)}{\Box\psi} \tag{$\Box$mp}$$
$$\frac{\Box\varphi}{\Box\Box\varphi} \tag{$\Box$rn}$$
$$\frac{\Diamond\varphi}{\varphi} \tag{$\mathrm{rp}_{\Leftarrow}$}$$

The above deductive system $\Vdash$ is adequate for D_0:

Lemma 2 ([10])**.** $\mathbf{D} = \mathbf{D}^{\Vdash}$.

In [?] two translation functions were considered. $\mathtt{i}_1$ is a variant of one of them. In [10] a natural version $\mathtt{i}_2$ of the second one is used:

1. $\mathtt{i}_2(a) = a$, for any propositional letter a,
2. for any $\varphi, \psi \in \mathrm{For}_{\mathrm{m}}$:
   (a) $\mathtt{i}_2(\neg\varphi) = \neg\mathtt{i}_2(\varphi)$,
   (b) $\mathtt{i}_2(\Box\varphi) = \neg((\neg p \vee p) \wedge_{\mathrm{d}} \neg\mathtt{i}_2(\varphi))$,
   (c) $\mathtt{i}_2(\Diamond\varphi) = (\neg p \vee p) \wedge_{\mathrm{d}} \mathtt{i}_2(\varphi)$,
   (d) $\mathtt{i}_2(\varphi \vee \psi) = \mathtt{i}_2(\varphi) \vee \mathtt{i}_2(\psi)$,
   (e) $\mathtt{i}_2(\varphi \wedge \psi) = \neg(\neg\mathtt{i}_2(\varphi) \vee \neg\mathtt{i}_2(\psi))$,
   (f) $\mathtt{i}_2(\varphi \rightarrow \psi) = \neg\mathtt{i}_2(\varphi) \vee \mathtt{i}_2(\psi)$,
   (g) $\mathtt{i}_2(\varphi \leftrightarrow \psi) = \neg(\neg(\neg\mathtt{i}_2(\varphi) \vee \mathtt{i}_2(\psi)) \vee \neg(\neg\mathtt{i}_2(\psi) \vee \mathtt{i}_2(\varphi)))$.

Let for $A, B \in \mathrm{For}_{\mathrm{d}}$, $A \rightarrow_{\mathrm{c}} B$ denote the formula $\neg A \vee B$; $\Box^{\mathrm{d}} A$ denote the formula $\neg((\neg p \vee p) \wedge_{\mathrm{d}} \neg A)$; $\Diamond^{\mathrm{d}} A$ denote the formula $(\neg p \vee p) \wedge_{\mathrm{d}} A$ and $A \strictif^{\mathrm{d}} B$ denote the formula $\neg((\neg p \vee p) \wedge_{\mathrm{d}} \neg(\neg A \vee B))$.

Let $\vdash_{\mathsf{D_0}}$ be a consequence relation determined by the set $\mathtt{i}_2(\Omega)$ and the following formulas:

$$\mathtt{i}_2(\mathtt{i}_1(q \wedge_{\mathrm{d}} r)) \strictif^{\mathrm{d}} (q \wedge_{\mathrm{d}} r) \tag{B1}$$

$$(\mathtt{i}_2(\mathtt{i}_1(q \rightarrow_{\mathrm{d}} r)) \strictif^{\mathrm{d}} (q \rightarrow_{\mathrm{d}} r)) \tag{B2}$$

$$(\mathtt{i}_2(\mathtt{i}_1(q \leftrightarrow^{\mathrm{d}} r)) \strictif^{\mathrm{d}} (q \leftrightarrow^{\mathrm{d}} r)) \tag{B3}$$

$$((q \wedge_{\mathrm{d}} r) \strictif^{\mathrm{d}} \mathtt{i}_2(\mathtt{i}_1(q \wedge_{\mathrm{d}} r))) \tag{C1}$$

$$((q \rightarrow_{\mathrm{d}} r) \strictif^{\mathrm{d}} \mathtt{i}_2(\mathtt{i}_1(q \rightarrow_{\mathrm{d}} r))) \tag{C2}$$

$$((q \leftrightarrow^{\mathrm{d}} r) \strictif^{\mathrm{d}} \mathtt{i}_2(\mathtt{i}_1(q \leftrightarrow^{\mathrm{d}} r))) \tag{C3}$$

as axioms together with substitution and the following rules:

$$\frac{\Box^{\mathrm{d}} A \qquad (A \strictif^{\mathrm{d}} B)}{\Box^{\mathrm{d}} B} \tag{$\Box^{\mathrm{d}}\,\mathrm{mp}_{\mathrm{str}}$}$$

$$\frac{A \qquad (A \strictif^{\mathrm{d}} B)}{B} \tag{$\Box^{\mathrm{d}}\,\mathrm{mp}'_{\mathrm{str}}$}$$

$$\frac{\Box^{\mathrm{d}} A}{\Box^{\mathrm{d}} \Box^{\mathrm{d}} A} \tag{$\Box^{\mathrm{d}}\,\mathrm{rn}$}$$

$$\frac{\Diamond^{\mathrm{d}} A}{A} \tag{$\mathrm{rp}^{\mathrm{d}}_{\Leftarrow}$}$$

Theorem 3 ([10])**.** The set of theses with respect to the consequence relation $\vdash_{\mathsf{D_0}}$ equals D_0.

It appears that the logic D_0 can be put into an interesting relation to D_2. For details we refer to [5].

Krystyna Mruczek-Nasieniewska and Marek Nasieniewski benefited from support provided by Polish National Science Centre (NCN), grant number 2016/23/B/HS1/00344.

O. Grigoriev and V. Shangin are supported by RFBR grant № 20-011-00698

Bibliography

[1] Błaszczuk, J. J., and W. Dziobiak, *Remarks on Perzanowski's modal system*, Bull. Sect. Log. 1975, 4, 57–64.

[2] Ciuciura, J. *A new real axiomatization of the discursive logic D2*, in: J. Y. Beziau, W. Carnielli, and D. M. Gabbay, eds., *Handbook of Paraconsistency*, College Publications, London, UK, 2007, pp. 427–437.

[3] da Costa, N.C.A., and L. Dubikajtis, *On Jaśkowski discussive logic*, in: A. I. Arruda, N. C. A. da Costa, R. Chuaqui, eds., Non-Classical Logics, Model Theory and Computability, North-Holland, New York, NY, USA, 1977, pp. 37–56.

[4] Furmanowski, T., *Remarks on discussive propositional calculus*, Studia Log. 1975, 34, 39–43. DOI:10.1007/BF02314422.

[5] Grigoriev, O., K. Mruczek-Nasieniewska, M. Nasieniewski, Y. Petrukhin, and V. Shangin, *Axiomatizing the minimal discussive logic.* To be submitted.

[6] Jaśkowski, S. *'Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*, *Studia Societatis Scientiarum Torunensis* 1948, Sect. A, vol. I (5), 57–77. In English: "Propositional calculus for contradictory deductive systems", *Studia Logica* 1969, 24, 143–157. DOI:10.1007/BF02134311. "A propositional Calculus for inconsistent deductive systems", Logic and Logical Philosophy 1999, 7, 35–56. DOI: 10.12775/LLP.1999.003

[7] Jaśkowski, S., "*O koniunkcji dyskusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*, Studia Societatis Scientiarum Torunensis 1949, Sect. A, 1, 171–172. In English: "On the discussive conjunction in the propositional calculus for inconsistent deductive systems", Log. Log. Philos. 1999, 7, 57–59. DOI:10.12775/LLP.1999.004.

[8] Kotas(1974)]Kotas1974 Kotas, J., "The axiomatization of S. Jaśkowski's discussive system", *Studia Logica* 1974, 33, 195–200. DOI:10.1007/BF02120494.

[9] Mruczek-Nasieniewska, K., M. Nasieniewski, and A. Pietruszczak, *A modal extension of Jaśkowski's discussive logic* $\mathsf{D_2}$, Log. J. IGPL 2019, 27, 451–477. DOI:10.1093/jigpal/jzz014.

[10] Mruczek-Nasieniewska, K., and M. Nasieniewski, *A Kotas-Style Characterisation of Minimal Discussive Logic*, Axioms 2019, 8(4), 108. DOI:10.3390/axioms8040108

[11] Nasieniewski, M., and A. Pietruszczak, *A method of generating modal logics defining Jaśkowski's discussive logic D2*, Studia Logica 2011, 97, 161–182. DOI:10.1007/s11225-010-9302-2.

[12] Nasieniewski, M.; A. Pietruszczak, *A method of generating modal logics defining Jaśkowski's discussive D2-consequence*, in: E. Weber, D. Wouters, and J. Meheus, eds., Logic, Reasoning & Rationality, Springer, Dordrecht, the Netherlands, 2014, Logic, Argumentation & Reasoningm Volume 5. pp. 95–123. DOI:10.1007/978-94-017-9011-6_6.

[13] Omori, H., and J. Alama, *Axiomatizing Jaśkowski's Discussive Logic* $\mathbf{D_2}$, Studia Logica, 2018, 106, 1163–1180. DOI:10.1007/s11225-017-9780-6.

[14] Perzanowski, J., *On M-fragments and L-fragments of normal modal propositional logics*, Reports Math. Log. 1975, 5, 63–72.

О трудностях определения потенциального знания группы

Долгоруков В. В.
Москва, НИУ ВШЭ
vdolgorukov@hse.ru

Аннотация: Рассматриваются две разновидности потенциального знания группы: дистрибутивное знание, определяемое через пересечение отношений достижимости агентов, и имплицитное знание, определяемое через логическое следствие из конъюнкции фактов, известных агентам по отдельности. Демонстрируется, что в классе конечных модально различимых моделей эти понятия совпадают. Рассматриваются варианты модификации имплицитного знания. Демонстрируется, что все рассматриваемые варианты в классе конечных модально различимых моделей редуцируются к базовой форме имплицитного знания.

Ключевые слова: *эпистемическая логика, имплицитное знания, дистрибутивное знание*

On the Difficulty of Defining the Group's Potential Knowledge

Dolgorukov V. V.
Moscow, HSE University
vdolgorukov@hse.ru

Abstract: The paper shows that the concept of distributive knowledge and the concept of implicit knowledge are equivalent in the class of finite distinguishable Kripke models. Some modifications of implicit knowledge are considered. It is demonstrated that these modifications are equivalent in the class of finite distinguishable Kripke models.

Keywords: *epistemic logic, distributive knowledge, implicit knowledge*

Потенциальное знание группы

Потенциальное знание группы, одно из центральных понятий формальной эпистемологии, традиционно связывается с той информацией, которую агенты группы могли бы узнать, если бы смогли обменяться имеющейся информацией, см. [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Встречаются различные названия данного типа знания: «групповое знание», «имплицитное знание», «распределенное знание», «дистрибутивное знание» и др. Мы будем различать «дистрибутивное знание» и «имплицитное знание» как два способа описания потенциального знания группы.

Рассмотрим стандартную модель Крипке $\mathcal{M} = (W, \{\sim_i\}_{i\in A}, V)$, в которой кроме стандартного оператора знания для индивидуального агента K_i определим также и два групповых оператора – D_G и I_G.

Дистрибутивное знание. Модальный оператор $D_G\varphi$ читается как «группа агентов G дистрибутивно знает, что φ».

Определение 1. Условия истинности для оператора $D_G\varphi$ в отмеченной модели $(\mathcal{M}, w)$ определяются следующим образом:

$$\mathcal{M}, w \models D_G\varphi \text{ е.т.е. } \forall w'(w(\bigcap_{i\in G} \sim_i)w' \Rightarrow \mathcal{M}, w' \models \varphi)$$

Имплицитное знание. Модальный оператор $I_G\varphi$ читается как «группа агентов G имплицитно знает, что φ».

Определение 2. Условия истинности для оператора $I_G\varphi$ в отмеченной модели $(\mathcal{M}, w)$ определяются следующим образом:

$$\mathcal{M}, w \models I_G\varphi \text{ е.т.е. } \forall i \in G\ \exists\varphi_i \in \mathcal{L}_K\ (\mathcal{M}, w \models \bigwedge_{i\in G} K_i\varphi_i \text{ и } \models \bigwedge_{i\in G} \varphi_i \to \varphi)$$

где $\mathcal{L}_K$ – базовый язык эпистемической логики, который порождает следующая грамматика: $\varphi, \psi := p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \psi) \mid K_i\varphi$.

Заметим, что в опр. 2 используется компактная версия иплицитного знания в том смысле, что имеющаяся у агента информация выражается одной формулой. Существуют и другие версии имплицитного знания, в которых используется множество формул, см. [3, 5].

Отношение между дистрибутивным и имплицитным знанием

Совпадают ли понятия имплицитного и дистрибутивного знания? Мы продемонстрируем, что верны следующие утверждения.

Утверждение 1. *Имплицитное знание является разновидностью дистриубтивного знания, т.е. для произвольной отмеченной модели Крипке верно, что* $\mathcal{M}, w \models I_G\varphi \Rightarrow \mathcal{M}, w \models D_G$.

Утверждение 2. *Дистрибутивное знание не выражается через имплицитное знание, т.е. найдется такая отмеченная модель Крипке и формула* $\varphi \in \mathcal{L}_K$, *что* $\mathcal{M}, w \models D_G\varphi$, *но* $\mathcal{M}, w \not\models I_G\varphi$.

Интересно, что ситуация меняется, если мы ограничимся классом конечных модально различимых моделей.

Определение 3. Модель Крипке называется модально различимой, если никакие две различные ее точки не являются модально эквивалентными в базовом модальном языке $\mathcal{L}_K$.

Утверждение 3. *В классе конечных модально различимых моделей Крипке понятия имплицитного и дистрибутивного знания совпадают, т.е. для конечной модально различимой модели Крипке $(\mathcal{M}, w)$ и формулы $\varphi \in \mathcal{L}_K$ верно, что $\mathcal{M}, w \models D_G\varphi \Leftrightarrow \mathcal{M}, w \models I_G\varphi$.*

Варианты модификации условия извлечения имплицитной информации

Заметим, что в определении имплицитного знания содержится два условия: во-первых, у каждого агента должна иметься какая-то достоверная информация, а, во-вторых, из конъюнкции отдельно известных фактов логических следует содержание имплицитного знания. Будем называть второе условие – «условием извлечения имплицитной информации». Рассмотрим следующие варианты модификации этого условия:

$$(1)\ \mathcal{M} \models \varphi_G \to \varphi \quad (2)\ \mathcal{M} \models C_G(\varphi_G \to \varphi) \quad (3)\ \mathcal{M}, w \models C_G(\varphi_G \to \varphi).$$

Мы используем следующее обозначение: $\varphi_G := \bigwedge\limits_{i \in G} \varphi_i$, C_G – оператор общего знания.

Определение 4. Модальность общего знания группы G определяется следующим образом:

$$\mathcal{M}, w \models C_G\varphi \text{ е.т.е. } \forall w'(w(\bigcup_{i\in G})^* w' \Rightarrow \mathcal{M}, w' \models \varphi)$$

здесь «*» используется как обозначение рефлексивного транзитивного замыкания.

Несмотря на то, что вышеперечисленные варианты формулировки условия извлечения имплицитной информации не эквивалентны, мы продемонстрируем, что имеет место следующее утверждение.

Утверждение 4. *В классе конечных модально различимых моделей Крипке результат замены второго конъюнкта в опр. 2 (т.е. условия извлечения имплицитной информации) на любое из условий (1)–(3) не меняет опр. 2.*

Мы продемонстрируем, что, с эпистемологической точки зрения, возможные миры в модально различимых и модально неразличимых моделях содержат в себе разные интуиции. И именно этим эпистемологическим различием может объясняться ассиметричность свойств дистрибутивного и имплицитного знания в модально различимых и модально неразличимых моделях.

This work is an output of a research project implemented as part of the Basic Research Program at the National Research University Higher School of Economics (HSE University).

Литература

[1] Ågotnes T., Wáng Y. N. *Resolving Distributed Knowledge* // Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science. 2017. Vol. 252. P. 31–50.

[2] Fagin R., Halpern J. Y., Vardi M. Y. *What Can Machines Know?* // Journal of the ACM. 1992. Vol. 39, № 2. P. 328–376.

[3] Roelofsen F. *Distributed knowledge* // Journal of Applied Non-Classical Logics. 2007. Vol. 17, № 2. P. 255–273.

[4] van der Hoek W., van Linder B., Meyer J. J. *Group Knowledge is not Always Distributed (neither is it Always Implicit)* // Mathematical Social Sciences. 1999. Vol. 38, № 2. P. 215–240.

[5] van der Hoek W., Meyer J. J. *Making Some Issues of Implicit Knowledge Explicit* // International Journal of Foundations of Computer Science. 1992. Vol. 3, № 2. P. 193–223.

[6] van der Hoek W., Meyer J. J. *A Complete Epistemic Logic for Multiple Agents* // Epistemic Logic and the Theory of Games and Decisions / eds. M. Bacharach et al. Boston: Springer, 1997. P. 35–68.

[7] Wáng Y. N., Ågotnes T. *Public Announcement Logic with Distributed Knowledge: Expressivity, Completeness and Complexity* // Synthese. 2013. Vol. 190, № 1. P. 135–162.

Сведение модальностей в нормальных модальных логиках

Дронев М. В.
НИУ ВШЭ, Москва
mvdronev@edu.hse.ru

Аннотация: Здесь рассматривается $\mathcal{N}L$ – множество разбиений модальностей на эквивалентные в расширениях выбранной нормальной модальной логики L; оказывается, что $\mathcal{N}L$ является полной решёткой для порядка на ней, при котором одно разбиение не меньше другого, если каждый класс эквивалентности второго содержится в классе первого разбиения. Далее находятся $\mathcal{N}L$ для некоторых стандартных логик (возможно, ещё и с добавленными формулами) и некоторых табличных логик.

Ключевые слова: *модальная логика, табличные логики, решётки*

Reduction of modalities in normal modal logics

Dronev M. V.
Higher School of Economics, Moscow
mvdronev@edu.hse.ru

Abstract: There we construct $\mathcal{N}L$ – the set of partitions of modalities by equivalence in extensions of the given normal modal logic L; it turns out that $\mathcal{N}L$ is a complete lattice with respect to the order on it, by which a partition is not smaller than the other one if every class of the second partition is included in some class of the first one. Then we find $\mathcal{N}L$ for several standard logics (possibly, with additional axioms) and some tabular logics.

Keywords: *modal logic, tabular logics, lattices*

Свойства формул вида $\mathbf{M}p \to \mathbf{N}p$ или $\mathbf{M}p \leftrightarrow \mathbf{N}p$ в модальной логике уже неоднократно изучались: так, например, в [4] была показана финитная аппроксимируемость нормальных модальных логик $\mathbf{K}4 \oplus \varphi(p)$ (где $L \oplus \psi$ обозначает наименьшую нормальную модальную логику, содержащую L и ψ), где $\varphi(p)$ – конъюкция из формул $\mathbf{M}p \to \mathbf{N}p$; в [1] рассматриваются для некоторых норамальных модальных логик разбиения модальностей на эквивалентные, а в [2] даются результаты относительно количеств возможных разбиений модальностей на эквивалентные и нормальных модальных логик с заданным числом классов их.

В данной работе рассматриваются множества разбиений модальностей на эквивалентные в расширениях заданных нормальных логик, которые будут снабжены ещё и алгебраической структурой решётки. Отсюда основное определение таково:

Определение. Пусть дана нормальная модальная логика L. Тогда $\mathcal{M}L$ – множество классов эквивалентности в $\mathcal{M}od$ относительно отношения, при котором две модальности $\mathbf{M}, \mathbf{N}$ эквивалентны, если $\mathbf{M}p \leftrightarrow \mathbf{N}p \in L$.

Пусть дана нормальная модальная логика L. Определим

$$\mathcal{N}L = \{\mathcal{M}L' \mid L' \in \mathrm{NExt}L\}$$

Также для двух разбиений S и S' множества $\mathcal{M}od$ на классы эквивалентности будем говорить, что $S \leqslant S'$, если каждый класс эквивалентности в S содержится в некотором классе эквивалентности в S'.

И нетрудно проверить, что справедливо

Предложение 1. *Для нормальной модальной логики L пара $(\mathcal{N}L, \leqslant)$ образует полную решётку с минимальным и максимальным элементами $\mathcal{M}L$ и $\mathcal{M}(\mathbf{K} \oplus \bot)$ (который состоит из одного класса, содержащего все модальности), и операциями взятия наибольшей нижней и наименьшей верхней граней от подмножества $S \subseteq L$, определяемыми так:*

$$\bigwedge S = \mathcal{M}\left(\bigcap_{s \in S} (L \oplus \{\mathbf{M} \leftrightarrow \mathbf{N} \mid \mathbf{M} \text{ и } \mathbf{N} \text{ находятся в одном классе в } s\})\right)$$

$$\bigvee S = \mathcal{M}\left(\bigoplus_{s \in S} (L \oplus \{\mathbf{M} \leftrightarrow \mathbf{N} \mid \mathbf{M} \text{ и } \mathbf{N} \text{ находятся в одном классе в } s\})\right)$$

Рассмотрение $\mathcal{N}L$ как решётки позволяет сделать более прозрачными вычисления множеств возможных разбиений всех модальностей на эквивалентные для некоторых логик – например, для $\mathbf{S4}$ или $\mathbf{K} \oplus \Box p \leftrightarrow \Diamond p$, где в обоих случаях оказываеся достаточно для получения всех разбиений из $\mathcal{N}L$ брать $\mathcal{M}$ от расширений вида $L \oplus \mathbf{M}p \leftrightarrow \mathbf{N}p$, в обоснование чего и можно привлечь эту решётку.

Далее, можно находить $\mathcal{N}L$ и для табличных логик – логик вида $\mathbf{Log}(\mathfrak{F})$ (для данного семейства $\mathcal{C}$ шкал Крипке $\mathbf{Log}(\mathcal{C})$ – это множество формул, оказывающихся верными для любой оценки на любой шкале из $\mathcal{C}$ и в любой точке в ней) для конечной шкалы $\mathfrak{F}$ (здесь и далее все шклаы Крипке предполагаются конечными). Для этого надобится следующее предложение:

Предложение 2. *Все нормальные расширения табличной логики $\mathbf{Log}(\mathfrak{F})$ описываются как $\mathbf{Log}(\{\mathfrak{G}_i \mid i \in I\})$, где I конечное и для каждого $\mathfrak{G}_i$ есть порождённая одной точкой подшкала в $\mathfrak{F}$ и редукция её на $\mathfrak{G}_i$.*

Теперь задача сводится к рассмотрению соответствующих $\mathcal{M}\mathbf{Log}(\mathfrak{G}_i)$ и различных наибольших нижних граней от конечных множеств их, это уже позволяет легко посчитать $\mathcal{N}L$ для логик, например, $\circ \to \circ$ или $\circ\ \bullet$.

В некоторых случаях вычисление $\mathcal{M}\mathbf{Log}(\mathfrak{F})$ упростит введение для любой точки x в $\mathfrak{F}$ множества $\mathcal{T}(\mathfrak{F}, x)$, состоящего из модальностей $\mathbf{M}$, что $(\mathfrak{F}, x) \models \mathbf{M}p$, и аналогичного ему $\mathcal{T}^*(\mathfrak{F}, x)$ – из двойственных к $\mathcal{T}(\mathfrak{F}, x)$, т.е. что $(\mathfrak{F}, x) \models \neg\mathbf{M}p$; тогда имеется необходимое условие для эквивалентности двух модальностей: одновременное (не)включение в $\mathcal{T}(\mathfrak{F}, x)$, $\mathcal{T}^*(\mathfrak{F}, x)$ для всех точек x в $\mathfrak{F}$. Всё это можно применить, например, к логике для интранзитивной цепочки из n вершин.

Также рассматривается операция построения шкалы из нескольких с корнем, в которой к несвязному объединению последних добавляется иррефлексивная вершина, видящая по выбранному корню в каждой взятой шкале. Введём $\mathcal{I}(\mathfrak{F}, x)$, некий аналог $\mathcal{M}\mathbf{Log}(\mathfrak{F})$, – множество пар модальностей $(\mathbf{M}, \mathbf{N})$ таких, что $(\mathfrak{F}, x) \models \mathbf{M}p \to \mathbf{N}p$. Оказывается, что если $\mathfrak{F}$ построена методом, описанным выше, из семейства шкал $\mathfrak{G}_i, i \in I$ с выбранными корнями r_i и добавленной иррефлексивной точкой r, то $\mathcal{T}(\mathfrak{F}, r)$ выразимо через $\mathcal{T}(\mathfrak{G}_i, r_i), i \in I$, а $\mathcal{I}(\mathfrak{F}, r)$ – через $\mathcal{I}(\mathfrak{G}_i, r_i)$, $\mathcal{T}(\mathfrak{G}_i, r_i), i \in I$. Таким образом, $\mathcal{M}\mathbf{Log}(\mathfrak{F})$ можно получить, взяв $\bigwedge_{i \in I} \mathcal{M}\mathbf{Log}(\mathfrak{G}_i)$ и доразбив получившиеся классы эквивалентности с помощью $\mathcal{I}(\mathfrak{F}, x)$. И так можно посчитать $\mathcal{M}\mathbf{Log}(\circ \leftarrow \bullet \rightarrow \circ)$.

Такой взгляд на множества разбиений для расширений данной логики как на решётки позволяет задать разнообразные вопросы касательно них, на которые, однако, не удалось ответить в данной работе: являются ли эти решётки всегда дистрибутивными, какова взаимосвязь между двумя решётками для логики и её расширения, можно ли что-то сказать про внутреннее строение разбиений по этой решётке.

Литература

[1] Bellisima F. *Infinite Sets of Nonequivalent Modalities* Notre Dame Journal of Formal Logic, vol. 30, no. 4, 1989.

[2] Bellisima F., Massimo M. *A General Treatment of Equivalent Modalities* The Journal of Symbolic Logic, vol. 54, no. 4, 1989, pp. 1460-–1471.

[3] Chagrov A., Zakharyaschev M. *Modal logic* Oxford, Clarendon Press, 1997.

[4] Zakharyaschev M. *Canonical Formulas for K4. Part III: The Finite Model Property* The Journal of Symbolic Logic, vol. 62, no. 3, 1997, pp. 950—975.

Leśniewski's Ontology – Proof-Theoretic Characterization

Andrzej Indrzejczak
University of Łódź, Poland
andrzej.indrzejczak@filhist.uni.lodz.pl

Abstract: Ontology of Stanisław Leśniewski is a modern form of calculus of names being an alternative to standard first-order logic. In this talk, we present a formulation of the elementary ontology as a cut-free sequent calculus.

Keywords: *Keywords: Stanisław Leśniewski, ontology, sequent calculus, cut elimination.*

Stanisław Leśniewski (1886-1939) is one of the most interesting and original logicians of the Lvov-Warsaw School. He completed his Ph.D dissertation under Kazimierz Twardowski's supervision and his only Ph.D student was Alfred Tarski. In 1927-1938 he published a series of papers in which he developed his original system of logic and foundations of mathematics based on the nominalistic position. His system consists of:

— Protothetics - a general form of propositional logic where, in addition to sentence variables and specific connectives, arbitrary sentence-forming variables, as well as quantifiers binding all these kinds of variables are considered.
— Ontology - the most comprehensive calculus of names proposed as an alternative formalization of elementary logic.
— Mereology - a theory of parthood relation proposed as the alternative (to set theory) formalization of the theory of classes, providing a nominalistic approach to foundations of mathematics.

In this talk we focus on ontology. Basically, it is a theory of the binary predicate ε understood as the formalization of the Greek 'esti'. Informally a formula $a\varepsilon b$ is to be read as "the a is a b", so in order to be true a must be an individual name whereas b can be individual or general. Originally ontology is based on the protothetics. As a result we obtain a very expressive logic which is then extended to mereology. However, we can also examine ontology, in particular its part called elementary ontology, as a kind of first-order theory of ε based on the classical first-order logic. However, it is not just another elementary theory in the standard sense, since the range of variables is not limited to individual names but admits general and even empty names.

The only axiom of elementary ontology is LA (Leśniewski's axiom):

$$\forall xy(x\varepsilon y \leftrightarrow \exists z, z\varepsilon x \wedge \forall z(z\varepsilon x \rightarrow z\varepsilon y) \wedge \forall zv(z\varepsilon x \wedge v\varepsilon x \rightarrow z\varepsilon v))$$

Taking into account the importance, expressive power and the originality of ontology, it is surprising, that so far no proof-theoretic study was offered in terms of sequent calculus. A form of natural deduction was applied by many authors following the original way of presenting proofs by Leśniewski but this can hardly be treated as a proof-theoretic study but only as a convenient way of simplification of axiomatic proofs.

We provide a characterization of ontology in the setting of sequent calculus satisfying desiderata usually formulated for decent systems in modern structural proof theory. In particular, the cut elimination theorem is proved and the subformula property holds for cut-free version. The axiom LA is provably equivalent to four rules added to sequent calculus for first-order logic:

$$(R)\ \frac{aa, \Gamma \Rightarrow \Delta}{ab, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad (T)\ \frac{ac, \Gamma \Rightarrow \Delta}{ab, bc, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad (S)\ \frac{ba, \Gamma \Rightarrow \Delta}{ab, bc, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

$$(E)\ \frac{da, \Gamma \Rightarrow \Delta, dc \qquad dc, \Pi \Rightarrow \Sigma, da \qquad ab, \Theta \Rightarrow \Xi}{cb, \Gamma, \Pi, \Theta \Rightarrow \Delta, \Sigma, \Xi}$$

where d is a new variable (eigenvariable) and by convention ab replaces $a\varepsilon b$. The names of rules come from reflexivity, transitivity, (prefixed) symmetry and extensionality.

The calculus adequate for the basic part of ontology where ε is the only specific constant can be extended to cover several extensions considered by Leśniewski and his followers. For example, to express Aristotelian syllogistic we need to augment it with eight rules of introduction:

$$(A \Rightarrow)\ \frac{da, \Gamma \Rightarrow \Delta, ca \ cb, da, \Pi \Rightarrow \Sigma}{aAb, \Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma} \qquad (\Rightarrow A)\ \frac{da, \Gamma \Rightarrow \Delta, db \qquad \Pi \Rightarrow \Sigma, ca}{\Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma, aAb}$$

$$(E \Rightarrow)\ \frac{da, \Gamma \Rightarrow \Delta, ca \qquad da, \Pi \Rightarrow \Sigma, cb}{aEb, \Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma} \qquad (\Rightarrow E)\ \frac{da, db, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad \Pi \Rightarrow \Sigma, ca}{\Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma, aEb}$$

$$(I \Rightarrow)\ \frac{da, db, \Gamma \Rightarrow \Delta}{aIb, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad (\Rightarrow I)\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, ca \qquad \Pi \Rightarrow \Sigma, cb}{\Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma, aIb}$$

$$(O \Rightarrow)\ \frac{da, \Gamma \Rightarrow \Delta, db}{aOb, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad (\Rightarrow O)\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, ca \qquad cb, \Pi \Rightarrow \Sigma}{\Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma, aOb}$$

where d is new and c arbitrary, and predicates A, E, I, O formalize four categorical statements.

Presented formalization of ontology satisfies usual requirements formulated for decent proof system. As a result the cut elimination theorem is provable in the constructive manner for the basic part and its several extensions. Since the cut-free version is analytic we can obtain semidecision procedures (and decision procedures for quantifier-free fragments) on its basis. Also it allows us to show that Maehara's version of the interpolation theorem holds for elementary ontology.

The research of is supported by the grant from the National Science Centre, Poland, project № DEC-2017/25/B/HS1/01268.

О предмете логики

Ивлев Ю. В.
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
ivlev.logic@yandex.ru

Аннотация: Различают логические и нелогичекие термины, эмпирические и теоретические. Эмпирические и теоретические исследования в области логики. Также можно выделить логики и «как-бы-логики».

Ключевые слова: *предмет логики, логическая форма, эмпирические термины, теоретические термины*

About the subject of logic

Ivlev Yu. V.
Lonomosov Moscow State University
ivlev.logic@yandex.ru

Abstract: The terms are logical and illogical. The terms empirical and theoretical. Empirical and theoretical research in the field of logic. Logic and "as-if-logic". The use of research in the field of "as-if-logic". The results of research in the field of "as-if- logic" can be reinterpreted into research on logic. New methods for constructing logical systems and proving metatheorems can be developed. In addition, if such research is not recognized as scientific, the number of scientists related to the field of logic will decrease.

Keywords: *subject of logic, logical form, empirical terms, theoretical terms*

На вопрос о предмете некоторых наук ответить нелегко. Например, что такое математика? Не каждый математик даст ответ на этот вопрос. Относительно предмета логики тоже могут быть разногласия. Чаще всего в России говорят, что логика – наука о формах мыслей и процессов мышления.

Будем исходить из того, что логика изучает формы мыслей и процессов мышления. Т.е. объект науки логики – мышление, а предмет – формы мыслей и процессов мышления.

Возникает вопрос: «Что такое форма мысли и процесса мышления?». Дадим операциональное определение. Форма мысли (процесса мышления) – это её (его) структура, выявляемая путём отвлечения от части значений нелогических терминов, входящих в соответствующие языковые выражения. В значении языкового выражения будем выделять предметное и смысловое. В смысловом значении – (1) смысл, (2) идею (термин из традиционной логики), т.е. зрительное или интуитивное представление о предметах, обозначаемых выражением, а также (3) эмоциональную реакцию на обозначаемые предметы (эмоциональный «образ» обозначаемых предметов). Частичность отвлечения от значений нелогических терминов заключается в том, что остаётся информация о типе терминов и о том, где был один и тот же термин, а где разные.

Трудность возникает в понимании логических терминов. Как отличить логические термины от нелогических? Напрашивается ответ: «Логические термины – те, которые употребляются в разных рассуждениях, т.е. в рассуждениях о разных предметных областях». Однако есть термины, которые считаются логическими, но употребляются не везде, например, деонтические термины. Приходится пользоваться соглашением в вопросе различения логических и нелогических выражений.

Среди выражений по типам их логических форм можно выделить элементарные и не элементарные. Элементарные – те, которые не содержат логических терминов. Это знаки, предметными значениями которых являются объекты, выделяемые на основе зрительных или интуитивных представлений. Не элементарные содержат логические термины.

Кроме того, следует различать термины эмпирические и теоретические. Теоретическое знание – модель эмпирического. Модель сходна с моделируем объектом и является его упрощением для облегчения познания. Примером теоретического объекта в логике может служить материальна импликация. Она сходна с отношением «если..., то...» в онтологическом условном суждении, а также с таким же отношением в логическом условном суждении. Сходство заключается в следующем. Если основание условного суждения истинно, а следствие ложно, то суждение ложно. Остальные случаи определения импликативного суждения не соответствуют смыслам онтологических и логических условных суждений.

Как проводятся исследования по логике? Чаще всего описываются логические формы суждений и логические формы различных отношений между суждениями. Результатом являются логические системы. Такие исследования и их результаты естественно отнести к области логики.

Есть исследования другого типа. Логические системы перестраиваются путём добавления или исключения некоторых аксиом или правил вывода, если системы построены аксиоматически, или изменений в семантике и т.д. Полученные новые конструкции, их чаще всего тоже называют логическими системами, не имеют никакого отношения, по крайней мере в период их создания, к отношениям по логическим формам между суждениями.

Если учение о логических формах мыслей мы называем логикой, то учение второго типа естественно назвать «как-бы-логика» (“as-if-logic”).

Мы не хотим, чтобы создалось впечатление, что автор выступает против исследований в области «как-бы-логики». Результаты этих исследований могут быть переинтерпретированы в исследования по логике. Могут быть разработаны новые методы построения логических систем и доказательства метатеорем. Кроме того, если не признавать такие исследования научными, сократится количество учёных, имеющих отношение к области логики.

Литература

[1] Ивлев Ю. В. *Логика и «как-бы-логика» (“as-if-logic”).* Логико-философские штудии, издательство Региональная общественная организация Санкт- Петербургское философское общество (Санкт-Петербург), том 16, №1–2, 2018, С. 181–181

[2] Ивлев Ю. В. *Предмет и перспективы развития логики.* Логические исследования, издательство Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт философии Российской академии наук (Москва), том 24, №1, 2018, С. 115–128

Виды уклонения в логике действий

Карпов Г. В.
Санкт-Петербургский государственный университет
g.karpov@spbu.ru

Аннотация: В докладе сообщается о существовании различных видов уклонения от совершения действий. Мы формулируем определения для трех основных видов уклонения и показываем то, насколько знание о виде уклонения является существенным в контексте принятия решений агентом.

Ключевые слова: *Логика действий, уклонение, не действие, агент, виды действий*

Abstract: The report justifies the existence of various types of refraining from taking actions. We offer definitions for three main refraining types and show how significant knowledge about how an agent refrains from an action is in the cognitive and strategic aspects of decision making.

Ключевые слова: *logic of action, refraining, inaction, agent, action types*

Традиционно уклонение в логике действий передается с помощью формулы $[\alpha]\neg[\alpha]\phi$ — агент α делает так, что он не делает так, что ϕ. Это в полной мере соответствует конъюнктивной интерпретации уклонения, предложенной в [1], где оно понимается как не-действие при сохранении возможности действия. (Действительно, как показано в [2], $[\alpha]\neg[\alpha]\phi \equiv \neg[\alpha]\phi \wedge \Diamond[\alpha]\phi$.) Это, однако, влечет те последствия, что уклонение следует признать единственным видом не-действия, так как агент вынужден уклоняться от всего того, что он не делает. Другими словами, понимание уклонения в логике действий, редуцированное до его конъюнктивной интерпретации в духе фон Вригта, предполагает, что в отношении положения дел, такого, что ϕ, агенту доступно: или действие, такое, что ϕ, или действие, такое, что $\neg[\alpha]\phi$. Вместе с тем, ясно, что если, например, ϕ = «α лежит на диване», то перед α должно открываться гораздо больше возможностей не действовать в связи с ϕ, чем это допускает традиционное толкование уклонения в логике действий. Тогда сделать так, что «α не лежит на диване» — хотя и означает совершить уклонение в отношении положения дел ϕ, все же указывает на множество способов, какими агент может уклонится от лежания, куда должны входить и отказ принимать решение вообще, и вставание как следствие самостоятельного выбора при наличии возможности продолжить лежать, и вставание как результат осознания того, что такая возможность теперь исчерпана.

Обращение к [1] показало, что оригинальная идея об уклонении была шире той, что сегодня воплощена в логике действий, и что, в действительности, фон Вригт предлагал символические формы сразу для нескольких типов уклонения. Мы показываем, что каждый тип уклонения может быть представлен средствами современной логики действий как формула ее предметного языка, интерпретированная на множестве характеристических моделей. Эти модели создаются с учетом того, что перед уклоняющимся агентом открыты следующие возможности: он может гарантировать выполнение ϕ; он может гарантировать выполнение $\neg\phi$; он не может гарантировать ни выполнение ϕ, ни выполнение $\neg\phi$. Тогда традиционное и единственное для логики действий уклонение, которое передается с помощью формулы $[\alpha]\neg[\alpha]\phi$, следует понимать как родовое имя для обозначения двух разных типов уклонения. В первом из них агент уклоняется от совершения действия, такого, что ϕ, выбирая $\neg\phi$, тогда, когда он может гарантировать как ϕ, так и $\neg\phi$. Во втором случае, агент уклоняется от совершения действия, такого, что ϕ, выбирая $\phi \vee \neg\phi$, то есть — действуя в таких условиях, когда выбор, такой, что $\neg\phi$ для него невозможен. Наконец, мы показываем, что в части ситуаций перед α открывается возможность совершить еще один тип уклонения: он выбирает $\neg\phi$ в тех случаях, когда он не может более гарантировать выполнение ϕ. Это своего рода вынужденное уклонение, уклонение, которое агент совершает под давлением обстоятельств.

Таким образом, α, в отношении возможного положения дел, такого, что ϕ, может осуществлять уклонения трех разных типов: типа 1, когда он выбирает $\neg\phi$, будучи не в состоянии гарантировать ϕ; типа 2, когда он выбирает $\phi\vee\neg\phi$ в ситуации, где он в состоянии гарантировать исключительно ϕ; типа 3, когда он выбирает $\neg\phi$ в ситуации, где он может гарантировать и ϕ, и $\neg\phi$.

Теперь мы можем ясно видеть, что не от всего, что агент не делает, он уклоняется тем единственным способом, который был в распоряжении логики действий до сих пор. Тот, кто вскакивает с дивана под влиянием известия о том, что сию секунду нужно будет принимать нежданного визитера, а принимать его в таком положении недопустимо, уклоняется от лежания по первому типу. Тот, кто продолжает лежать на диване, но, при этом, готов подняться по тому сигналу, который он сам себе назначил (например, если он услышит как за стеной бьют часы), лежит уже не так, как он лежал до договора с самим собой — это уклонение от «просто лежания», осуществленное по второму типу. Тот, кто вскакивает с дивана, поддавшись внезапному приливу жизненных сил, и при отсутствии внешних на то причин (посетителей, договоров с самим собой), уклоняется от лежания по третьему типу.

Более того, если Вертер уклоняется от такого положения дел, что истинно предложение «Вертер и Шарлотта поцеловались», то о его предпочтениях и о его видении этой ситуации способ уклонения, выбранный им, может сказать весьма много. Так, если Вертер уклоняется от поцелуя по первому типу, то в этом случае он лишь неуверенный в себе молодой человек, который предпочитает воздержаться от того, чтобы поцеловать свою возлюбленную, так как, например, боится возможного отказа. Если же Вертер уклоняется по второму типу от того, чтобы поцеловать Шарлотту, то в этом случае его успех представляется ему самому неизбежным, а уклонение есть средство добиться того, чтобы Шарлотта сделал первый шаг к сближению самостоятельно. Если «Вертер и Шарлотта не поцеловались» есть результат уклонения, которое осуществляется по третьему типу, то тогда Вертер предстает агентом, который управляет всей ситуацией безраздельно: он может гарантировать и поцелуй, и противоположное, зная, что откажись он целовать Шарлотту, ответного действия не последует. Его уклонение, совершенное по третьему типу, дает основания считать, что положение дел «Вертер и Шарлотта поцеловались» для него, вероятно, вовсе не является желательным. Ясно, что поведение Шарлотты зависит от того, что ей известно о типе уклонения, которое совершает Вертер. Осведомленность о типе уклонения, который реализуют агенты в связи с некоторым положением дел, — это важный источник информации о знаниях и предпочтениях агентов, об их способе рассуждать, об их видении друг друга. Определения типов уклонения, которые мы предлагаем, дают начало важной работе в этом направлении.

The author is supported by the Russian Science Foundation project № 20-18-00158

Литература

[1] Вригт, фон Г. Х. *О логике норм и действий* // Логико-философские исследования. М., Прогресс, 1986. С. 245–289.

[2] Horty J., Belnap N. *The Deliberative Stit: A Study of Action, Omission, Ability, and Obligation* // Journal of Philosophical Logic, Vol. 24. № 6, pp. 583–644.

What is a Hybrid Lattice of Situations (Interpretation of Wittgenstein's Logical Atomism and a Little More)

Janusz Kaczmarek
University of Łódź
janusz.kaczmarek@uni.lodz.pl

Abstract: The problems presented in this paper belong to the problems of topological ontology. What is topological ontology? It is a fragment of formal ontology and therefore ontology as such, in which the concepts and theorems of general topology are used. The paper will present an account of Wittgenstein's ontology through Wolniewicz's lattice theory, and then show how to proceed naturally to an interpretation of Wittgenstein's ontology through topological tools. In this way we will obtain two perspectives on Wittgenstein's ontology and compare the consequences of both approaches. In this (very short) paper I had to assume that the reader is familiar with the basic concepts of lattice theory and general topology.

Keywords: *topological ontology, lattice theory, Wittgenstein's ontology*

1. Developmental phases of topological ontology.

Step 1. Wolniewicz (polish formal ontologist) proposed an interpretation of Wittgenstein's ontology through his theory of lattices with eleven axioms. Let us just recall here axioms 8–11.

Let CES be a set (empty or non-empty) of the so-called *contingent* (or *proper*) *elementary situations* and ES a *set of elementary situations*. Define: $ES = CES \cup \{o, \lambda\}$, where o is called *empty elementary situation* and λ ($\neq o$) the *impossible* one. The contingent situations and empty situation are called *possible* ones. We write: $x \vee y$ for supremum of x and y, $x \wedge y$ for infimum of x and y, and $\leq$ is an order in a given lattice.

Axiom 8. Let AES be a set of atomic elementary situations, i. e., $AES = \{x \in ES : x \text{ covers } o\}$. We assume that there is a non-empty set AES such that for any $x \in ES$ there exists $A \subset AES$ such that: $x = \sup A$.

Axiom 9. For any $x, y \in ES$ such that neither $x = o$ and $y = \lambda$, nor conversely: if $x \vee y = \lambda$, then there exist s, $t \in AES$ such that $s \leq x$ and $t \leq y$ and $s \vee t = \lambda$.

Axiom 10. For any $x, y, z \in AES$: if $x \vee z = \lambda$ and $y \vee z = \lambda$, then $x = y$ or $x \vee y = \lambda$.

Axiom 11. Let "dim LS" mean the number of logical dimensions D (as Wolniewicz assumes):

$$\dim LS = n,$$

where $n \geq 0$ is a natural number and $\dim LS = 0$, if $CES = \varnothing$; $\dim LS = \mathrm{card} D$, otherwise.

Wolniewicz concludes:

The three axioms, **Axiom 8**–**Axiom 10**, against the background of **Axiom 1**–**Axiom 7**, embody the philosophy of Logical Atomism. Indeed, the "logical atomism" of Russell, whatever they were, had two basic ontological properties: they were simple, and they were mutually independent. Now **Axiom 8** means simplicity of A-situations[1] with regard to their logical space. And in view of the **Axiom 9** and **Axiom 10**, A-situations belonging to different logical dimensions are independent to each other in a Wittgensteinian sense of the term (...).[2]

We can think of a given lattice of elementary situations as the following figures:

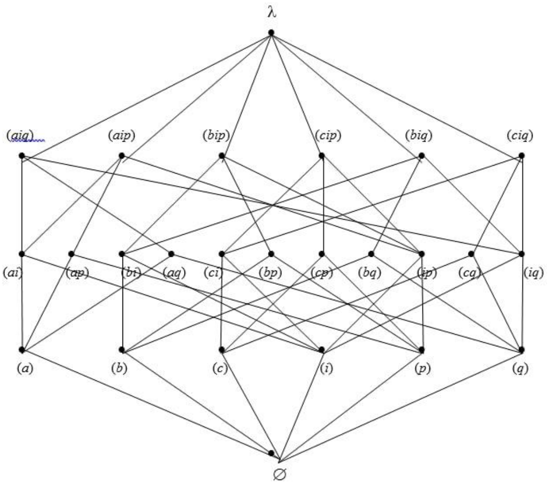


Figure 1. A lattice with signature (2, 1, 3). Source: The author

The lattice has 3 dimensions: $D_1 = p, q$, $D_2 = i$, and $D_3 = a, b, c$. Wolniewicz assumes that the number of dimensions is finite but the number of elements in a dimension can be finite or infinite. In the latter case we obtain a lattice of finite height and infinite width. It is easy to prove that **Axioms 1–11** are consistent.

Step 2. It turns out that from the lattice shown above, it is easy to move to a lattice composed of topological spaces. For if we replace (a) by {a}, (ai) by {a, i}, and (aig) by {a, i, g} in the lattice given above, we see that the family of sets: {∅, {a}, {a, i}, {a, i, g}} is a topology on the set {a, i, g}.

Step 3. In the next phase we depart from axiom 11 given by Wolniewicz. Moreover, we note that Wolniewicz lattices are a special case of lattices in which every possible world can be considered as represented by a discrete topology.

[1] The term "A-situation" is used originally by Wolniewicz for "atomic elementary situation".

[2] Comp. (Wolniewicz 1999: 27).

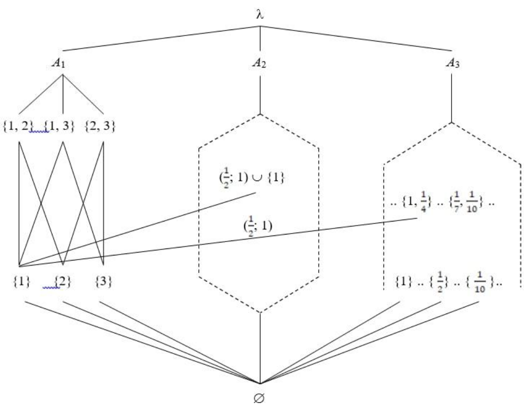


Figure 2. Hybrid lattice of topologies. Source: The author

And since Wittgenstein gave a ticket to considering the world as a world without atoms, hence there is a formal idea to consider a formal structure (lattice) made of topological spaces without atoms or with atoms and/or without atoms.

So, we have consider the following structure of topologies.

I have given a general definition of such a lattice in Kaczmarek (2019). Namely: Let $(X, \tau x)$ be any topological space, $A_1, A_2, \ldots$, a subset of X such that for any $i, j, i \neq j$: $A_i \not\subset A_j$ and $A_j \not\subset A_i$, and for any $k \in \omega$: (A_k, τ_{A_k}) be any topological subspace of $(X, \tau x)$. Then the family ***GWL*** $= \{S : S \in \tau_{A_k}$ for some $k \in \omega\} \cup \{\lambda\}$ with $\underline{\cup}$ as a supremum, $\underline{\cap}$ as a infimum and $\varnothing$ (or zero) and λ (or unit) as the least and greatest element of GWL is a general Wittgenstein's lattice, where $\underline{\cup}$ and $\underline{\cap}$ are defined by conditions:

$$S_i \underline{\cup} S_j = \begin{cases} S_i \cup S_j & \text{if } S_i \cup S_j \in \tau_{A_k}, \text{ for some } k \in \omega \\ \lambda & \text{oth.} \end{cases}$$

$$S_i \underline{\cap} S_j = \begin{cases} S_i \cap S_j & \text{if } S_i \cup S_j \in \tau_{A_k}, \text{ for some } k \in \omega \\ \varnothing & \text{oth.} \end{cases}$$

2. A hybrid approach, i.e. one that captures part of the world atomistically (according to the proposal put forward) and part of the world non-atomistically, allows for an open interpretation of the world. Hence, in the presented interpretation we obtain a number of interesting, not always intuitively obvious, conclusions. These will be presented at the logical Smirnoff conference.

2.1. Some definitions. Let ***L*** be a lattice and ES be a non-empty set of elementary situations of ***L***. ES is *independent* iff $supES \neq \lambda$ and for any $A, B \in ES : A = B$ or $A \cap B = \varnothing$.

Any two contingent situations, A and B, are called *incompatible* iff $A \cup B = \lambda$. Of course, two such situations are *compatible* iff they are not incompatible.

Any two sets A and B of ***L*** are *separate* iff: if $A \neq B$ then there exists a world w such that $(A \subset w$ and $B \not\subset w)$ or $(A \not\subset w$ and $B \subset w)$; in lattice theory language '$A \subset w$' means '$A \leq w$'. Any two (different) sets A and B of ***L*** are *separate* iff: if $A \neq B$ then there exists a world w such that ($A \subset w$ and $B \not\subset w$) or ($A \not\subset w$ and $B \subset w$).

2.2. Facts. Any two (different) situations A, B are independent iff $A \cup B \neq \lambda$ and $A \cap B = \emptyset$. A and B are compatible iff there exists a possible world w such that $A \subset w$ and $B \subset w$. Let IN be a set of independent situations and COM a set of compatible ones. Then: (i) $IN \cap COM \neq \emptyset$, (ii) $IN \,\breve{}\, COM \neq \emptyset$, (iii) $COM \,\breve{}\, IN \neq \emptyset$.

Let D be a dimension of ***L*** and $A, B \in D$. It is evident that if $A \neq B$, then A and B are separate. Moreover, if for and D card$(D) \geq 2$, $A, B \in$ ***L***, $A \neq \emptyset \neq B$ and $A \neq B$, then A and B are separate.

2.3. Examples. (a) note that the lattice given in Figure 1 is not separate. Consider, for example, the nodes (ap) and (aip), (b) according to Wolniewicz, the lattice corresponding to Wittgenstein's ontology has two elements in each dimension; in such a lattice all topological spaces on sets A_i (comp. def. of ***GWL*** above) are homeomorphic; (c) if we additionally consider any infinite number of dimensions (we reject **Axiom 11**), then in every topological space we find its proper subspace homeomorphic with the space, (d) take into account $X = (0; 1)$ and any $r \in (0; 1)$. Consider topological subspaces on $X \,\breve{}\, \{r\}$ induced by natural topology. Let us fix $\lambda = (0; 1)$, the topology on $X \,\breve{}\, \{r\}$ as τ_r and ***GWL***$(X \,\breve{}\, \{r\}) = \bigcup_r \tau_r \cup \{\lambda\}$; ***GWL***$(X \,\breve{}\, \{r\})$ with $\lambda = (0; 1)$ as a unit, $\emptyset$ as zero and any $r \in (0; 1)$ is a ***GWL***; this lattice has no atoms.

Bibliography

[1] Kaczmarek, J. *What is a Formalized Ontology Today? An Example of IIC* Bulletin of the Section of Logic, vol. 37, 3–4, pp. 233–244. 2008.

[2] Kaczmarek, J. *Ontology in Tractatus Logico-Philosophicus. A Topological Approach* [in:] G. M. Mras, P. Weingartner, B. Ritter (Eds.), Philosophy of Logic and Mathematics, Proceedings of the 41st International Ludwig Wittgenstein Symposium, De Gruyter, pp. 246–262. 2019.

[3] Wittgenstein, L. *Tractatus logico-philosophicus* BKF, PWN, Warszawa, pp. 109. Trans. and introduction: B. Wolniewicz (first ed. [1921], Logisch-philosophische Abhandlung, [in:] Annalen der Naturphilosophie). 1997.

[4] Wolniewicz, B. *A formal ontology of situations* Studia Logica, vol. 41, no. 4, pp. 381–413. 1982.

[5] Wolniewicz, B. *Logic and Metaphysics. Studies in Wittgenstein's Ontology of Facts* Polskie Towarzystwo Semiotyczne (Ed. by Polish Semiotic Association), Warszawa. 1999.

Normalisation for the logic of paradox and its relatives

Kürbis N., Petrukhin Y. I.
University of Łódź
nils.kurbis@filhist.uni.lodz.pl
yaroslav.petrukhin@mail.ru

Abstract: In this talk, we present a modification of Priest's natural deduction system for Asenjo's and Priest's logic of paradox and prove the deduction normalisation theorem for it. Then we consider some other logics connected with the logic of paradox.

Keywords: *Keywords: normalisation, logic of paradox, three-valued logic, natural deduction.*

Asenjo [2] presented the logic of antinomies which nowadays is known as the logic of paradox **LP** due to Priest [16]. This logic has a three-valued semantics (see the truth tables below), the same set of tautologies as classical propositional logic (see [10] for the proof), but a different entailment relation. In particular, $A \wedge \neg A$ does not entail B in **LP** which make this logic paraconsistent. Quite often this logics is formulated in a propositional language with negation, conjunction, and disjunction only. It may, however, be enriched by an implication. There are several options here. One example is Kleene's implication [12] defined as $\neg A \vee B$ ($\rightarrow_1$ in the table below). Since this implication does not verify modus ponens[1], we do not consider it and prefer other options. Among them is an implication studied by Słupecki [17], Jaśkowski [11], D'Ottaviano and da Costa's [8], Asenjo and Tamburino [3], Batens [6], and Avron [4] ($\rightarrow_2$ in the table below). This implication validates modus ponens and the deduction theorem. Such an extension of **LP** is known as $\mathbf{PI^s}$ [6], $\mathbf{RM_3^{\supset}}$ [4], and **PCont** [19]. Yet another option is Sobociński's implication [18] ($\rightarrow_3$ in the table below). Although it does not enjoy the deduction theorem, it validates modus ponens. This extension of **LP** is called $\mathbf{RM_3}$ and was investigated by Anderson and Belnap [1] (Sobociński himself used different conjunction and disjunction).

A	$\neg$
1	0
$1/2$	$1/2$
0	1

$\vee$	1	$1/2$	0
1	1	1	1
$1/2$	1	$1/2$	$1/2$
0	1	$1/2$	0

$\wedge$	1	$1/2$	0
1	1	$1/2$	0
$1/2$	$1/2$	$1/2$	0
0	0	0	0

$\rightarrow_1$	1	$1/2$	0
1	1	$1/2$	0
$1/2$	1	$1/2$	$1/2$
0	1	1	1

$\rightarrow_2$	1	$1/2$	0
1	1	$1/2$	0
$1/2$	1	$1/2$	0
0	1	1	1

$\rightarrow_3$	1	$1/2$	0
1	1	0	0
$1/2$	1	$1/2$	0
0	1	1	1

[1]Although the formula $(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$ is valid; obviously, the deduction theorem does not hold for this implication.

The entailment relation in **LP** and its implicative extensions is defined as follows: $\Gamma \models A$ iff for any valuation v, $v(B) \neq 0$, for any $B \in \Gamma$, implies $v(A) \neq 0$.

Our interest in proving a normalisation theorem for **LP** is induced by Tennat [20] who claims that this theorem cannot be proved for Priest's natural deduction system for **LP** [15]. We present a modification of Priest's system which overcomes the difficulties mentioned by Tennat and establish the normalisation theorem for it. Then we extend our result for **PCont**, $\mathbf{RM_3}$, and some other logics, including strong Kleene $\mathbf{K_3}$ [12], its implicative extension **PComp** [5, 13], Belnap-Dunn's **FDE** [7, 9], and its implicative extension **Par** [14].

The rules of our modification of Priest's natural deduction system are as follows:

$$\frac{A \quad B}{A \wedge B} \qquad \frac{A \wedge B}{A} \qquad \frac{A \wedge B}{B} \qquad \frac{A}{A \vee B} \qquad \frac{B}{A \vee B}$$

$$\frac{A \vee B \quad \begin{matrix}[A]^i \\ \Pi \\ C\end{matrix} \quad \begin{matrix}[B]^j \\ \Sigma \\ C\end{matrix}}{C}\, {}_{i,j} \qquad \frac{\neg(A \wedge B) \quad \begin{matrix}[\neg A]^i \\ \Pi \\ C\end{matrix} \quad \begin{matrix}[\neg B]^j \\ \Sigma \\ C\end{matrix}}{C}\, {}_{i,j}$$

$$\frac{\neg A}{\neg(A \wedge B)} \qquad \frac{\neg B}{\neg(A \wedge B)} \qquad \frac{\neg A \quad \neg B}{\neg(A \vee B)} \qquad \frac{\neg(A \vee B)}{\neg A} \qquad \frac{\neg(A \vee B)}{\neg B}$$

$$\frac{A}{\neg\neg A} \qquad \frac{\neg\neg A}{A} \qquad \frac{\begin{matrix}[A]^i \\ \Pi \\ B\end{matrix} \quad \begin{matrix}[\neg A]^j \\ \Sigma \\ B\end{matrix}}{B}\, {}_{i,j}$$

The notion of a deduction is defined in a standard Gentzen-Prawitz-style way. The rules for the implications are as follows (the former implication introduction rule is for **PCont**, the latter one is for $\mathbf{RM_3}$, other rules are the same in both logics):

$$\frac{\begin{matrix}[A]^i \\ \Pi \\ B\end{matrix}}{A \to B}\, {}_{i} \qquad \frac{\begin{matrix}[A]^i \\ \Pi \\ B\end{matrix} \quad \begin{matrix}[\neg B]^j \\ \Sigma \\ \neg A\end{matrix}}{A \to B}\, {}_{i,j} \qquad \frac{A \to B \quad A}{B}$$

$$\frac{A \quad \neg B}{\neg(A \to B)} \qquad \frac{\neg(A \to B)}{A} \qquad \frac{\neg(A \to B)}{\neg B}$$

The research of Y. Petrukhin is supported by the grant from the National Science Centre, Poland, project № DEC-2017/25/B/HS1/01268. The research of N. Kürbis is supported by the Alexander von Humboldt Foundation.

Bibliography

[1] Anderson A.R., Belnap N.D. *Entailment. The Logic of Relevance and Necessity*, Vol. 1. Princeton, NJ: Princeton University Press. 1975.

[2] Asenjo F.G. *A calculus of antinomies* // Notre Dame Journal of Formal Logic. 1966. V. 7. P. 103–105.

[3] Asenjo F.G., Tamburino J. *Logic of antinomies. Notre Dame Journal of Formal Logic.* // 1975. V. 61. P. 17–44.

[4] Avron A. *On an implicational connective of RM* // Notre Dame Journal of Formal Logic. 1986. V. 27. P. 201–209.

[5] Avron A. *Natural 3-valued logics — characterization and proof theory* // The Journal of Symbolic Logic. 1991. V. 61. P. 276–294.

[6] Batens D. *Paraconsistent extensional propositional logics* // Logique et Analyse. 1980. V. 23. P. 195–234.

[7] Belnap N.D. *A useful four-valued logic* // Modern Uses of Multiple-Valued Logic. ed. by J.M. Dunn, G. Epstein. Reidel Publishing Company. 1977. P. 7–37.

[8] D'Ottaviano I.M.L., da Costa N.C.A. *Sur un probléme de Jaśkowski* // Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris. 1970. V. 270. P. 1349–1353.

[9] Dunn J.M. *Intuitive semantics for first-degree entailment and coupled trees* //Philosophical Studies. 1976. V. 29. P. 149–168.

[10] Epstein R.L. *The semantic foundation of logic. Vol. 1: Propositional Logic* // Dordrecht. Kluwer. 1990.

[11] Jaśkowski S. *A propositional calculus for inconsistent deductive systems* // Logic and Logical Philosophy. 1999. V. 7, P. 35–56. [English translation of the paper by 1948].

[12] Kleene S.C. *On a notation for ordinal numbers* // The Journal of Symbolic Logic. 1938. V. 3. P. 150–155.

[13] Popov V.M. *Between the logic Par and the set of all formulas (in Russian)* // The Proceeding of the Sixth Smirnov Readings in logic, Contemporary notebooks, Moscow. 2009. P. 93–95.

[14] Popov V.M. *Sequent formulations of paraconsistent logical systems (in Russian)* // Semantic and syntactic investigations of non-extensional logics. V.A. Smirnov (ed.) Nauka Publ., Moscow. 1989. P. 285–289.

[15] Priest G. *Paraconsistent logic* // Gabbay M., Guenthner F.(eds.) Handbook of philosophical logic, 2nd edition. Kluwer Academic Publishers. 2002. V. 6. P. 287–393.

[16] Priest G. *The logic of paradox* // Journal of Philosophical Logic. 1979. V. 8. P. 219–241.

[17] Słupecki J. *Proof of axiomatizability of full many-valued systems of calculus of propositions* // Studia Logica. 1971. V. 29. P. 155–168. [English translation of the paper by 1939].

[18] Sobociński B. *Axiomatization of a partial system of three-valued calculus of propositions* // The Journal of Computing Systems. 1952. V. 1. P. 23–55.

[19] Rozonoer L. *On interpretation of inconsistent theories* // Information sciences. 1989. V. 47. P. 243–266.

[20] Tennat N. *GP's LP* // Baskent, C., and Ferguson, T.M. (eds.), Graham Priest on Dialetheism and Paraconsistency. Springer. 2019. P. 481–506.

Априорность знания как условие для логического вывода «предписано» из «есть»

Лобовиков В. О.
Институт философии и права Уральского отделения РАН
vlobovikov@mail.ru

Аннотация: В формальной аксиоматической теории Сигма построено формальное доказательство такой схемы теорем, которая означает в стандартной интерпретации формальной теории Сигма, что при допущении априорности знания, нормативные суждения логически выводимы из соответствующих суждений о том, что есть. Эта теорема точно определяет (ограничивает) сферу уместной применимости Гильотины Юма и оправдывает кажущееся парадоксальным утверждение И. Канта о предписывании физиком чисто априорных законов природе.

Ключевые слова: *Гильотина-Юма, Логически-непреодолимая-пропасть-между-фактами-и-нормами, Формально-логический-вывод-нормативного-утверждения-из-утверждения-о-бытии*

A-Priori-ness of Knowledge as a Condition for Logical Deriving "Is-Prescribed" from "Is"

Lobovikov V. O.
Institute of Philosophy and Law of Ural Branch of Russian Academy of Sciences
vlobovikov@mail.ru

Abstract: In a formal axiomatic theory Sigma, a formal proof of such a theorem-scheme is constructed which theorem-scheme affirms (in a standard interpretation of Sigma) that, under the assumption of a-priori-ness of knowledge, normative judgements are logically derivable from corresponding judgements of being. This surprising theorem-scheme precisely defines (limits) the sphere of relevant applicability of Hume-Guillotine and vindicates (justifies) seemingly paradoxical I. Kant's statement of physicist's prescribing pure-a-priori laws to nature.

Keywords: *Hume-Guillotine, Logically-Unbridgeable-Gap-between-Facts-and-Norms, Formal-logical-deriving-statement-of-norm-from-statement-of-being*

The logically formalized axiomatic multi-modal epistemology system Sigma is defined precisely in [2]. Due to the word-limit, here I shall abstain from repeating definitions of the object-language-alphabet, terms, and formulae of Sigma. As to the definition of "proper axioms of Sigma", in this paper I shall repeat formulating only such proper-epistemology-axiom-schemes of Sigma which are directly involved into the discourse. Therefore, not all axiom-schemes of Sigma are mentioned in the present paper; the proper-axiology-axiom-schemes of Sigma are not considered here as they are not utilized in the discourse.

Also due to the word-limit, in the given paper I shall abstain from interpreting all the modality-symbols belonging to Σ's object-language-alphabet. Although Σ is a multi-modal epistemology-and-axiology theory dealing with a set of modality-symbols

$$\{\Box, K, A, E, S, T, F, P, Z, G, W, O, B, U, Y\},$$

only some of them are directly exploited and introduced below in the paper, namely, $\Box$ stands for the alethic modality "necessary". Symbols K, A, E, S, respectively, stand for epistemology modalities "agent Knows that…", "agent A-priori knows that…", "agent Empirically knows that…", "under some conditions some agent has a Sensation (feeling) that…". Symbols O, G, W, respectively, stand for normative (deontic) and evaluative modalities "it is Obligatory (prescribed) that…", "it is Good that…", "it is Wicked that…". Meanings of the mentioned symbols are defined (indirectly) by the schemes of proper epistemology axioms of Sigma which axioms are added to the axioms of classical propositional logic. Schemes of axioms and inference-rules of the classical propositional logic are applicable to all formulae of Sigma. The subset of Sigma's proper-axiom-schemes, which is taken into an account in this paper, is the following.

Axiom-scheme AX1: $A\alpha \supset (\Box\beta \supset \beta)$.

Axiom-scheme AX2: $A\alpha \supset (\Box(\alpha \supset \beta) \supset (\Box\alpha \supset \Box\beta))$.

Axiom-scheme AX3: $A\alpha \leftrightarrow (K\alpha \,\&\, (\Box\alpha \,\&\, \Box\neg S\alpha \,\&\, \Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)))$.

Axiom-scheme AX4: $E\alpha \leftrightarrow (K\alpha \,\&\, (\neg\Box\alpha \vee \neg\Box\neg S\alpha \vee \neg\Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)))$.

Axiom-scheme AX5: $K\alpha \supset \neg\Box\neg\alpha$.

Axiom-scheme AX6: $(\Box\beta \,\&\, \Box\Box\beta) \supset \beta$.

In AX3 and A4, the symbol Ω (belonging to the meta-language) stands for any element of the following set of modality-symbols

$$\{\Box, K, T, F, P, Z, G, O, B, U, Y\}$$

called "perfection-modalities" or simply "perfections". Not all modalities which Sigma deals with are perfections, for instance, S and W are not perfections.

In Sigma, the *derivative* rule of $\Box$ elimination is formulated as follows: $A\alpha, \Box\beta \vdash \beta$. This rule is not included into the definition of Σ, but it is easily *derivable* in Σ by means of the axiom scheme AX1 and modus ponens. The rule $\Box\beta \vdash \beta$ is not derivable in Σ, and Gödel's necessitation rule is not derivable in Σ. Nevertheless, a limited or conditioned necessitation rule is derivable in Σ, namely, $A\alpha, \beta \vdash \Box\beta$.

In the logically formalized axiomatic theory Sigma, the formula-scheme $(A\alpha \supset (\Box\beta \leftrightarrow O\beta))$ is a scheme of theorems. Here: symbols α and β stand for any formulae of Sigma; $A\alpha$ stands for “person (physicist) a-priori knows that α”; $\Box\beta$ stands for “it is necessary that β”, and $O\beta$ stands for “it is *commanded*, prescribed, *obligatory* that β”. The modality $\Box\beta$ represents a law of nature. The modality $O\beta$ represents “physicist’s command, *prescription*, making *obligatory* that β”. The theorem-scheme $(A\alpha \supset (\Box\beta \leftrightarrow O\beta))$ formally proved (within Sigma) below in this paper is considered as a discrete mathematical model of/for the enigmatic statement by Kant [1, pp. 71–72].

First of all, let us prove a more general theorem-scheme $(A\alpha \supset (\Theta\beta \leftrightarrow \Omega\beta))$, where the symbols Θ and Ω (belonging to the meta-language) stand for any elements of the set of perfection-modalities $\{\Box, K, T, F, P, Z, G, O, B, U, Y\}$. A formal proof of the theorem-scheme $(A\alpha \supset (\Theta\beta \leftrightarrow \Omega\beta))$ in Sigma is the following succession 1—11 of formula-schemes. A formal proof of the theorem-scheme $(A\alpha \supset (\Box\beta \leftrightarrow O\beta))$ in Sigma is the following succession 1—13 of formula-schemes.

1) $A\alpha \leftrightarrow (K\alpha \,\&\, (\Box\alpha \,\&\, \Box\neg S\alpha \,\&\, \Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)))$: axiom scheme AX3.
2) $A\alpha \supset (K\alpha \,\&\, (\Box\alpha \,\&\, \Box\neg S\alpha \,\&\, \Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)))$: from 1 by the rule of elimination of $\leftrightarrow$.
3) $A\alpha$: assumption.
4) $(K\alpha \,\&\, (\Box\alpha \,\&\, \Box\neg S\alpha \,\&\, \Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)))$: from 2 and 3 by *modus ponens*.
5) $\Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)$: from 4 by the rule of elimination of $\&$.
6) $(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)$: from 5 and 3 by the *derivative* rule of elimination of $\Box$.
7) $(\beta \leftrightarrow \Theta\beta)$: from 6 by substituting Θ for Ω.
8) $(\Theta\beta \leftrightarrow \beta)$: from 7 by commutativity of $\leftrightarrow$.
9) $(\Theta\beta \leftrightarrow \Omega\beta)$: from 8 and 6 by transitivity of $\leftrightarrow$.
10) $A\alpha \vdash (\Theta\beta \leftrightarrow \Omega\beta)$: by 1—9.
11) $\vdash A\alpha \supset (\Theta\beta \leftrightarrow \Omega\beta)$: from 10 by the rule of introduction of $\supset$.
12) $\vdash A\alpha \supset (G\beta \leftrightarrow \Box\beta)$: from 11 by substituting G for Θ; $\Box$ for Ω.
13) $\vdash A\alpha \supset (\Box\beta \leftrightarrow O\beta)$: from 11 by substituting $\Box$ for Θ; O for Ω.
14) $\vdash A\alpha \supset (G\beta \leftrightarrow O\beta)$: from 11 by substituting G for Θ; O for Ω.

The element number 13 in this succession justifies the queer statement by Kant.

Литература

[1] Kant, I. *Metaphysical foundations of natural science.* Cambridge, UK; New York: Cambridge University Press, 2004.

[2] Lobovikov, V. O. *A Formal Deductive Inference of the Law of Inertia in a Logically Formalized Axiomatic Epistemology System Sigma from the Assumption of Knowledge A-Prioriness.*Journal of Applied Mathematics and Physics, 9(3), 441-467. 2021. `DOI:Br10.4236/jamp.2021.93031.`

Логика суждений существования, рекурсивно эквивалентная силлогистике с неопределенно-местной константой

Маркин В. И.
Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
markin@philos.msu.ru

Аннотация: В докладе строится формальная система, предназначенная для логического анализа суждений существования. В ее языке содержится неопределенно-местная константа существования Υ, а простые формулы образуются сочленением этой константы с произвольной конечной последовательностью общих терминов – положительных (простых) и отрицательных. Формула данного типа истинна, е.т.е. пересечение объемов указанных общих терминов непусто. Предлагается исчисление, аксиоматизирующее класс общезначимых формул. Демонстрируется рекурсивная эквивалентность логики суждений существования и силлогистики с неопределенно-местной константой, которая является обобщением стандартной силлогистической константы a.

Ключевые слова: *Суждения существования, атрибутивные суждения, силлогистика, логическое исчисление, семантика, погружающая операция.*

Logic of existence judgements that is recursively equivalent to syllogistic with indefinably-placed constant

Markin V. I.
Lomonosov Moscow State University
markin@philos.msu.ru

Abstract: We set out a formal system for logical analyses of existence judgements. Its language contains the constant of existence Υ, atomic formulas are formed by the concatenation of Υ with any finite sequence of general terms (positive and negative). The formula of this type is valid iff the intersection of these terms extensions is non-empty. We formulate an axiomatization of the set of generally valid formulas. We prove that the logic of existence judgements is recursively equivalent to the syllogistic with indefinably-placed constant which is the generalization of standard syllogistic constant a.

Keywords: *existence judgements, categorical judgements, syllogistic, logical calculus, semantics, embedding operation.*

В традиционной логике, наряду с атрибутивными и реляционными, выделялись простые суждения еще одного типа – так называемые *суждения существования.* Если в атрибутивных суждениях логическим сказуемым (предикатом) является знак свойства (атрибута) индивидов, а в реляционных – знак отношения между индивидами, то в суждениях существования в этой роли выступает термин «существует». Причем данный термин рассматривается не как квантор, а как знак особой *онтологической характеристики* индивидов.

Суждения существования – так же, как простые суждения других видов – делят (по качеству) на *утвердительные* и *отрицательные*: в утвердительных фиксируется существование объекта (объектов), а в отрицательных – его (их) несуществование. Субъектами суждений данного типа могут быть как *сингулярные* термины («Флогистон не существует»), так и *общие* термины («Черные лебеди существуют»). В последнем случае субъект может быть простым («млекопитающие») и сложным, т.е. образованным сочленением нескольких общих терминов («фруктоядные рукокрылые млекопитающие»). Общий термин может также образовываться из простого с помощью *терминного отрицания* («беспозвоночные»).

В истории логики можно обнаружить точку зрения, согласно которой статус суждений существования более фундаментален по сравнению с атрибутивными (категорическими) суждениями, в том отношении, что вторые можно – не меняя их смысла – редуцировать к первым. Так, Франц Брентано считал, что суждение формы «Все S есть P» эквивалентно суждению существования «S не-P не существуют», суждение формы «Некоторые S есть P» – суждению «SP существуют», суждение формы «Ни один S не есть P» – суждению «SP не существуют», а суждение формы «Некоторые S не есть P» – суждению «S не-P существуют» (см. [1]).

Сходной позиции придерживался и Льюис Кэрролл [2]. При анализе силлогизмов он также интерпретировал категорические суждения как суждения существования. Интерпретация частноутвердительных и общеотрицательных суждений у него аналогична брентановской: суждение «Некоторые купцы являются скупцами» выражает ту же мысль, что и суждение «Купцы-скупцы существуют», а суждение «Ни одна русалка не является модисткой» ту же мысль, что и суждение «Русалок-модисток не существует». Общеутвердительное суждение формы «Все S есть P», согласно Кэрроллу, эквивалентно конъюнкции двух суждений существования: «SP существуют» и «S не-P не существуют». Например, «Все банкиры богаты» выражает ту же мысль, что и «Богатые банкиры существуют, а небогатых банкиров не существует». Частноотрицательные суждения «Некоторые S не есть P» Кэрроллом не рассматривались, он считал их равнозначными суждениям формы «Некоторые S есть не-P».

В данной работе мы попытаемся сформулировать логическую систему, в языке которой можно представить логические формы суждений существования как с простыми, так и со сложными субъектами. Данную систему будем строить на базе классической логики высказываний, как это принято при современных формализациях силлогистических теорий.

Алфавит языка содержит: бесконечный список простых общих терминов (будем использовать для них метапеременные S, P, M, S_1,...), символ терминного отрицания ($'$), неопределенно-местную константу существования (Υ), пропозициональные связки и скобки.

Общим термином назовем (1) произвольный простой общий термин S, (2) выражение вида S', где S – простой общий термин. При этом S будем называть положительным, а S' отрицательным термином. В качестве метапеременных по любым общим терминам (как положительным, так и отрицательным) будем использовать символы X, Z, X_1,...

Атомарными формулами языка нашей системы являются выражения вида $\Upsilon X_1 X_2 ... X_n$ ($n \geq 1$), где X_1, X_2,... X_n – общие термины. Формула $\Upsilon X_1 X_2 ... X_n$ представляет собой логическую форму суждения существования «$X_1 X_2 ... X_n$ существуют». Сложные формулы образуются из других формул с помощью пропозициональных связок.

Для данного языка зададим точную семантику. *Моделью* называется пара $\langle \mathbf{D}, \varphi \rangle$, где $\mathbf{D} \neq \varnothing$, а $\varphi(S) \subseteq \mathbf{D}$ для любого простого общего термина S. Определим функцию ψ, сопоставляющую значение каждому общему термину (включая отрицательные) в модели $\langle \mathbf{D}, \varphi \rangle$: $\psi(S) = \varphi(S), \psi(S') = \mathbf{D} \setminus \varphi(S)$. Введем понятие $\mathcal{V}$-значимости формулы нашего языка в модели $\langle \mathbf{D}, \varphi \rangle$. Условия значимости атомарных формул определяются так:

$$\mathcal{V}(\Upsilon X_1 X_2 ... X_n, \mathbf{D}, \varphi), \text{ е.т.е. } \psi(X_1) \cap \psi(X_2) \cap ... \cap \psi(X_n) \neq \varnothing.$$

Условия значимости формул, образованных с помощью пропозициональных связок, стандартные.

Формула A называется $\mathcal{V}$-*общезначимой*, е.т.е. $\mathcal{V}(A, \mathbf{D}, \varphi)$ в каждой модели $\langle \mathbf{D}, \varphi \rangle$.

Класс $\mathcal{V}$-общезначимых формул аксиоматизирует исчисление $\mathbf{C\Upsilon}$. Оно содержит схемы аксиом классического исчисления высказываний и шесть дополнительных схем аксиом:

Υ1. $\Upsilon xz \supset (\Upsilon Mx \vee \Upsilon zM')$,
Υ2. $\neg \Upsilon SS'$,
Υ3. $\Upsilon xXZz \supset \Upsilon xZXz$,
Υ4. $\Upsilon xX \supset \Upsilon xXX$,
Υ5. $\Upsilon yX \supset \Upsilon y$,
Υ6. $\Upsilon S \vee \Upsilon S'$,

где x и z – конечные и возможно пустые последовательности общих терминов (в Υ1 по крайней мере одна из них непуста), y – непустая конечная последовательность общих терминов, S и M – простые общие термины, X и Z – произвольные общие термины.

Единственным правилом вывода в $\mathbf{C\Upsilon}$ является *modus ponens*. Понятия доказательства и теоремы стандартные.

Осуществим сравнение исчисления суждений существования $\mathbf{C\Upsilon}$ с силлогистикой $\mathbf{C\Phi}@$, сформулированной в [3]. В этой логике решается проблема силлогистического представления всех возможных отношений между объемами произвольного конечного числа терминов в некотором универсуме без введения в язык терминообразующих операторов, т.е. в рамках *позитивной* силлогистики, где единственный вид общих терминов – это простые (положительные) термины.

Язык $\mathbf{C\Phi}@$ содержит неопределенно-местную силлогистическую константу @, а также бесконечный список простых общих терминов, пропозициональные связки и скобки. Атомарные формулы этого силлогистического языка имеют вид $S_1S_2...S_n@P_1P_2...P_m$, где S_1, S_2,..., S_n, P_1, P_2,..., P_m – простые общие термины и $n + m \geq 1$. Сложные формулы образуются с помощью пропозициональных связок.

В семантике данного языка рассматриваются модели того же типа, что и в сформулированной ранее логике суждений существования. Вводится понятие $\mathcal{W}$-значимости формул языка $\mathbf{C\Phi}@$ в модели $\langle \mathbf{D}, \varphi \rangle$. Условия $\mathcal{W}$-значимости атомарных формул определяются следующим образом:

$$\mathcal{W}(S_1S_2...S_n@P_1P_2...P_m, \mathbf{D}, \varphi), \text{ е.т.е.}$$
$$\varphi(S_1) \cap \varphi(S_2) \cap ... \cap \varphi(S_n) \cap (\mathbf{D} \setminus \varphi(P_1)) \cap (\mathbf{D} \setminus \varphi(P_2)) \cap ... \cap (\mathbf{D} \setminus \varphi(P_m)) = \varnothing.$$

Условия $\mathcal{W}$-значимости сложных формул обычные.

Формула A силлогистического языка $\mathcal{W}$-*общезначима*, е.т.е. $\mathcal{W}(A, D, \varphi)$ в каждой модели $\langle \mathbf{D}, \varphi \rangle$.

Класс $\mathcal{W}$-общезначимых формул аксиоматизирует исчисление $\mathbf{C\Phi}@$. При формальной записи его постулатов s, p, q, r обозначают последовательности (возможно пустые) общих терминов. Помимо схем аксиом классического исчисления высказываний $\mathbf{C\Phi}@$ включает следующие силлогистические схемы аксиом:

@1. $(Mq@r \wedge s@pM) \supset sq@pr$, где по крайней мере одна из последовательностей терминов – s, q, p или r – не является пустой,

@2. $S@S$,

@3. $sSPp@q \supset sPSp@q$,

@4. $s@pSPq \supset s@pPSq$,

@5. $SSs@p \supset Ss@p$,

@6. $s@pPP \supset s@pP$,

@7. $s@p \supset Ss@p$,

@8. $s@p \supset s@pP$,

@9. $\neg(S@ \wedge @S)$.

Единственное правило вывода в $\mathbf{C\Phi}@$ – *modus ponens.*

В [3] доказано, что множество теорем исчисления $\mathbf{C\Phi}@$ и множество $\mathcal{W}$-общезначимых формул совпадают.

Сравнение исчислений $\mathbf{C\Upsilon}$ и $\mathbf{C\Phi}@$ будем осуществлять в терминах *погружающих операций.*

Зададим функцию перевода Ω_1, сопоставляющую каждой формуле языка $\mathbf{C\Upsilon}$ некоторую силлогистическую формулу языка $\mathbf{C\Phi}$@.

Пусть x – произвольная непустая конечная последовательность общих терминов. Пусть S_1, S_2,..., S_n – последовательность, получающаяся из x вычеркиванием всех отрицательных терминов, а P'_1, P'_2,..., P'_m – последовательность, получающаяся из x вычеркиванием всех положительных терминов. Тогда перевод атомарной формулы Υx определяется так:

$$\Omega_1(\Upsilon x) = \neg S_1 S_2 ... S_n @ P_1 P_2 ... P_m.$$

На сложные формулы функция Ω_1 распространяется следующим образом:

$$\Omega_1(\neg A) = \neg\Omega_1(A), \quad \Omega_1(A \bigtriangledown B) = \Omega_1(A) \bigtriangledown \Omega_1(B),$$

где $\bigtriangledown$ – любая бинарная пропозициональная связка.

Зададим также функцию перевода Ω_2, сопоставляющую каждой силлогистической формуле языка $\mathbf{C\Phi}$@ некоторую формулу языка $\mathbf{C\Upsilon}$:

$$\begin{gathered}\Omega_2(S_1 S_2 ... S_n @ P_1 P_2 ... P_m) = \neg\Upsilon S_1 S_2 ... S_n P'_1 P'_2 ... P'_m,\\ \Omega_2(\neg A) = \neg\Omega_2(A), \quad \Omega_2(A \bigtriangledown B) = \Omega_2(A) \bigtriangledown \Omega_2(B).\end{gathered}$$

Можно обосновать справедливость следующих метаутверждений:

(1) Для любой формулы A языка $\mathbf{C\Upsilon}$ верно, что если она доказуема в этом исчислении, то ее перевод – формула $\Omega_1(A)$ – доказуем в $\mathbf{C\Phi}$@.

(2) Для любой формулы A языка $\mathbf{C\Phi}$@ верно, что если она доказуема в этом исчислении, то ее перевод – формула $\Omega_2(A)$ – доказуем в $\mathbf{C\Upsilon}$.

(3) Формула $A \equiv \Omega_2(\Omega_1(A))$ является теоремой $\mathbf{C\Upsilon}$ для произвольной формулы A языка данного исчисления.

(4) Формула $A \equiv \Omega_1(\Omega_2(A))$ является теоремой $\mathbf{C\Phi}$@ для произвольной формулы A языка данного исчисления.

Из этих утверждений, согласно известному критерию В.А. Смирнова [4, с. 122], вытекает:

(5) Перевод Ω_1 погружает исчисление $\mathbf{C\Upsilon}$ в $\mathbf{C\Phi}$@.

(6) Перевод Ω_2 погружает исчисление $\mathbf{C\Phi}$@ в $\mathbf{C\Upsilon}$.

Таким образом, исчисление суждений существования $\mathbf{C\Upsilon}$ и исчисление $\mathbf{C\Phi}$@ с неопределенно-местной силлогистической константой *рекурсивно эквивалентны*.

Сравнивая условия $\mathcal{V}$-значимости произвольной формулы A языка $\mathbf{C\Upsilon}$ в модели $\langle\mathbf{D}, \varphi\rangle$ и условия $\mathcal{W}$-значимости ее Ω_1-перевода, можно доказать следующее метаутверждение:

(7) Для каждой модели $\langle\mathbf{D}, \varphi\rangle$ верно, что $\mathcal{V}(A, \mathbf{D}, \varphi)$, е.т.е. $\mathcal{W}(\Omega_1(A), \mathbf{D}, \varphi)$.

Отсюда непосредственно следует:

(8) Для любой формулы A языка $\mathbf{C\Upsilon}$ верно, что A $\mathcal{V}$-общезначима, е.т.е. ее перевод $\Omega_1(A)$ является $\mathcal{W}$-общезначимым.

Из утверждений (5) и (8) и в силу непротиворечивости и полноты исчисления $\mathbf{C\Phi}$@ относительно $\mathcal{W}$-семантики вытекает:

(9) Произвольная формула A доказуема в $\mathbf{C\Upsilon}$, е.т.е. A является $\mathcal{V}$-общезначимой.

Таким образом, исчисление $\mathbf{C\Upsilon}$ представляет собой адекватную формализацию логики суждений существования.

В [3] было доказано, что система $\mathbf{C\Phi@}$ погружается в классическое одноместное исчисление предикатов посредством перевода $^{\oplus}$

$$(S_1S_2...S_n@P_1P_2...P_m)^{\oplus} = \neg\exists x(S_1x\wedge S_2x\wedge...\wedge S_nx\wedge\neg P_1x\wedge\neg P_2x\wedge...\wedge\neg P_mx),$$

стандартным образом распространенного на сложные формулы.

Отсюда, в силу (5), следует:

(10) Исчисление $\mathbf{C\Upsilon}$ погружается в классическое одноместное исчисление предикатов посредством композиции переводов Ω_1 и $^{\oplus}$.

Исследование выполнено в рамках научно-образовательной школы Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова «Мозг, когнитивные системы и искусственный интеллект».

Литература

[1] Brandl J. L. *Brentano's Theory of Judgement.* // The Stanford Encyclopedia of Philosophy. URL = https://plato.stanford.edu/entries/brentano-judgement/.

[2] Carroll Lewis *Symbolic Logic.* London: Macmillan and Co., 1896.

[3] Маркин В. И. *Фундаментальная силлогистика с неопределенно-местной константой* // Логические исследования. Вып. 11. М.: Наука, 2004. С. 187–199.

[4] Смирнов В. А. *Логические методы анализа научного знания.* М.: УРСС, 2002.

Гетероэпистемические установки в анализе спора

Микиртумов И. Б.
Санкт-Петербургский государственный университет
`imikirtumov@gmail.com`

Аннотация: В статье предложена новая семантика для установки «полагать». Она предназначена для моделирования аргументативного воздействия одного агента на другого. Главная задача – дать интерпретацию гетероэпистемической установке. Полученная семантика установки «полагать» сводит эту установку к её коммуникативной реализации, т. е. к действию. Попутно обнаруживается, что полагать нечто означает предполагать и акциональные следствия. Предложенная интерпретация полагания ставит действие на первое место, поскольку оно наилучшим образом может быть верифицировано, агент при этом превращается в отношение достижимости. Отдельно определяется понятия кондиционала действия. В нём интенсиональная установка оказывается локализованной.

Ключевые слова: *эпистемические установки, действие, аргументация, кондиционал*

Heteroepistemic attitude in the analysis of debates

Mikirtumov Ivan
St. Petersburg State University
`imikirtumov@gmail.com`

Abstract: The article proposes new semantics for the 'believe' attitude. It is designed to model the argumentative influence of one agent on another. The main task is to give an interpretation of the hetero-epistemic attitude. The resulting semantics of the attitude "to believe" reduces this attitude to its communicative realization, that is, to action. Along the way, it turns out that to believe something means to assume actional consequences as well. The proposed interpretation of positing puts action in the first place, since it can be verified in the best way, and the agent turns into an accessibility relation. The concept of an action conditional is defined separately. In him, the intensional attitude is localized.

Keywords: *epistemic attitudes, action, argumentation, conditional*

Когда в логическом моделировании спора ставится задача описать то, как агент оценивает знания и мнения оппонента b, мы сталкиваемся с проблемой интерпретации гетероэпистемических установок. Условия истинности предложения « полагает, что b полагает, что $\neg\varphi$» в реляционной семантике помещают b в миры доксастических альтернатив (миры), в которых b сопоставляются миры теперь уже его альтернатив, в которых истинно $\neg\varphi$ ($\neg\varphi$-миры b). Как может «видеть» свои миры такими, в которых b знает или полагает φ, и может ли а ответить на вопрос о том, не окажутся ли его миры такими, в которых b не сможет полагать $\neg\varphi$? Очевидно также, что противоречивыми могут оказаться не только совмещения установок разных агентов, но и установки одного агента, за которым не предполагается ни всеведение, ни «perfect recall», т. е. способность непротиворечиво совмещать все свои установки как между собой, так и с фактами, относительно которых возможно не мнение, а знание.

Агенты могут выстраивать свои стратегии аргументации, во-первых, не имея верного представления о своих установках и ещё менее адекватно отражая чужие установки. Условия истинности $Bel^a(Bel^b\neg\varphi)$ как в реляционной, так и в окрестностной семантиках формулируются с позиции наблюдателя, которому доступно сознание агентов, но не с позиций самих агентов, которые, исходя из одной ложной картины реальности, могут пытаться убедить друг друга в истинности другой, но также ложной. Таким образом, к задаче моделирования, возможно, противоречивых установок агентов присоединяется задача каким-то образом обойти их непроницаемость. Я полагаю, что эти задачи решаются одновременно.

Интерпретацию установок полагания посредством действий можно дать на минимальной прикладной онтологии, каждое состояние объектов которой соответствует возможным мирам, и где имеется, например, единственный носитель агентности, являющийся причиной любого изменения состояния мира и связывающий два смежных мира как отношение достижимости. Совокупность всех логически возможных дискретных последовательностей миров определяет совокупность всех возможных дискретных последовательностей действий агента, а действие агента можно задать как пару упорядоченных по времени смежных миров $\langle v_n, v_{n+1}\rangle$. Для того, чтобы, отталкиваясь от результата действия, приписать агенту намерение его совершить, необходимо принять следующие посылки: (1) действия определённы и не случайны, (2) приводят к однозначному результату, (3) не дают результатов побочных и производных, (4) намерения рационального агента согласованы с его картиной мира, т. е., совершая действие, агент считает достижение его результата возможным (см. [1]).

Заключая от действия единственного агента b к предопределяющему его состоянию, мы получаем отношения, которые могут находиться в гетероэпистемической установке агента , не имеющего возможности влиять на состояние объектов системы, но способного предлагать b вероятные картины мира. Если бы агенты обладали полноценным знанием о положениях дел в мирах, то из истинности $A^b\chi$ (b совершил действие, приведшее к истинности χ) в v_{n+1} следовала бы истинность $Know^b(\Diamond\chi)$ в v_n с той или иной интерпретацией модальности. Но, поскольку агентам доступно лишь правдоподобное знание, заключать можно к $Bel^b(\Diamond\chi)$. Наконец, совокупность всех фактов v_n в случае доступности знания можно было бы считать необходимой и достаточной причиной для совершения действия, приводящего к v_{n+1}, но при недоступности такого рода знания агентам причиной следует считать какой-то набор знаний и мнений b относительно v_n, связанный с χ в мире v_{n+1} как кондиционал [2]. Иными словами, если считать, что рациональный агент стремится к некоему равновесному состоянию и, обладая полным знанием, достиг бы его наиболее оптимальным образом, то в любой последовательности действий каждый переход от мира к миру представляет собой результат реализации или же искажения этого оптимального «пути», детерминированный сочетанием верной и неверной информации о мире. Фрагмент образа мира v_n, которым обладает b, вместе с истинностью $A^b\chi$ в v_{n+1} определяет кондиционал, а с ним и намерение b совершить действие, приводящее к χ, и, тем самым, позволяет обойтись без установки намерения.

В описание кондиционала я следую Льюису. Пусть $\{\dots w \dots\}$ есть окрестность мира w, образованная мирами, «минимально и релевантно отличными» от w. Тогда $\varphi \Rightarrow \chi$ истинно на окрестности w если и только если φ и χ истинны во всех мирах окрестности w, тогда как среди миров, «более отличных» от w, существуют такие, в которых φ ложно, а χ истинно. Для всякой дискретной прикладной онтологии может быть дано уточнение понятия «минимального отличия», обеспечивающее однозначность $\varphi \Rightarrow \chi$.

Кондиционал нужен не для выражения причинно-следственных связей. Пусть в модели M, заданной на множествах миров, моментов времени и агентов все миры, относящихся к окрестности некоторого φ-мира, трансформируются любым из агентов в χ-миры. Это будет значить, что рациональный агент в ситуации, ключевым образом характеризуемой формулой φ, поступает так, чтобы сделать истинным χ. Назовём такой переход кондиционалом действия. Аргументация а направлена на такое изменение версии мира v_n, которой располагает b, где появился бы кондиционал действия для χ. Аргументация в пользу φ означает, что для именно изменение установки b относительно $\neg\varphi$ представляется тем средством, которое приведёт к желаемому действию, так что предположение а таково: рациональный агент, располагающий b-версией мира v_n, модифицированным принятием φ, совершает действие, приводящее к χ, т. е. кондиционал действия осознаётся агентами как общее правило.

Как оперирует b-версией мира, если не разделяет её? В основе здесь находится, конечно, -версия, которая дана не как возможный мир, но как набор предложений. Агенты отдают себе отчёт в том, что их когнитивные способности ограничены, а потому имеют дело с логически несогласованными совокупностями предложений. Различие во мнениях представляет собой сложную гетероэпистемическую установку, своего рода «модулем» которой является пропозиция, а «вектором» – суть различия. Пусть $D^a(b, \varphi^+)$ означает, что считает, что b принимает φ, в то время, как не принимает φ. b-версия возникает для как множество $\{\beta : Bel^a\beta\} \backslash \{\delta : D^a(b,\delta)\} \cup \{\delta : D^a(b,\delta^+)\} \cup \{\neg\delta : D^a(b,\delta^-)\}$, т. е. представляют собой модификацию -версии. Аргументативное воздействие на b осуществляется после частичного согласования b-версии, в результате которого, возможно, неконсистентное множество порождает множество непротиворечивых расширений, т. е. возможных миров. Таким образом, оперирует своей версией мира, не подвергая её обязательной проверке на консистентность и формируя на её основе фрагмент b-версии.

Пусть теперь W – древовидная дискретная структура миров, и в отношении каждого мира каждым агентом формируется его конечная версия. Отношение достижимости R реализуют агенты, так что структура представляет собой все возможные последовательности их действий. Модель задаёт отношение R, означивание атомарных формул и означивание агентских версий миров.

Некоторые определения (индекс модели опускаю), где $v^{a/b}$ – a-версия мира v, модифицированная установками b.

$$v_{n+1} \models A^b\chi \Leftrightarrow v_n \not\models \chi, v_{n+1} \models \chi \text{ и } v_n R^b v_{n+1},$$

$$v \models C^b(\varphi, \chi) \Leftrightarrow \text{для любого } u^b \in \{\ldots v^b \ldots\} \text{ если } u_k^b \models \varphi, \text{ то } u_{k+1}^b \models A^b\chi,$$

$$v^a \models C^b(\varphi, \chi) \Leftrightarrow \text{для любого } u_k^{a/b} \in \{\ldots v^{a/b} \ldots\}$$
$$\text{если } u_k^{a/b} \models \varphi, \text{ то } u_{k+1}^{a/b} \models A^b\chi,$$

$$v \models Bel^b\varphi \Leftrightarrow v \models C^b(\varphi, \chi) \text{для некоторого } \chi \text{ и для любого } u_n \in \{\ldots v \ldots\},$$
$$\text{такого, что } u_n^b \in \{\ldots v^b \ldots\}, u_{n+1} \models A^b\chi,$$

$$v^a \models Bel^b\varphi \Leftrightarrow v^{a/b} \models C^b(\varphi, \chi) \text{ для некоторого } \chi$$
$$\text{и для любого } u^a \in \{\ldots v^a \ldots\},$$
$$\text{такого, что } u^{a/b} \in \{\ldots v^{a/b} \ldots\}, u^a \models A^b\chi,$$

Таким образом,

$$v \models Bel^a(Bel^b\varphi) \Leftrightarrow v \models C^a(Bel^b\varphi, \chi)$$
$$\text{для некоторого } \chi \text{ и для любого } u_n \in \{\ldots v \ldots\},$$
$$\text{такого, что } u_n^a \in \{\ldots v^a \ldots\}, u_{n+1} \models A^a\chi.$$

Полученная семантика установки «полагать» оказывается неожиданной, поскольку редуцирует эту установку к её коммуникативной реализации и обнаруживает попутно, что полагать нечто означает предполагать и акциональные следствия. Здесь нет возможности, показать, почему это так. Предложенная интерпретация полагания ставит действие на первое место, поскольку оно наилучшим образом может быть верифицировано, агент при этом превращается в отношение достижимости, кондиционал локализует интенсиональную установку.

Работа выполнена в рамках проекта РНФ 20-18-00158 «Формальная философия аргументации и комплексная методология поиска и отбора решений спора» в Санкт-Петербургском государственном университете. The paper is part of the project of the Russian Science Foundation project 20-18-00158 'Formal philosophy of argumentation and complex methodology of search and selection of dispute solutions' at St. Petersburg State University.

Литература

[1] Bratman M. *Intention, Plans, and Practical Reason* Cambridge, MA: Harvard University Press, 1987.

[2] Lewis D. *Causation* Journal of Philosophy. Vol. 70. 1973. Pp. 556–567.

On Ivlev's semantics for modality

Hitoshi Omori & Daniel Skurt
Department of Philosophy I,
Ruhr University Bochum, Germany
hitoshiomori@gmail.com
daniel.skurt@rub.de

Abstract: The most popular semantics for modality are the so-called Kripke semantics. However, there were several attempts aiming at a reasonable semantics for modality even before Kripke. One of the approaches by Jan Lukasiewicz made use of the many-valued semantics. The aim of the paper is to explore semantics for modality by building on the work by Yuri Ivlev who made an interesting use of non- deterministic semantics, a natural generalization of the many-valued semantics. We will also combine our observations with the technique introduced by John Kearns who also made use of non-deterministic semantics.

Keywords: *modal logic, many-valued logic, non-deterministic semantics*

Jan Łukasiewicz is well-known for his contribution to the development of many-valued logic. One of his motivations for many-valued logic was related to the problem of modality. However, while Łukasiewicz was working on Aristotle's syllogistics, he developed another system of modal logic **Ł** in [8]. Originally, **Ł** was not introduced as a many-valued logic, but later it was proved by Timothy Smiley, in [12], that **Ł** is a four-valued logic. Even though Łukasiewicz himself was aware of some odd consequences of his system, he did not aim at a better system.

Łukasiewicz's system was subject to a serious examination by Josep Maria Font and Petr Hájek in [4]. More specifically, they observed that formulas such as '$\Box A\to(B\leftrightarrow\Box B)$' and '$\Box A\to(\Diamond B\leftrightarrow\Box B)$' are provable in **Ł** for any A and B, which was not observed by Łukasiewicz. These results are quite discouraging since a single acceptance of a necessary sentence implies the collapse of necessity and possibility. In view of this result, Font and Hájek concluded that Łukasiewicz's attempt is a dead end, and this is now widely shared as a wisdom (it should be noted, however, that there are some recent papers addressing both technical and philosophical issues of Łukasiewicz's modal logic **Ł**, such as [13] and [11]).

Despite the remark of Font and Hájek, Jean-Yves Béziau, in [3], took up the possibility of approaching modality in terms of many-valued semantics. He developed several systems, but here we focus on the **S5**-like (with respect to the behavior of iterated modalities) system, called **PM4N**, which has the following truth tables.

A	$\neg A$	$\Box A$
1^+	0^+	1^+
1^-	0^-	0^+
0^-	1^-	0^+
0^+	1^+	0^+

$A\wedge B$	1^+	1^-	0^-	0^+
1^+	1^+	1^-	0^-	0^+
1^-	1^-	1^-	0^+	0^+
0^-	0^-	0^+	0^-	0^+
0^+	0^+	0^+	0^+	0^+

$A\vee B$	1^+	1^-	0^-	0^+
1^+	1^+	1^+	1^+	1^+
1^-	1^+	1^-	1^+	1^-
0^-	1^+	1^+	0^-	0^-
0^+	1^+	1^-	0^-	0^+

Note here that 1^+, 1^-, 0^- and 0^+ are read as necessarily true, possibly true, possibly false and necessarily false, respectively, and 1^+ and 1^- are both taken to be the designated values. Seen from the Kripke semantics for **S5**, the semantics for **PM4N** can be obtained by considering models with two worlds/states, and the crucial difference from **Ł** lies in the semantics for modalities.

More recently, José M. Méndez and Gemma Robles discuss the many-valued approach to modality in some of their papers. In particular, in [9] they introduced a four-valued logic equivalent to Béziau's system, and also consider, in [10], two truth-functional modalities on top of Ross Brady's four-valued logic known as **BN4**.

These developments mentioned so far are those that enjoy many-valued semantics for the *entire* system. However, there are other approaches that are *partially* many-valued, in the sense that although the modalities receive many-valued treatment, the whole system cannot be characterized by any many-valued semantics. More specifically, Yuri Ivlev already in the 70s, approached to modality in terms of a many-valued interpretation, and John Kearns, in [7], proved that **S5**-modalities can be captured by making non-trivial use of four-valued semantics. The common framework that underlies in the contributions of Ivlev and Kearns is the framework of non-deterministic semantics, a very natural generalization of many-valued semantics that is systematically explored by Arnon Avron and his collaborators since [1] (see [2] for a survey of non-deterministic semantics).

Based on these backgrounds, the aim of the paper is to have a closer look at the ideas developed by Ivlev in [5] (see also [6]), and by building on Ivlev's contributions we offer new perspectives on modal semantics without possible worlds, but with a many-valued flavor.

The research of HO was supported by a Sofja Kovalevskaja Award of the Alexander von Humboldt-Foundation, funded by the German Ministry for Education and Research. The research of DS, reported in this paper, has been carried out as part of the research project "Modal Semantics without Possible Worlds", supported by the Deutsche Forschungsgemeinschaft, DFG, grant SK 379/1-1. We gratefully acknowledge these support.

Bibliography

[1] Arnon Avron and Iddo Lev. Non-Deterministic Multiple-valued Structures. *Journal of Logic and Computation*, 15(3):241–261, 2005.

[2] Arnon Avron and Anna Zamansky. Non-deterministic semantics for logical systems. In *Handbook of Philosophical Logic*, volume 16, pages 227–304. Springer, 2011.

[3] Jean-Yves Béziau. A new four-valued approach to modal logic. *Logique et Analyse*, 54(213):109–121, 2011.

[4] Josep Maria Font and Petr Hájek. On Łukasiewicz's Four-Valued Modal Logic. *Studia Logica*, 70(2):157–182, 2002.

[5] Yuri. V. Ivlev. A semantics for modal calculi. *Bulletin of the Section of Logic*, 17(3/4):77–86, 1988.

[6] Yuri. V. Ivlev. *Modal logic. (in Russian)*. Moskva: Moskovskij Gosudarstvennyj Universitet, 1991.

[7] John Kearns. Modal Semantics without Possible Worlds. *Journal of Symbolic Logic*, 46(1):77–86, 1981.

[8] Jan Łukasiewicz. A system of modal logic. *The Journal of Computing Systems*, 1:111–149, 1953.

[9] José M. Méndez and Gemma Robles. A strong and rich 4-valued modal logic without Łukasiewicz-type paradoxes. *Logica Universalis*, 9(4):501–522, 2015.

[10] José M. Méndez and Gemma Robles. Strengthening Brady's paraconsistent 4-valued logic BN4 with truth-functional modal operators. *Journal of Logic, Language and Information*, 25(2):163–189, 2016.

[11] José M. Méndez, Gemma Robles, and Feancisco Salto. An interpretation of Łukasiewicz's 4-valued modal logic. *Journal of Philosophical Logic*, 45(1):73–87, 2016.

[12] Timothy J. Smiley. On Łukasiewicz's Ł-modal system. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 2:77–86, 1961.

[13] Marcin Tkaczyk. On axiomatization of Łukasiewicz's four-valued modal logic. *Logic and Logical Philosophy*, 20(3):173–182, 2011.

Public Announcement for Intuitionistic Epistemic Logic

Pavlova A. M.
Vienna University of Technology
alexandra22@mail.ru

Abstract: We introduce intuitionistic public announcement logic. First we discuss some conceptual features of the intuitionistic logic. Then a Knowledge operator is added based on the intuitionistic epistemic logic proposed by Artemov and Protopopescu. We add a public announcement operator (of box type) to the intuitionistic epistemic logic, provide Hilbert-style axiomatisation and Kripke-style semantics for the formalism. Soundness and completeness results has been proved. The completeness theorem is proved by the standard reduction method, i.e., by translating of all formulae with public announcement operators into formulae without them. This reduces the question of completeness of the PA systems to the systems without PA operators.

Keywords: *Modal logic, Public Announcement, Epistemic Logic, Intuitionistic Logic*

Introduction

With the development of different types of multi-agent systems a number of new questions considering the variety of agents came into being. By the variety of agents we understand the logical diversity that results from various attempts to develop formal systems capable of modelling actions, reasoning and behaviour of actual ration agents. The question is mostly studied in two branches of contemporary philosophical logic: in epistemic logic and numerous action models. The roots of the logical problem of agent diversity lie in the idea that various agents might have different capacities with respect to knowledge, beliefs, and desires, as well as use diverse rules of inference.

Although, intuitionistic logic has been very well studied both from technical point of view and the one on the constructive philosophy, the question of knowledge progress and belief change was undeservedly put aside. There has been proposed a vast number of different intuitionistic and constructive modal systems without rising a question of how to model the knowledge accumulation in the intuitionistic setting. Nevertheless, one should mention the paper [2] where public announcement was introduced to the intuitionistic logic. That being said, we insist that our approach extends that result and applied **PAL** to a, epistemic logic **IEL** that differs significantly from other know intuitionistic epistemic systems because of how *knowledge* is understood.

Another reason for choosing this logic is that intuitionistic logic enjoys several nice properties, e.g., the disjunctive property, finite model property, and it allows for an analytic calculus. Thus, it is of a particular interest to study its possible extensions. Moreover, there is a wide range of different logical games for intuitionistic logic (e.g. [12, 11, 15]) that can be extended to the modal level and provide not only technical results but also philosophical insight on the intuitionistic epistemology in general. Finally, intuitionistic logic is important for computer science due to the Curry-Howard-Lambek correspondence (or the Curry-Howard isomorphism) which states a strong connection between types in programming languages and propositions in intuitionistic logic.

We introduce a system for public announcement in intuitionistic epistemic logic and prove its soundness and completeness with respect to the corresponding Kriple models.

PAL for Intuitionistic Epistemic Logic

Here we consider only their system **IEL** which models knowledge as opposed to the system $\mathbf{IEL}^-$ corresponding to belief. **IEL** extends *intuitionistic logic* by a new modal operator K interpreted as *knowledge*. It is based on the intuition behind the *BHK* semantics, where *truth* of a formula φ is interpreted as *having a proof* φ. *Knowledge* $K\varphi$ is then interpreted as *"it is verified that* φ *holds intuitionisticly"*, i.e., that φ has a proof which is not necessarily specified in the process of verification (cf. [1]). The idea that knowledge corresponds to the existence of a verification for some formula in question yields specific conditions on K operator different from the standard classical account.

Brouwer-Heyting-Kolmagorov semantic (simply BHK):

— a proof of $A \wedge B$ consists in a proof of A and a proof of B;
— a proof of $A \vee B$ consists in a proof of A or a proof of B;
— a proof of $A \to B$ consists in a construction which given a proof of A returns a proof of B;
— $\neg A$ is an abbreviation for $A \to \bot$, and $\bot$ is a proposition that has no proof.
— a proof of KA is a conclusive evidence of verification that A has a proof.

As a real-world example of the K operator, one can name a plenty of things: *zero-knowledge protocol*, when a prover gives us an answer that a statement in question is true without providing the proof; *testimony of an authority* which applied even in science (we may know that a theorem is true without being able to reproduce its proof); *existential generalisation* and many others.

System $\mathbf{IEPAL}_{[]}$

Definition 1. Let P be a countable set of atomic propositions. The language $\mathcal{L}_{\mathbf{IEPAL}_{[]}}$ for Intuitionistic propositional logic with public announcement operator is generated by the following BNF:

$$F ::= p \mid \varphi \mid \varphi \wedge \varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \varphi \to \varphi \mid [!\varphi]\varphi \mid K\varphi \mid \bot,$$

where $p \in P$.

Formula $[!\varphi]\psi$ operator of *public announcement* is read as “after *every* public announcement of φ, it holds that ψ”. We introduce a Hilbert-style proof system for $\mathbf{IPAL}_{[]}$.

Definition 2. Now we introduce an axiomatisation for $\mathbf{IEPAL}_{[]}$:

I axioms of *propositional intuitionistic logic*;
II Axioms of **IEL**:
III Axioms for the public announcement operator:
  a. $[!\varphi]p \leftrightarrow (\neg\varphi \vee (\varphi \to p))$;
  b. $[!\varphi]\neg\psi \leftrightarrow (\varphi \to \neg[!\varphi]\psi)$;
  c. $[!\varphi](\psi \wedge \chi) \leftrightarrow ([!\varphi]\psi \wedge [!\varphi]\chi)$;
  d. $[!\varphi][!\psi]\chi \leftrightarrow [!\varphi \wedge [!\varphi]\psi]\chi$;
  e. $[!\varphi](\psi \to \chi) \to ([!\varphi]\psi \to [!\varphi]\chi)$.
  f. $[!\varphi]K\psi \leftrightarrow (\neg\varphi \vee K[!\varphi]\psi)$;
IV *Modus ponens* rule.

Kripke Semantics for $\mathbf{IEPAL}_{[]}$.

Kripke semantics for **IPC** with public announcement is a triple $\mathcal{M} = \langle W, R, \upsilon\rangle$, where W is a non-empty set of*possible worlds*, R is a *partial order* on W, and $\upsilon : W \times W \to \{0, 1\}$ is the *variable valuation function.* The function υ is required to be *monotonic* with respect to R, i.e., if xRy, then $\upsilon(p, x) \leq \upsilon(p, y)$ for any $p \in P$ and $x, y \in W$. Given the definition of the forcing relation, it is straitforward that the *monotonicity of forcing* is preserved as well: if $\mathcal{M}, x \vDash \varphi$ and xRy, then $\mathcal{M}, y \vDash \varphi$.

Definition 3. We write $\mathcal{M}, x \Vdash \varphi$ of formula φ is true in the world x of model $\mathcal{M}$. We define the *forcing relation*, denoted by $\Vdash$, as follows:

- $\mathcal{M}, x \nVdash \bot$;
- $\mathcal{M}, x \Vdash p$ iff $\upsilon(p, x) = 1$;
- $\mathcal{M}, x \Vdash \varphi \wedge \psi$ iff $\mathcal{M}, x \Vdash \varphi$ and $\mathcal{M}, x \Vdash \psi$;
- $\mathcal{M}, x \Vdash \varphi \vee \psi$ iff $\mathcal{M}, x \Vdash \varphi$ or $\mathcal{M}, x \Vdash \psi$;
- $\mathcal{M}, x \Vdash \varphi \to \psi$ iff for all $y \in R(x)$ either $\mathcal{M}, y \nVdash \varphi$ or $\mathcal{M}, y \Vdash \psi$.
- $[!\varphi]\psi$ iff $\mathcal{M}, x \Vdash \neg\varphi$, or else for all $y \in R(x)$, such that $y \in \mathcal{M}_\varphi$, $\mathcal{M}_\varphi, y \Vdash \psi$, where $\mathcal{M}_\varphi = \langle W^\varphi, R^\varphi, \upsilon^\varphi\rangle$. We define $W^\varphi := \{w \in W \mid \mathcal{M}, w \Vdash \varphi\}$. If $W^\varphi = \emptyset$, then $\mathcal{M}$ is undefined. If $W^\varphi \neq \emptyset$, then $R^\varphi := R \cap (W^\varphi \times W^\varphi)$ and $\upsilon^\varphi(p) := W^\varphi \cap \upsilon(p)$.

To get a model for intuitionistic public announcement logic, we take an intuitionistic model with $[!\cdot]$ and add a new binary *knowledge* relation E.

Definition 4. A model for $\mathbf{IEPAL}_{\langle\rangle}$ is a quadruple $\mathcal{M} = \langle W, R, \upsilon, E\rangle$ such that

1. $\langle W, R, \upsilon\rangle$ is an intuitionistic public announcement logic model;
2. E is a binary *knowledge* relation on W coordinated with the relation R:
   a. $E(u) \subseteq R(u)$ for any state u[1], i.e., if uEv, then uRv;
   b. uRv yields $E(v) \subseteq E(u)$, i.e., if uRv and vEw, then uEw;

[1] $R(u)$ and $E(u)$ denote for some state u its the R-successors and the E-successors, respectively.

c. *seriality*, i.e., for all u, there is a v such that uEv. (alternatively, denoted as $E(u) \neq \emptyset$ for each $u \in W$).

3. the forcing relation is extended to epistemic assertions:
   - $\mathcal{M}, x \Vdash K\varphi$ iff for all $y \in E(x)$: $\mathcal{M}, y \Vdash A$.

Theorem 1 (Soundness). *If* $\vdash_{\mathbf{IEPAL}_{[]}} \varphi$, *then* $S4V^2 \Vdash \varphi$ *for all* $\varphi \in \mathcal{L}_{\mathbf{IEPAL}_{[]}}$.

Theorem 2 (Completeness). *If* $S4V \Vdash \varphi$, *then* $\vdash_{\mathbf{IEPAL}_{[]}} \varphi$ *for all* $\varphi \in \mathcal{L}_{\mathbf{IEPAL}_{[]}}$.

The work was supported by a grant of Russian Science Foundation (project No. 20-18-00158 "Formal philosophy of argumentation and a comprehensive methodology for finding and selecting solutions to a dispute").

Bibliography

[1] Artemov, S., Protopopescu, T. *Intuitionistic epistemic logic*, in The Review of Symbolic Logic, vol. 9, n. 2: 2016, pp. 266–298.

[2] Balbiani, Ph., Galmiche, D. *About intuitionistic public announcement logic*, in 11th conference on Advances in Modal logic (AiML 2016), Budapest, Hungary: 2019, pp. 97–116.

[3] Brouwer, L. E. J. *Über die Bedeutung des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten in der Mathematik, insbesondere in der Funktionentheorie*, in Journal für die reine und angewandte Mathematik, vol. 154: 1924, pp. 1–7.

[4] van Ditmarsch, H., Halpern, J. Y., van der Hoek, W., Kooi, B. P. *Handbook of Epistemic Logic, College Publications*: 2015, p. 655.

[5] Glivenko, V. I. *Sur quelques points de la logique de M. Brouwer*, in Bulletin Classe des Sciences Academie Royal Belgique, Série 5, No. 15: 1929, pp. 183–188.

[6] Goedel, K. *Zum intuitionistischen Aussagenkalkül*, in Anzeiger der Akademie der Wissenschaften in Wien, vol. 69: 1932, pp. 65–66.

[7] Heyting, A. *Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik I*, in Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften: 1930, pp. 42–56.

[8] Heyting, A. *Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik II*, in Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften: 1930, pp. 57–71.

[9] Heyting, A. *Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik III*, in Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften: 1930, pp. 158–169.

[10] Kolmogorov, A. *O principe tertium non datur*, in Matematiceskij Sbornik, vol. 32: 1925, pp. 646–667.

[11] Lorenzen, P., Lorenz, K. *Dialogische Logik*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft ed., Darmstadt: 1978.

[12] Mezhirov, I. *Game Semantics for Intuitionistic and Modal (Grz) Logic*, master thesis, Moscow: 2006.

[2] $S4V$ is an extension of $S4$ with a verification modality.

[13] Pavlova, A. M. *What Hamblin's Formal Dialectic Tells About the Medieval Logical Disputation*, in: Logical Investigations, Vol. 23, No. 1, Moscow: 2017, pp. 151–176.

[14] Protopopescu, T. *Three Essays in Intuitionistic Epistemology*, PhD thesis: 2016.

[15] Urzyczyn, P. *Intuitionistic Games: Determinacy, Completeness, and Normalization*, in Studia Logica, vol. 104, n. 5: 2016, pp. 957–1001.

On a paracomplete discussive logic

Mruczek-Nasieniewska K., Petrukhin Y. I., Shangin V. O.
Nicolaus Copernicus University in Toruń,
University of Łódź,
Lomonosov Moscow State University
mruczek@umk.pl,
iaroslav.petrukhin@unilodz.eu,
shangin@philos.msu.ru

Abstract: The aim of this paper is to present a paracomplete companion of Jaśkowski's paraconsistent discussive logic $\mathbf{D_2}$. We modify Jaśkowski's translation function from $\mathbf{D_2}$ to modal logic **S5** and his philosophical interpretation of $\mathbf{D_2}$ in a such a way that our logic can be called (in a sense) discussive, although being paracomplete.

Keywords: *Keywords: discussive logic, discursive logic, paracomplete logic, modal logic.*

Jaśkowski [4] introduced discussive logic $\mathbf{D_2}$ which is one of the first examples of paraconsistent logic and the first logic which aim is to model the discussion. Since claims of various participants of a discussion can contradict each other, it is indispensably to use a non-trivial logic which is tolerant to contradictions to successively model and analyse the discussion. Jaśkowski [4] considered several approaches to the development of such a logic and finally chose the one based on modal logic **S5**.

The language of discussive logic $\mathbf{D_2}$ consists of the set $\mathcal{P} = \{p, q, r, s, p_1, \ldots\}$ of propositional variables, parentheses, and the connectives $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow_d$, where $\rightarrow_d$ is a discussive implication. Later on he [5] changed ordinary conjunction $\wedge$ to its (right) discussive version $\wedge^r_d$. At that after him several researchers used left discussive conjunction $\wedge^l_d$ [3, 7]. Jaśkowski introduced the following translation function (we add the case of $\wedge^l_d$ as well) from the discussive language of $\mathbf{D_2}$ into the modal language of **S5** (which is built over $\mathcal{P}$, parentheses, and $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \Box, \Diamond$):

— $\tau(P) = P$, for any $P \in \mathcal{P}$,
— $\tau(\neg A) = \neg\tau(A)$,
— $\tau(A \vee B) = \tau(A) \vee \tau(B)$,
— $\tau(A \rightarrow_d B) = \Diamond\tau(A) \rightarrow \tau(B)$,
— $\tau(A \wedge B) = \tau(A) \wedge \tau(B)$,
— $\tau(A \wedge^r_d B) = \tau(A) \wedge \Diamond\tau(B)$,
— $\tau(A \wedge^l_d B) = \Diamond\tau(A) \wedge \tau(B)$.

A formula A is $\mathbf{D_2}$-valid iff $\Diamond\tau(A)$ is **S5**-valid.

Using the translation function τ, one may check that $A \rightarrow_d (\neg A \rightarrow_d B)$ is not $\mathbf{D_2}$-valid which allows us to say that $\mathbf{D_2}$-valid is paraconsistent. One may introduce 'both' discussive conjunction $\wedge^b_d$ such that $\tau(A \wedge^b_d B) = \Diamond\tau(A) \wedge \Diamond\tau(B)$, but, as Ciuciura [1] notes, than the formula $(A \wedge^b_d B) \rightarrow_d (\neg(A \wedge^b_d B) \rightarrow_d C)$ would be valid.

As follows from the definition of τ, discussive implication can be read as follows: ‘if anyone states that A, then B’. However, one may think about different understanding of discussive implication: ‘if everyone states that A, then B’. Such an understanding leads to the changes in the definition of τ: in the case of discussive implication we need $\Box$ instead of $\Diamond$. If we continue this line of modifying of τ, we can easily get a paracomplete logic, i.e. the one in which the formula $A \vee \neg A$ is not valid. Instead of discussive conjuction we consider a dual connective, discussive disjunction and replace $\Diamond$ with $\Box$ in the notion of validity. To put it more formal, we introduce the logic $\mathbf{D_2^p}$ formulated in the language built over $\mathcal{P}$, parentheses, and the connectives $\neg, \vee_d, \wedge, \rightarrow_d^{\Box}$, where $\vee_d \in \{\vee_d^r, \vee_d^l, \vee_d^b\}$ (left, right, ‘both’ discussive disjunction, respectively) and $\rightarrow_d^{\Box}$ is our modified discussive implication. We introduce the following translation function from our discussive language to the modal language of $\mathbf{S5}$:

— $\sigma(P) = P$, for any $P \in \mathcal{P}$,
— $\sigma(\neg A) = \neg\sigma(A)$,
— $\sigma(A \wedge B) = \sigma(A) \wedge \sigma(B)$,
— $\sigma(A \rightarrow_d^{\Box} B) = \Box\sigma(A) \rightarrow \sigma(B)$,
— $\sigma(A \vee_d^r B) = \sigma(A) \vee \Box\sigma(B)$,
— $\sigma(A \vee_d^l B) = \Box\sigma(A) \vee \sigma(B)$,
— $\sigma(A \vee_d^b B) = \Box\sigma(A) \vee \Box\sigma(B)$.

A formula A is $\mathbf{D_2^p}$-valid iff $\Box\sigma(A)$ is $\mathbf{S5}$-valid.

In the case of $\mathbf{D_2}$ we avoid $\wedge_d^b$, while here we use $\vee_d^b$, but avoid $\vee$. The reason is that $A \vee \neg A$ is $\mathbf{D_2^p}$-valid (in contrast to $A \vee_d \neg A$, where $\vee_d$ is any of our three discussive disjunctions). At that the formula $A \rightarrow_d^{\Box} (\neg A \rightarrow_d^{\Box} B)$ is $\mathbf{D_2^p}$-valid, so $\mathbf{D_2^p}$ is not paraconsistent. On the other hand, $A \vee \neg A$ is $\mathbf{D_2}$-valid, so $\mathbf{D_2}$ is not paracomplete.

On the basis of possible worlds semantics for $\mathbf{S5}$ and the translation function τ Ciuciura [2] presented possible worlds semantics for $\mathbf{D_2}$. Taking into account the translation function σ we can easily adopt Ciuciura’s semantics for the case of $\mathbf{D_2^p}$. A $\mathbf{D_2^p}$-model is a triple $\langle W, R, V\rangle$, where W is a non-empty set of possible worlds, $R = W \times W$, V is a mapping from the set of propositional variables to 2^W. The satisfaction relation $\vDash$ is inductively defined as follows, where $x \in W$:

— $x \vDash P$ iff $x \in V(P)$,
— $x \vDash \neg A$ iff $x \nvDash A$,
— $x \vDash A \wedge B$ iff $x \vDash A$ and $x \vDash B$,
— $x \vDash A \rightarrow_d^{\Box} B$ iff $\forall_{y \in W}(xRy$ implies $y \vDash A)$ or $x \vDash B$.
— $x \vDash A \vee_d^r B$ iff $x \vDash A$ or $\forall_{y \in W}(xRy$ implies $y \vDash B)$,
— $x \vDash A \vee_d^l B$ iff $\forall_{y \in W}(xRy$ implies $y \vDash A)$ or $x \vDash B$,
— $x \vDash A \vee_d^b B$ iff $\forall_{y \in W}(xRy$ implies $y \vDash A)$ or $\forall_{y \in W}(xRy$ implies $y \vDash B)$.

A formula A is valid in $\mathbf{D_2^p}$ iff for any $\mathbf{D_2^p}$-model $\langle W, R, V\rangle$, any $x \in W$, and any $y \in W$, xRy implies $y \vDash A$.

In this talk, we plan to present a Hilbert-style axiomatization of $\mathbf{D_2^p}$, using the methods developed in [3, 6] for $\mathbf{D_2}$.

The research of K. Mruczek-Nasieniewska is supported by the grant from the National Science Centre, Poland, project № 2016/23/B/HS1/00344. The research of Y. Petrukhin is supported by the grant from the National Science Centre, Poland, project № DEC-2017/25/B/HS1/01268.

Bibliography

[1] Ciuciura J. *Frontiers of the discursive logic* // Bulletin of the Section of Logic. 2013. V. 37, № 2. P. 81–92.

[2] Ciuciura J. *Non-adjunctive discursive logic* // Bulletin of the Section of Logic. 2013. V. 42, № 3–4. P. 169–181.

[3] da Costa N.C.A., Dubikajtis L. *On Jaśkowski's discussive logic* // Arruda A. I., da Costa N. C. A., Chuaqui R., (eds.), Non-classical logics, model theory and computability. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford. 1977. P. 37–56.

[4] Jaśkowski S. *A propositional calculus for inconsistent deductive systems* // Logic and Logical Philosophy. 1999. V. 7, P. 35–56.

[5] Jaśkowski S. *On the discussive conjunction in the propositional calculus for inconsistent deductive systems* // Logic and Logical Philosophy. 1999. V. 7, P. 57–59.

[6] Omori H., Alama J. *Axiomatizing Jaśkowski's discussive logic* $\mathbf{D_2}$ // Studia Logica. 2018. V. 106, P. 1163–1180.

[7] Vasyukov V. L. *A new axiomatization of Jaśkowski's discussive logic* // Logic and Logical Philosophy. 2001. V. 9, P. 35–46.

Знание и время: эволюционная эпистемическая модель

Попова Е. Л.
НИУ ВШЭ
elpopova@hse.ru

Аннотация: Данная статья посвящена формализации широкого спектра сценариев изменения знаний с течением времени. Мы исследуем комбинации временных и эпистемических модальностей, отражающих различные свойства рассуждений рациональных агентов. Для этой цели вводим модель EEM – эволюционную эпистемическую модель.

Ключевые слова: *эпистемическая логика, темпоральная логика, знание, изменение, время.*

Knowledge and Time: Evolutionary Epistemic Model

Popova E. L.
HSE University,
International Laboratory for Logic, Linguistics and Formal Philosophy
elpopova@hse.ru

Abstract: This paper is concerned with the formalization problem of a wide range of scenarios of how knowledge evolves over time. We focus on combinations of temporal and epistemic modalities reflecting various properties of rational agents' deliberation. For this purpose, we introduce the model **EEM** – evolutionary epistemic model.

Keywords: *epistemic logic, temporal logic, knowledge, change, time.*

The temporal dimension is one of the options for extending epistemic logic. It is important to formalize the crucial idea that agents' knowledge evolves over time due to some events. Therefore, we have to investigate relevant situations for the language of epistemic logic with temporal extension.

Many logics describe the dynamics of knowledge change: PAL [4], $KL_{(n)}$ [2], TEL [3], ETL and the merge of ETL and PAL [1] and so on. $KL_{(n)}$ is a fusion of epistemic and temporal logic. It provides the easiest way to combine knowledge and time but lacks axioms that connect epistemic and temporal modalities. Turning to other logics (TEL, ETL, etc.), we find rich formal systems that nevertheless do not allow us to formalize some scenarios of changes in knowledge over time. For instance, reasoning about future knowledge or about knowledge that the agents will have in some possible stages of the world.

Therefore, we need a new formal language for these kinds of scenarios. We introduce the evolutionary epistemic model **EEM** that describes all possible scenarios of the model's evolution based on particular set of events.

Evolutionary Epistemic Model

EEM is an extension of the standard model of epistemic logic. The language of the epistemic logic $\mathcal{L}_{EL}$ is defined in the standard way. $\mathcal{M}$ is a basic Kripke model for epistemic logic $(W, \{\sim_i\}_{i \in A}, V)$, where W is a set of possible worlds, $\sim_i$ is an epistemic relation on W for every agent i in the set of agents A and $V : Var \mapsto \mathcal{P}(W)$.

Definition 1. (Syntax) The language of $\mathcal{L}_{EEL}$ is generated by the following grammar:

$$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \psi) \mid K_i\varphi \mid {}^{\Box}X\varphi \mid {}^{\Diamond}X\varphi,$$

where $p \in Var$ – set of propositional variables, $i \in A$.

The key idea of **EEM** is the description of the evolution of the possible worlds. We introduce a new relation R in epistemic model $\mathcal{M}$, which connects different stages of the same world.

Definition 2. (Evolutionary Epistemic Model) EEM is defined as follows:

$$\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}} = (W, \{\sim_i\}_{i \in A}, R, V),$$

where $(W, \{\sim_i\}_{i \in A}, V)$ is standard Kripke model for epistemic logic, R is an evolutionary relation on W.

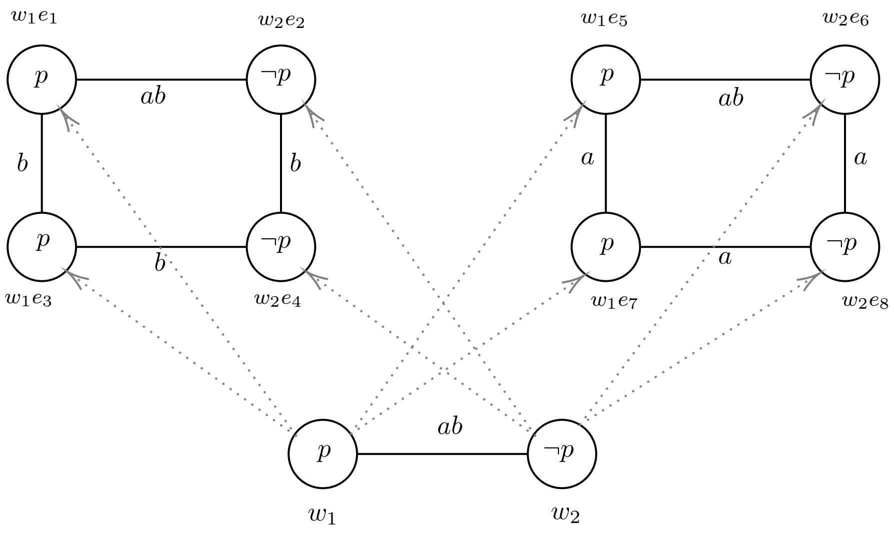
The exact list of R properties remains an open question, here we provide the most important ones. It is inverse functional $\forall x \forall y \forall z((yRx \wedge zRx) \rightarrow y = z)$, irreflexive $\forall x \neg xRx$, asymmetric $\forall x \forall y(xRy \rightarrow \neg yRx)$, intransitive $\forall x \forall y \forall z((xRy \wedge yRz) \rightarrow \neg xRz)$. Also, $\forall x \forall y(xRy \rightarrow x \nsim_i y)$ and $\forall x \forall y(x \sim_i y \rightarrow \neg xRy)$.

Definition 3. (Semantics) The truth of the modal formulas in $\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}$ is defined as follows:

$\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w \vDash p \iff \mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w \in V(p)$
$\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w \vDash \neg\varphi \iff \mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w \nvDash \varphi$
$\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w \vDash \varphi \wedge \psi \iff \mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w \vDash \varphi$ and $\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w \vDash \psi$
$\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w \vDash K_i\varphi \iff \forall w'(w \sim_i w' \rightarrow \mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w' \vDash \varphi)$
$\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w \vDash {}^{\Box}X\varphi \iff \forall w'(wRw' \rightarrow \mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w' \vDash \varphi)$
$\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w \vDash {}^{\Diamond}X\varphi \iff \exists w'(wRw' \wedge \mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w' \vDash \varphi)$

EEM models can describe different scenarios of knowledge changing over time. Consider the following example.

There is an envelope on the table. Anya and Boris do not know if there is a letter in it. In the next step, one of them will leave the room, and the other will have the opportunity to look into the envelope.



$$\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}, w_1 \vDash \neg K_a^? p \wedge \hat{K}_a{}^{\Diamond} X K_a^? p$$

where $K_a^? \varphi := K_a \varphi \vee K_a \neg \varphi$

These are some basic properties of **EEM**:

Axiom K

$$^{\Box}X(\varphi \to \psi) \to (^{\Box}X\varphi \to {}^{\Box}X\psi)$$

Persistence of facts

$$p \to {}^{\Box}Xp$$

Perfect recall

$$K_i{}^{\Box}X\varphi \to {}^{\Box}XK_i\varphi$$

This formula describes the property of agents to remember all facts they ever know.

Scenario Generated EEM

We use the event model to formalize the concept of time changes. We will describe the procedure how **EEM** models is generated by sequence of event models.

Definition 4. (Event model) $\mathcal{E} = (E, \{Q_i\}_{i \in A}, pre)$, where E is a set of events e, $Q_i \subseteq E \times E$ defined for every i in a set of agents A, $pre : E \mapsto \mathcal{L}_{EL}$, where $\mathcal{L}_{EL}$ is the basic propositional modal language with epistemic operator K_i.

Definition 5. (Product update) $\mathcal{M} \otimes \mathcal{E} = (W', R', V')$, where $W' = \{(w, e) \mid \mathcal{M}, w \vDash pre(e)\}$, $(w, e)R'_i(w', e') \iff w \sim_i w' \wedge eQ_ie', (w, e) \in V'(p) \iff w \in V(p)$.

Definition 6. (Semantics for event structure) $\mathcal{M}, w \vDash [\mathcal{E}, e]\varphi \Longleftrightarrow \mathcal{M}, w \vDash pre(e) \Rightarrow \mathcal{M} \otimes \mathcal{E}, (w, e) \vDash \varphi$.

Let us formulate the concept of **Scenario** that generates $\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}$ models.

Definition 7. (Scenario) Let $\mathbf{E}$ be a set of all event models $\mathcal{E}$. All possible event sequences are $\mathbf{E}^n$, where n in a set of natural numbers. It is important to identify such sequences of events that describe relevant changes in the worlds. These sequences are defined in the **Scenario**. Let $\mathbf{S}$ denote such kind of scenario, $\mathbf{S} \subseteq \mathbf{E}^n$. The world's transformation by the event is denoted by the concatenation $we_n := (w, e_n)$.

The evolutionary relation R is defined in the following way in **EEM**: $wRw' := w' \in W \times \mathcal{E}$ and $\exists \mathcal{E} : \exists e \in E \wedge w' = (w, e)$. Evolutionary relation R and epistemic model $\mathcal{M}$ generate **EEM** Kripke models denoted as $\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}$ that has a monotonic property $\forall x, y(xRy \to (x \vDash p) \Leftrightarrow (y \vDash p))$, where $p \in Var$.

Adding **Scenario**, we get a description of the evolution of the worlds with epstemic relations on them. The question of whether all models $\mathcal{M}^{\mathcal{E}\mathcal{E}}$ can be generated by a certain **Scenario** remains open.

Further Developments

EEM is a tool that can be used to investigate wide diversity scenarios of knowledge evolution that remain inaccessible to other temporal epistemic logics.

The main challenge for the future is to axiomatize **EEM** and prove its completeness. In addition, it is possible to extend $\mathcal{L}_{EE}$ with a doxastic dimension and introduce the "past step" operator, which will allow us to build models with reasoning not only about the future but also about the past.

This article is an output of a research project implemented as part of the Basic Research Program at the National Research University Higher School of Economics (HSE University).

Литература

[1] van Benthem J., Gerbrandy J., Pacuit E. *Merging frameworks for interaction: DEL and ETL.* // In Proceedings of the 11th conference on Theoretical aspects of rationality and knowledge (TARK '07), New York: Association for Computing Machinery, 2007. P. 72–81.

[2] Dixon C., Fisher M., Wooldridge M. *Resolution for temporal logics of knowledge.* // Journal of Logic and Computation. 1998. Vol. 8, No 3. P. 345–372.

[3] Engelfriet J. *Minimal temporal epistemic logic.* // Notre Dame Journal of Formal Logic. 1996. Vol. 37, No 2. P. 233–259.

[4] Plaza J. *Logics of public communications.* // Synthese. 2007. Vol. 158, No 2. P. 165–179.

В защиту квантора самореферентности $\mathrm{S}x$. Подход динамических систем.

Степанов В. А.
Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН
vastvast@yandex.ru

Аннотация: В работе приводятся аргументы в защщиту квантора самореферентности $\mathrm{S}x$.

In the defendence of self-reference quantifier $\mathrm{S}x$. Dynamic systems approach.

Stepanov V. A.
Dorodnicyn Computing Centre of RAS
vastvast@yandex.ru

Abstract: Arguments in defense of the self-referencing quantifier $\mathrm{S}x$ are presented.

Предложения, ссылающиеся на самих себя, назовём самореферентными. Наиболее популярным из них является предложение «Лжец». Можно заметить, что изучение самореферентности допускает два возможных подхода:

1. внешний – который описывает реакцию самореферентных предложений на изучаемую систему. Сюда можно отнести популярные исследования Приста 1979 года (LP), см. (Priest 1979);
2. внутренний – когда упор делается на изучение структуры самореферентных предложений, начало которому положил Пирс в 1855 году (Emily 1975). Этому последнему подходу мы и посвятим нашу заметку.

Конструктивным анализом предложения Лжец занимался Ч. Пирс (Emily 1975), который первым, насколько нам известно, обратил внимание в своих лекциях 1864–1865 гг. на то, что самореферентные предложения порождают бесконечную последовательность подстановок в себя. Это первое применение принципа, который во второй половине 20-го века получил название «превращение порочного круга в порождающий круг».
Значок S, впервые появившийся в статье (Johnstone, 1981), по смыслу указывает на принадлежность всего выражения к самореферентности, и вводит всю самореферентную конструкцию в ранг ППФ. Там же есть и аксиома самореферентности:

$$Q =_{df} S_Q P.$$

Предложение Лжец выглядит на этом языке так:

$$S_Q \sim TQ.$$

Самореферентные предложения заслуживают того, чтобы их самореферентность была отмечена в языке. Для этого зафиксируем самореферентность предложения с помощью специального значка – значка самореферентности $\mathrm{S}x$, который ставится перед предикатом $P(x)$, называемым нами ядром самореферентного предложения. Этим мы превратим семантическую самореферентность в самореферентность синтаксическую. В итоге самореферентное предложение в языке синтаксиса выглядит так:

$$\mathrm{S}xP(x). \tag{1}$$

На место переменной x в $P(x)$ в (1) нельзя подставить ничего, кроме самого этого предложения. Во вновь полученное предложение в x также нельзя подставить ничего, кроме самого этого предложения и т.д. Т.е. самореферентное предложение является внешне замкнутым, а выражение $\mathrm{S}x$ по этому критерию вполне можно отнести к кванторам. Так мы его и будем называть в дальнейшем.

Выпишем для начала определения обычных кванторов $\exists$ и $\forall$, и присоединим к ним определение нашего нового квантора самореферентности $\mathrm{S}x$ (6):

$$\exists xP(x) \rightleftharpoons P(x_1) \vee P(x_2) \vee P(x_3) \vee \ldots \tag{2}$$
$$\forall xP(x) \rightleftharpoons P(x_1) \wedge P(x_2) \wedge P(x_3) \wedge \ldots \tag{3}$$
$$\mathrm{S}xP(x) \rightleftharpoons \langle x, P(x), P(P(x)), P(P(P(x))), \ldots \rangle \tag{4}$$

Определение (4) напоминает выражения Пирса в начале этого параграфа. С другой стороны, выражение (4) является определением траектории динамической системы вида $(\{0,1\}, P(x))$ с орбитами $\langle P^n(x), n \in Z^+\rangle$, где $P^n(x) = P(P^{n-1}(x))$. Это оправдывает название нашей заметки. Выражение (4) в теории динамических систем (Sharkovsky 1989) называется траекторией или орбитой динамической системы. Мы используем характеристики такого движения. Рассмотрим случай, когда ядра самореферентных предложений $P(x)$ составлены из $Tr(x)$ с помощью пропозициональных связок $\leftrightarrow$ и $\neg$:

$$P(x) \in \{Tr(x), Tr(x), Tr(x) \leftrightarrow Tr(x), Tr(x) \leftrightarrow \neg Tr(x)\}. \tag{5}$$

Остальные рассматриваемые нами формулы эквивалентны этим четырем. Переменная x и предикаты $P(x)$ из (4) в нашем случае принимают значения из $\{0,1\}$. Нетрудно заметить, что выражение (4) является периодическим, с максимальным периодом 2. Это значит, что второй и третий члены последовательности (4) определяют всю оставшуюся бесконечную последовательность. Первый член последовательности будет использоваться нами как своего рода маяк, который упорядочивает всю оставшуюся последовательность оценок. Поэтому в нашем случаем мы с полным правом сократим определение квантора самореферентности следующим образом:

$$\mathrm{S}xP(x) \rightleftharpoons \langle x, P(x), P(P(x))\rangle. \tag{6}$$

Поскольку значений x в последовательности (6) в нашем случае только два: $x \in \{1, 0\}$, то и само утверждение (6) рассыпается на две последовательности. А поскольку у нас нет причин отдавать предпочтение какой-нибудь одной из них, то мы объединим их как равноправные элементы множества в (7):

$$\mathrm{S}xP(x) \rightleftharpoons \{\langle 1, P(1), P(P(1))\rangle, \langle 0, P(0), P(P(0)\rangle\}. \quad (7)$$

В случае, когда значений x будет больше (или меньше) двух, количество членов множеств в (6) и (7) должно быть соответствующим образом изменено. Это – одно из свойств определения квантора самореферентности $\mathrm{S}x$, который позволяет использовать его в других логических системах, а не только в классических.

Теперь определим действие внешнего знака отрицания . Для этого разделим наши манипуляции на несколько случаев. Первый из них – когда ядро $P(x)$ самореферентного предложения представляет собой тождественно истинную ($P(x) = Tr(x) \leftrightarrow Tr(x)$), т.е. $P(0) = P(1) = 1$) или тождественно ложную ($P(x) = Tr(x) \leftrightarrow \neg Tr(x)$), т.е. $P(0) = P(1) = 0$) формулу. Тогда, например, для $P(x) = 1$ получим

$$\begin{aligned}
\neg\mathrm{S}xP(x) \quad &= \neg\{\langle 1,1,1\rangle, \langle 0,1,1\rangle\} && (= \neg T) && (8)\\
&= \{\neg\langle 1,1,1\rangle, \neg\langle 0,1,1\rangle\} && && (9)\\
&= \{\langle \neg 1, \neg 1, \neg 1\rangle, \langle \neg 0, \neg 1, \neg 1\rangle\} && && (10)\\
&= \{\langle 0,0,0\rangle, \langle 1,0,0\rangle\} && (= F). && (11*)
\end{aligned}$$

(8 - 9 - 10 - 11) - это общая часть трансформации последовательностей для всех ядер, как реагирующих так и не реагирующих на изменения в своих свободных переменных. В случае же нетождественных формул, $P(x) = Tr(x)$ (ГоворящийПравду)или $P(x) = \neg Tr(x)$ (Лжец), оценка формулы меняется при изменении оценки свободной переменной x. Тогда последовательности (8 - 9 - 10) продолжаются следующими (11 - 12 - 13) формулами:

$$\begin{aligned}
\neg\mathrm{S}xP(x) \quad &= \neg\{\langle 1, P(1), P(P(1))\rangle, \langle 0, P(0), P(P(0)\rangle\} && (8)\\
&= \{\neg\langle 1, P(1), P(P(1))\rangle, \neg\langle 0, P(0), P(P(0)\rangle\} && (9)\\
&= \{\langle \neg 1, \neg P(1), \neg P(P(1))\rangle, \langle \neg 0, \neg P(0), \neg P(P(0)\rangle\} && (10)\\
&= \{\langle 0, P(0), P(P(0))\rangle, \langle 1, P(1), P(P(1))\rangle\} && (11)\\
&= \{\langle 1, P(1), P(P(1))\rangle, \langle 0, P(0), P(P(0))\rangle\} && (12)\\
&= \mathrm{S}xP(x) && (13)
\end{aligned}$$

$\mathrm{S}xP(x)$		$\neg\mathrm{S}xP(x)$
$\mathrm{S}x(Tr(x) \leftrightarrow Tr(x)) =$	T	$\{\langle 1,0,0\rangle; \langle 0,0,0\rangle\} =$ F
$\mathrm{S}xTr(x) = \{\langle 1,1,1\rangle, \langle 0,0,0\rangle\} =$	V	$\{\langle 1,1,1\rangle, \langle 0,0,0\rangle\} =$ V
$\mathrm{S}x\neg Tr(x) = \{\langle 1,0,1\rangle; \langle 0,1,0\rangle\} =$	A	$\{\langle 1,0,1\rangle, \langle 0,1,0\rangle\} =$ A
$\mathrm{S}x(Tr(x) \leftrightarrow \neg Tr(x)) =$	F	$\{\langle 1,1,1\rangle, \langle 0,1,1\rangle\} =$ T

Определим двуместные связки o$\in$ $\{\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ для двух S-формул S$xP(x)$ и S$xQ(x)$. В данном случае мы исследуем такой вариант двуместных связок, когда траектории оценок формулы одного порядка взаимодействуют с траекториями оценок формулы такого же порядка: $\langle 1,,,\rangle o \langle 1,,,\rangle, \langle 0,,,\rangle o \langle 0,,,\rangle$:

$$\mathrm{S}xP(x) \text{ o } \mathrm{S}xQ(x)=$$

$$\begin{aligned}&\{\langle 1, P(1), P(P(1))\rangle, \langle 0, P(0), P(P(0)\rangle\}o\\&\{\langle 1, Q(1), Q(Q(1))\rangle, \langle 0, Q(0), Q(Q(0))\rangle\} =\\&\{\langle 1, P(1), P(P(1))\rangle o\langle 1, Q(1), Q(Q(1))\rangle,\\&\langle 0, P(0), P(P(0))\rangle o\langle 0, Q(0), Q(Q(0))\rangle\} =\\&\{\langle 1o1, P(1)oQ(1), P(P(1))oQ(Q(1))\rangle,\\&\langle 0o0, P(0)oQ(0), P(P(0))oQ(Q(0))\rangle\}.\end{aligned}$$

Руководствуясь этими формулами получим:
$V \vee V = V, V \wedge V = V, A \vee A = A, A \wedge A = A$

Гипотеза: p=V

∨	T	V	F
T	T	V	F
V	V	V	F
F	F	F	F

Прист: p

∨	t	p	f
t	t	p	f
p	p	p	f
f	f	k	f

Гипотеза: p=A

∨	T	A	F
T	T	A	F
A	A	A	F
F	F	F	F

Таким же способом мы построим таблицы для дизъюнкции, импликации и обратной импликации, используя две последние и конъюнкцию для построения эквиваленции. Читателю придётся поверить на слово, ибо места для них нет. Заменяя p на V (ГоворящийПравду), мы констатируем, что для $p = V$ истинностные таблицы совпадают с одноименными таблицами Приста. При этом следует учесть, что наши таблицы построены по совершенно другому принципу, отличному от принципов построения Приста. И это внушает определенный оптимизм, когда два совершенно разных принципа построения, так сказать «внешний» (пристовский) и «внутренний» (наш), приводят к одинаковому результату. Полагая, что p соответствует A (Лжец), мы констатируем, что таблицы справа также совпадают с пристовскими таблицами при $p = A$. Но у Приста нет разделения на Лжеца и ГоворящегоПравду, во всяком случае в работе (Priest 1979). Поэтому мы построим четырехзначные таблицы, где наши A и V будут выступать раздельно и самостоятельно, со своими различными истинностными оценками.

∧	T	A	V	F
T	T	A	V	F
A	A	A	av	F
V	V	av	V	F
F	F	F	F	F

∨	T	A	V	F
T	T	T	T	T
A	T	A	va	A
V	T	va	V	V
F	T	A	V	F

Здесь появляются новые оценки от взаимодействия A и V: va и av. Они вычисляются по таким же правилам. Шестизначные таблицы, включающие va и av, уже оказываются замкнутыми.

Литература

[1] Emily M., *Pierce's Paradoxical Solution to the Liar's Paradox.*, ***NDJFL***, 1984, vol. 49, no. 1, pp. 75–111.

[2] S. Feferman, *Toward useful type-free theories I.*, ***The JSL***, 1984, vol. 49, no. 1, pp. 75–111.

[3] Johnstone A., *Self-Reference, The Double life and Goedel* . ***Logique at Analyse***, 1981, pp. 35–47

[4] Priest G.,*The Logic Paradox.*, ***JPL***,1979, vol.8, pp. 219–241.

[5] Sharkovskii A. N., Kolyada S. F., ets., *Dynamics of onedimensional mappings.*, Naukova dumka, Kiev, 1989, 216 pp.

A classification of negative connectives

Ricardo Arturo Nicolás-Francisco
UNAM, Mexico
gyl.ric@gmail.com

Abstract: In this paper, I examine some characterizations of negative connectives. I consider two options to define such connectives: one by means of the notion of implication and the other by means of the truth and falsity conditions of a negation: the ones given by boolean negation and De Morgan negation.

Keywords: *FDE, Negation, Implication, Entailment*

In [2] Omori and Wansing present a rough classification of expansions of **FDE** by nullary, unary, and binary connectives. With the only exception of the nullary ones, all the classification is systematized in extensional and intensional connectives. Only the unary connectives are also categorized in affirmative and negative ones (and some special cases that are neither of them).

Let $+$ be a unary connective and A a formula of some formal language. $+$ is affirmative if and only if A implies $+A$ or $+A$ implies A. Omori and Wansing give the following examples of such connectives:

A	$\triangle A$	$\Box A$
{1}	{1}	{1}
{1,0}	{1}	{0}
{}	{0}	{0}
{0}	{0}	{0}

Strictly speaking, implication might not do the job, but if implication is changed to entailment, and entailment is preservation of truth from premises to conclusion, such connectives are indeed positive.

On the other hand, some examples of negative connectives are the following:

A	$\neg_b A$	$\neg_e A$
{1}	{0}	{0}
{1,0}	{}	{0}
{}	{1,0}	{1}
{0}	{1}	{1}

These connectives are considered in [1] in the search for a characterization of classical negation in **FDE**. One could be left with the impression that if entailment is enough for classifying an affirmative connective, it is also enough for classifying a negative one; however, it is not. One can try to leave entailment for classifying a positive connective and turn to implication for classifying a negative one. In either case, the classification of unary connectives between positive and negative ones is not uniform.

In this paper, I investigate what a right classification of a negative connective is. I examine two options:

— Let $-$ be a unary connective and $\ominus A$ a negation of a formula A of some formal language. $-$ is negative if and only if $-A$ implies $\ominus A$ or $\ominus A$ implies $-A$.
— A connective is negative if and only if it has the truth or the falsity condition of a negation

In probing the first option, I expand on the characterization of implication by including six different conditionals.

In examining the second option, I show that the classical-ish negations reduce all the distribution of truth-values to its truth condition. I show that a similar phenomenon arises with the dual falsity condition, and the truth and falsity condition of a De Morgan negation. I also point out some implications of this option for Omori and Wansing's classification of positive connectives and those that are neither positive nor negative.

This work is supported by the PAPIIT project IN403719 'Intensionality all the way down: A new plan for logical relevance'.

Bibliography

[1] De M. and Omori H. *Classical negation and expansions of Belnap-Dunn logic.* Studia Logica. 2015. Vol. 103, № 4. pp. 1031–1032.

[2] Omori H. and Wansing H. *40 years of FDE: An Introductory Overview.* Studia Logica. Hitoshi Omori and Heinrich Wansing (Eds.). 2017. Vol. 105, № 6. pp. 1021–1049.

Эпистемическая STIT-логика без типов действий

Хайтович Д. Г.
МЛ Логики, лингвистики и формальной философии НИУ ВШЭ
`dkhaytovich@hse.ru`

Аннотация: В литературе существует несколько эпистемических расширений stit-логики. Один из наиболее популярных вариантов – kstit-логика Пэкета и Хорти – предлагает ввести аппарат действий-токенов и действий-типов, а также установить ряд семантических ограничений на связь эпистемических и исторических отношений. В данной статье мы выведем несколько контринтуитивных теорем, доказуемых в kstit-логике, и предложим свой вариант эпистемического расширения, избегающего их.

Ключевые слова: *Логика агентности, stit-логика, эпистемическая логика*

Epistemic STIT logic without action types

Khaitovich D. G.
International Laboratory for Logic, Linguistics and Formal Philosophy, HSE
`dkhaytovich@hse.ru`

Abstract: In the recent literature we can find several epistemic exstensions of STIT logics. One of the most prominent variant – KSTIT logic, developed by John Horty and Eric Pacuit – is build upon the introducing action type-token distinction in the theory, combined with a number of semantic constrains on epistemic and historical relations. In this article we will deduce counter-intuitive theorems provable in KSTIT-logic and introduce our own variant of epistemic STIT logic, not supporting them.

Keywords: *Logic of agency, STIT logic, epistemic logic*

Введение

STIT-логики – семейство модальных логик агентности, берущих начало в серии работ Нуэля Белнапа, Майкла Перлоффа и Минга Ксю [1]. Основная идея – формализовать агентивы как модальные выражения вида «агент i гарантирует, что ϕ» (*agent i sees to it that ϕ*). При этом в рамках STIT семантики, в отличие от некоторых других модальных логик агентности, например, PDL, никак не конкретизируются сами действия: любые выборы агента, которые приводят к истинности одних и тех же пропозиций, не различимы в объект-языке стандартной STIT-логики.

Подобная теория находит свои применения в разных философских контекстах, включая нормативную этику и философию действия. Т.к. во многих случаях критически важными являются не только выборы действий агентов, но и их знания об этих выборах, собственных способностях и контекстах, в которых эти выборы совершаются, совершенно последовательным выглядит поиск эпистемических расширений STIT-логики. Один из наиболее заметных вариантов, получивших внимание в литературе, – введение KSTIT оператора Джоном Хорти и Эриком Пэкетом в статье «Действия-типы в STIT-семантике» [2]. Авторы предлагают ввести аппарат типов действий в семантику STIT-логики, что позволило бы различать, что именно выбирает предпринимать агент. Таким образом, приписывая каждому доступному действию агента его тип, Хорти и Пэкет определяют оператор сознательного действия $[\text{kstit}]_i\phi$ как «агент i знает, что совершение действия того типа, которое он совершает, приведет к истинности ϕ».

Синтаксис языка логики, предлагаемой Хорти и Пэкетом:

$$\phi \ := \ p \mid \neg\phi \mid \phi \wedge \phi \mid P\phi \mid F\phi \mid K_i\phi \mid \Box\phi \mid [\text{cstit}]_i\phi \mid [\text{kstit}]_i\phi$$

где $p \in \Phi$ (Φ – множество пропозициональных переменных из нашего предшествующего языка), $i \in Agent$.

Данная логика определяется на шкалах вида

$$\mathcal{F} = (Tree, H, <, Agent, Choice, \{\sim\}_{i \in Agent}, Type, \{Label\}^{m \in Tree}_{i \in Agent}, \{[\ ]\}^{m \in Tree}_{i \in Agent})$$

где $Type = \{\tau, \tau_2, ..., \tau_n\}$ – множество типов действий. $Label : Tree \times H \rightarrow Type$ – функция, приписывающая каждому индексу действие-тип, соответствующее клетке выбора для агента i в момент m, в которую вложен данный индекс; $[\ ]^m_i : Type \rightarrow Choice^m_i$ – функция, принимающая на вход действие-тип и возвращающее соответствующее действие-токен для агента i в момент m (при этом если действие типа τ недоступно для агента i в момент m, то $[\tau]^m_i = \emptyset$).

При этом вводятся дополнительные семантические ограничения на шкалах. Первое – если два индекса неразличимы для агента, они должны принадлежать клеткам выбора одного и того же типа для этого же агента.

$$m/h \sim_i m'/h' \rightarrow Label^m_i(m/h) = Label^{m'}_i(m'/h') \tag{C1}$$

Из этого следует второе важное ограничение: если агент не различает два индекса в разных моментах, то действия соответствующего типа должны существовать в обоих:

$$m/h \sim_i m'/h' \rightarrow [Label^m_i(m/h)]^{m'}_i \neq \emptyset \tag{C2}$$

Последнее ограничение, предлагаемое авторами, сводится к тому, что агент не различает не индексы, а моменты. Грубо говоря, знания акторов о своих действиях сводится к их знанию/незнанию контекста, в котором они совершают выбор из доступных им действий. При этом если действие доступно, то агент знает об этом (следствие C1). Формально:

$$m/h \sim_i m'/h' \to \forall h'' \in H_m \forall h''' \in H_{m'} (m/h'' \sim_i m'/h''') \tag{C3}$$

Из (C3) легко доказать, что общезначимой на шкалах будет формула вида $K_i\phi \to \Box\phi$, т.е. агент не может знать контингентных фактов, что философски сомнительно: аргументы против этого можно обнаружить в классических работах о достоверности [3]. ИЗ (C2) следует, что любой агент всегда знает, какие действия ему доступны: $\models \Diamond A_i^\tau \to K_i A_i^\tau$, где A_i^τ – пропозиция, обозначающая, что в точке, где она верна, совершается действие типа τ агентом i. Это утверждение тоже довольно просто фальсифицировать контрпримерами.

Во избежание общезначимости этих нежелательных формул, мы предлагаем определить логику на шкалах:

$$\mathcal{F} = (Tree, H, <, Agent, Choice, \{\sim\}_{i \in Agent})$$

Мы предлагаем ввести единственное ограничение на эпистемические отношения:

$$\forall m/h \forall m/h' \big((m/h \in Choice_i^m(h) \wedge m/h' \in Choice_i^m(h)) \to m/h \sim_i m/h'\big)$$

Т.е. агент не различает те точки, выбор которых он не контролирует. Это условие можно переформулировать в виде следующего первопорядкового ограничения на шкалах: $Choice_i^m(h) \subseteq \sim_i (m/h)$. Из этого будет следовать общезначимость следующей формулы: $\models K_i\phi \to [\text{cstit}]_i\phi$. Если агент достоверно знает, что ϕ истинно, то он своими действиями гарантирует истинность ϕ, что вполне соответствует пониманию агентности в STIT-семантике: если ты знаешь, что будет ϕ, ты не можешь своими действиями допустить не-ϕ. Тогда сознательное действие можно определить формулой вида

$$K_i[\text{cstit}]_i\phi$$

читаемой как «агент i знает, что он гарантирует ϕ».

Литература

[1] Belnap N., Perloff M., Xu M. *Facing the future: agents and choices in our indeterminist world* Oxford: Oxford University Press on Demand, 2001.

[2] Horty J., Pacuit E. *Action types in stit semantics* // The Review of Symbolic Logic 10.4, 2017. P. 617–637.

[3] Moore G.E. *Certainty* // Philosophical Papers, 1959 P. 171–196.

Логический многоугольник для высказываний об отношениях: два правила для контрарности и субконтрарности

Черкашина О. В.
Московский центр исследования сознания при Философском факультете МГУ
Civilistam@yandex.ru

Аннотация: В настоящей статье сформулированы правила, позволяющие для данного высказывания об n-местном отношении выявлять как контрарные, так и субконтрарные по отношению к данному высказывания, опираясь только на характеристики исходного высказывания, без использования логики предикатов. Также сформулированы теоремы, на которых эти правила основаны.

Ключевые слова: *Логический многоугольник, высказывания об отношениях, n-местный предикат, n-местное отношение, контрарность, субконтрарность*

Logical Polygon for Propositions About Relations: Two Rules for Contrariety and Subcontrariety

Cherkashina O.V.
Moscow Center for Consciousness Studies
Civilistam@yandex.ru

Abstract: In this paper are formulated rules for finding propositions that are in relations of contrariety or subcontrariety with a given proposition about an n-place relation. These rules use only the characteistics of the propositions, without using predicate calculus. Also are formulated theorems on which these rules are based.

Keywords: *Logical polygon, propositions about relations, n-place predicate, n-place relation, contrariety, subcontrariety*

Цель настоящей статьи – сформулировать правила, нужные для выявления отношений контрарности и субконтрарности между ассерторическими высказываниями об n-местных отношениях, где $n > 1$, n – целое число. Речь идёт о высказываниях, аналогичных используемым в логическом квадрате, только с многоместным предикатом. (Пример такого высказывания: «Каждый человек любит какую-нибудь книгу», обще-частное (ОЧ) утвердительное.) Эти правила позволят выявить такие отношения исходя только из качественной (утвердительное/отрицательное) и количественной (обще-/частно-...-общее/частное, количество элементов равно n) характеристик рассматриваемых высказываний, без обращения к логике предикатов. Данные правила опираются на рассуждения по логическому многоугольнику – построенному автором настоящей работы аналогу логического квадрата (см., напр., [3], [4], [5], [6]). В то время, как квадрат выражает отношения между высказываниями о свойствах, многоугольник – между высказываниями об n-местных отношениях. Для $n \geqslant 3$ логический многоугольник является первым и, насколько нам известно, единственным решением проблемы построения такого аналога (данная проблема сформулирована Ю. В. Ивлевым, смотр., напр., [2], стр. 40).

Рассуждения по логическому многоугольнику изначально были сформулированы с опорой на графическую сторону, с использованием таких понятий, как переход по определённым правилам от одних вершин к другим (правила рассуждения об отношениях между суждениями). Вместе с тем, графическая сторона является формой представления, которая может быть изменена. Представляется интересным сформулировать требуемые правила в терминах, отсылающих к характеристикам высказываний напрямую, без посредства графического представления.

Для получения искомых правил требуются сформулированные нами теоремы о контрарности и о субконтрарности, выражающие ряд лежащих в основе логического многоугольника алгоритмов. (Из-за ограничения объёма статьи предполагается привести доказательство теорем не здесь, а в докладе на конференции.) Сами правила обозначены в настоящей работе как следствия этих теорем.

Определения отношений контрарности, субконтрарности, контрадикторности, подчинения стандартные (см. [1], стр. 20).

Теорема 1. *Для контрарности. Для любого высказывания рассматриваемого вида, если взять высказывание, контрадикторное по отношению к данному, для этого контрадикторного проследить все подчиняющие его высказывания (если такие существуют) и для этих подчиняющих найти контрадикторные им высказывания, каждое из найденных в итоге высказываний будет подчинённым для исходного высказывания.*

Теорема 2. *Для субконтрарности. Для любого высказывания рассматриваемого вида, если взять высказывание, контрадикторное по отношению к данному, для этого контрадикторного проследить все подчинённые ему высказывания (если такие существуют) и для этих подчинённых найти контрадикторные им высказывания, каждое из найденных в итоге высказываний будет подчиняющим для исходного высказывания.*

У высказывания об n-местном отношении количественная характеристика состоит из n элементов, по одному для каждой группы субъектов, члены которой, все или некоторые, находятся на соответствующем месте отношения. Элемент «О» или «Ч» соответственно, стоящий на k-той ($1 \leqslant k \leqslant n$) позиции характеристики, говорит о группе субъектов, относящейся к k-тому месту n-местного предиката, что все или что хотя бы некоторые из субъектов соответствующей группы состоят в этом отношении соответствующим образом (в качестве k-ого субъекта).

Следствие 1. *Контрарность имеет место между данным высказыванием и высказываниями, являющимися подчиняющими для его (данного высказывания) отрицания. То есть, между исходным высказыванием и каждым из высказываний противоположного качества с такой количественной характеристикой, где есть «О» на каждой позиции, где у исходного высказывания было «Ч» и вдобавок хотя бы ещё одно «О» (где у исходного тоже было «О»). В связи с последним требованием правило неприменимо к исходным высказываниям, количественная характеристика которых состоит из одних «Ч».*

Следствие 2. *Субконтрарность имеет место между данным высказыванием и высказываниями, являющимися подчинёнными для его (данного высказывания) отрицания. То есть, между исходным высказыванием и каждым из высказываний противоположного качества с такой количественной характеристикой, где есть «Ч» на каждой позиции, где у исходного высказывания было «О» и вдобавок хотя бы ещё одно «Ч» (где у исходного тоже было «Ч»). В связи с последним требованием правило неприменимо к исходным высказываниям, количественная характеристика которых состоит из одних «О».*

Литература

[1] Бочаров В. А., Маркин В. И. *Силлогистические теории.* – М.: Прогресс-Традиция, 2010. – 336 с.

[2] Ивлев Ю. В. *Логика: учеб.* – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 304 с.

[3] Черкашина О. В. *Логический многоугольник для суждений об отношениях.* // Логико-философские штудии. Том 16, № 1–2 (май–июнь 2018). С. 194–195.

[4] Cherkashina O. *Figure of Opposition for Propositions about Relations.* // J.-Y. Beziau, A. Buchsbaum, I. Vandoulakis (eds.), Handbook of Abstracts, 6th World Congress on the Square of Opposition Crete, November 1–5, 2018, pp. 68–69.

[5] Черкашина О. В. *Некоторые аспекты построения логических многоугольников для высказываний о двухместных отношениях* // Одиннадцатые Смирновские Чтения: материалы Международной научной конференции, Москва, 19–21 июня 2019 г. М.: Современные тетради, 2019. С. 89–91.

[6] Cherkashina O. *Logical polygon for relations among propositions about relations: Symmetry* // Symmetry: Art and Science. 1–4 (2019), pp. 86–89.

Алгоритмы в природе

Шалак В. И.
Институт философии РАН
`shalack@mail.ru`

Аннотация: Изменения в природе можно подразделить на каузально-динамические и алгоритмические, которые не могут быть формализованы средствами современной теории вычислимости. Язык описания алгоритмов в природе включает три вида знаний – эмпирическое, технологическое и научное. В качестве семантики этого языка предлагается использовать один из вариантов расширения языка временной логики.

Ключевые слова: *алгоритм, физический алгоритм, цель, временная логика*

Algorithms in Nature

Shalack V.I.
Institute of Philosophy, Russian Academy of Science
`shalack@mail.ru`

Abstract: Changes in nature can be divided into causal-dynamic and algorithmic, which cannot be formalized by means of modern computability theory. The language for describing algorithms in nature includes three types of knowledge – empirical, technological, and scientific. As the semantics of this language, it is proposed to use one of the variants of the extension of the language of temporal logic.

Keywords: *algorithm, physical algorithm, goal, temporal logic*

Если посмотреть на происходящие в окружающем нас мире изменения, их можно разделить на два вида. К первому относятся изменения, описываемые законами наук. Они были эксплицированы в номологической модели объяснения К. Гемпеля. Ко второму относятся изменения, инициируемые активными целесообразно действующими агентами. Такие изменения могут быть названы алгоритмическими, поскольку получают объяснение в терминах следования предписаниям для достижения требуемого результата. Примером первого вида изменений может быть падение камня с крыши, второго – бросок камня, чтобы попасть в цель. В первом случае падение камня описывается законами механики, во втором – целесообразным действием человека.

Широко распространено мнение, что неформальное понятие алгоритма было строго уточнено в работах А. Чёрча и А. Тьюринга, что тезис Чёрча-Тьюринга является утверждением о том, что любой алгоритм может быть представлен в терминах абстрактного вычислительного устройства Тьюринга. Увы, но это не так. Тьюринг предложил математический формализм для описания возможных символьных преобразований, которые способен произвести человек-вычислитель, но не общего понятия алгоритма. Человек-вычислитель оперирует с символами, а не физическими объектами. Знаконосители всего лишь репрезентируют то, что человек хочет видеть за ними, а вычисление на машине Тьюринга – это переход от одной символьной репрезентации, называемой начальной, к другой, называемой конечной. В зависимости от принятых соглашений одна и та же комбинация букв используемого алфавита может означать разные объекты. Например, три единички 111 по их количеству могут представлять число три, в двоичной системе записи они будут представлять уже число семь, а в десятичной – число сто одиннадцать. Соответственно, в зависимости от принятых соглашений одна и та же машина Тьюринга будет вычислять разные функции.

С другой стороны, машина Тьюринга описывается в языке с конечным алфавитом символов, внутренних состояний и действий. С их помощью формулируются конечные наборы правил, управляющих работой машины. Это позволяет путем гёделизации закодировать все возможные машины и дальше исследовать их характеристики в терминах гёделевых номеров, которые однозначно представляют не только синтаксис, но и семантику машины Тьюринга. Результат работы машины Тьюринга однозначно детерминирован ее номером (программой) и входными данными. Именно это и используется для доказательства основных теорем теории вычислимости.

Теперь посмотрим на алгоритмические явления в природе, которые внешним образом мы можем описать, как следование набору предписаний для достижения требуемого результаты. С самого начала заметим, что любой такой набор предписаний можно переформулировать в виде набора правил «Если A, сделай D». Легко показать, как с помощью таких правил задается очередность выполнения действий, их повторение, выбор вариантов, начало и завершение алгоритма. К тому же такие правила удобны для понимания людьми любых специальностей. Говоря о цели выполнения алгоритма, мы никак ее не представили. Она достигается путем достижения промежуточных целей каждого из правил. Чтобы сделать это явным, будем представлять правила в виде «Если A, сделай D, чтобы F», где F – некоторое событие или процесс, являющиеся целью выполнения этого правила. Например, «Если ты голоден (A), пойди в магазин (D), чтобы купить продукты (F)». Покупка продуктов – это физический результат, а не символьная репрезентация в виде кассового чека. В этом заключается главное отличие символьных алгоритмов от физических. Если болит голова, мы выпиваем таблетку анальгина, чтобы запустить специальные физико-химические процессы в организме. Крестьяне пашут землю и бросают в нее зерна, чтобы запустить процесс созревания урожая.

Алгоритмические процессы в природе выполняются в окружении неалгоритмических процессов. Неожиданный порыв ветра может помешать попасть камнем в цель, капризы погоды могут загубить весь урожай. В этом заключается еще одно отличие природных алгоритмов от символьных. Даже если бы мы перечислили и закодировали все возможные правила природных алгоритмов, мы бы не смогли построить их теорию по образу и подобию теории вычислимости, поскольку синтаксис этих алгоритмов не определяет однозначно их семантики, и повторное выполнение одного и того же алгоритма может привести к совершенно другим результатам уже хотя бы потому, что он выполняется в новое время в новом физическом контексте. Теория хаоса учит, что иногда даже малейшие изменения в условиях могут приводить к непредсказуемым последствиям. Поэтому, выполнив действие D, мы не можем быть уверены, что наступит F, но чтобы уверенность появилась, мы должны глубже исследовать законы природы.

Вспомним первую главу первой книги Метафизики Аристотеля, которая начинается словами: «Все люди от природы стремятся к знанию». Дальше он выделяет три вида знаний. Первое – знание, происходящее из чувственных восприятий, второе – искусство (или умения) и третье – науку. Сегодня вместо чувственного восприятия мы бы использовали термин эмпирическое знание, вместо искусства и умений – технологии (инженерное в широком смысле знание), а научное знание – это теоретические науки. Удивительным образом, но эти три вида знаний в точности соответствуют трем компонентам алгоритмических правил. A – эмпирическое знание условий применения правил; D – технологии, а F – знание условий возникновения и развития целевых природных процессов. Как уже было сказано, невозможно создать теорию природных алгоритмов по образу и подобию теории вычислимости, но это не означает, что их вообще нельзя изучать точными методами. Решение во многом зависит от выбора языка для описания алгоритмов и определения его семантики.

С логической точки зрения, эмпирические условия A применения алгоритмических правил вполне могут быть представлены формулами языка логики предикатов. Действия D могут иметь сложную структуру, но она должна быть редуцируема к правилам с простыми действиями. Умение прогнозировать возможные последствия действий F предполагает временную онтологию, развитие которой происходит в соответствии с законами природы. Временной порядок событий линейно упорядочен, но в каждый момент времени существуют логически возможные альтернативы. Если в конкретный момент выполняется условие правила A, агент имеет возможность совершить действие D, заключающееся в выборе логической альтернативы естественному ходу развития событий, в которой будет иметь место процесс F. Такое понимание временной онтологии отличается от обычного понимания в семантиках временных логик с ветвящимся временем. В них предположение о ветвлении времени объясняется неполнотой наших знаний, какую ветвь выберет природа. В нашем же случае активный агент помогает природе выбрать нужную ему ветвь будущего развития событий, хотя вполне может оказаться, что его действие не приведет к требуемом

One Square May Hide Another One (Three, Actually): Categorical Propositions and their Normal Form

Fabien Schang
Federal University of Goiás (Brazil), Faculty of Philosophy, Avenida Esperança, SN, Campus Samambaia – Conjunto Itatiaia, Goiânia – GO, 74690-900,
schangfabien@gmail.com

Abstract: Does the traditional square of opposition fail? Yes. Does it entail the failure of the theory of opposition as a whole? By no means. I present a partition semantics to make my point, according to which the meaning of any formula amounts to an ordered set of the subsets of its models. In the light of this Boolean semantics, it is shown that the three usual proposals to save the (traditional) square are mere truncations on these models.

Keywords: *Bistrings; existential import; literal; logical space; Normal Form; partition semantics; theory of opposition; truncation.*

What's the Problem?

The theory of oppositions (thereafter: **TO**) is a set of logical relations that are supposed to hold in every model $w \in \mathcal{M}$ between any formulas A, B interpreted by a bivaluation $v \mapsto \{1, 0\}$. These logical relations are:

contrariety:	$v(w, A) = 1$ only if $v(w, B) = 0$.
contradiction:	$v(w, A) = 1$ if, and only if, $v(w, B) = 0$.
subcontrariety:	$v(w, A) = 0$ only if $v(w, B) = 1$.
subalternation:	$v(w, A) = 1$ only if $v(w, B) = 1$.

TO has been traditionally applied to Aristotle's categorical propositions $A_C = \{$**A**,**E**,**I**,**O**$\}$, each one including one *subject*-term S and one *predicate*-term P:

Affirmative universals **A**:	Every S is P.
Negative universals **E**:	No S is P.
Affirmative particulars **I**:	Some S is P.
Negative particulars **O**:	Some S is not P.

The problem is, however, that **TO** does not hold in every model [8]. It is so once A_C includes an *empty* subject-term such that there is no S in a given model. The proof may be given by formalizing A_C into First Order Logic (thereafter: FOL). Let $\mathbf{A} = (x)(Sx \rightarrow Px)$. If S is an empty term, then $v(w, \mathbf{A}) = 1$. But if so, then so is $\mathbf{E} = (x)(Sx \rightarrow \neg Px)$ due to $v(w, Sx) = 0$. Thus $v(w, \mathbf{A}) = v(w, \mathbf{E}) = 1$. Therefore, **A** and **E** are not contraries in every model. **TO** fails. It also fails whenever **A** is *necessarily* true (e.g., 'Squares are rectangles). Then $v(w, \mathbf{A}) = 1$ and $v(w, \mathbf{E}) = 0$ for every w, so that **A** and **E** are not contraries but contradictories. I want to show two things in the following: **A** and **E** cease to be contraries in three kinds of models; it does not entail that **TO** fails, however.

Three Solutions for One Square

A number of proposals have been made to preserve the logical relations of **TO**, viz. to save the traditional square of oppositions [5]. These may be rephrased as follows:

(1) Non-emptiness: **TO** holds only if there are Ss in every model w of A_C.
(2) Lexicalism: **TO** holds only if *existential import* is restricted to some members of A_C, namely:
(2.1) to **A** and **I** (import by *quality*),
(2.2) to **I** and **O** (import by *quantity*).
(3) Deviantism: **TO** holds only if either the meaning of the logical constants (quantifiers, negation, conditional) or the valuation is non-classical.
(4) Quietism: **TO** holds, hence there is no problem with A_C.

I want to show that none of (1)-(4) is satisfying, due to their undue restrictions of $\mathcal{M}$. (1)-(2) restricts the validity of **TO** to specific models $w \in \mathcal{M}$, so that the latter does not hold for *every* interpretation of its formulas. (3) assumes either an intuitionistic-like interpretation of **O**: $\neg(x)(Sx \to Px)$ differs from $(\exists x)(Sx \wedge \neg P)$, or a non-bivalent interpretation: A_C is neither true nor false whenever there is no S. (4) merely ignores the invalidity of **TO** in the models including empty terms and necessary formulas.
Moreover, I take the main problem with **TO** to come from a misunderstanding about it: **TO** is a general theory of logical relations that holds irrespective of the formulas it applies to; so there is no problem with **TO**, but only with the informal interpretation of A_C.

One Solution for Three Squares

It has been shown in [1] that the square may be saved by extending the logical form of A_C into a broader canonical formula $\hat{A}_C$, including formulas with and without existential import. Three new squares hold in the light of this account, whilst the traditional square definitely fails. Besides, the above result holds for any kind of categorical proposition $\hat{A}_C$ including Aristotle's propositions $A_C^{S^+}$ (where S is always affirmed), Keynes' theory of complementary propositions $A_C^{S^-}$ (where S is always denied) [6], and Hamilton's theory of the quantified predicate $A_C^{S^\pm}$ [4].

The present paper wants to show all this in the light of a new Boolean logic: *partition semantics*. The following strategy relies on a syntactic step [3] and a semantic step [2].
In the syntactic step, every member of $\hat{A}_C$ is reduced to its general *Normal Form* (thereafter: **NF**)

$$\hat{A}_C = \pm(x)\pm Sx \cap \pm(x)\pm Px,$$

that includes $m = 4$ *literals* preceded by a syntactic unary operator $\pm$, and one union operator $\cap$. It results in a set of $2^m = 2^4 = 16$ formulas in $\hat{A}_C$, each of which being a member of the characteristic *Conjunctive Normal Form* (thereafter: **CNF**) of $\hat{A}_C$: (i) $(x)Sx \cap (x)Px$, (ii) $(x)Sx \cap (x)\overline{P}x$, (iii) $(x)Sx \cap \overline{(x)}Px$, (iv) $(x)\overline{S}x \cap (x)Px$, (v) $\overline{(x)}Sx \cap (x)Px$, (vi) $(x)Sx \cap \overline{(x)}\overline{P}x$, (vii) $(x)\overline{S}x \cap (x)\overline{P}x$, (viii) $\overline{(x)}Sx \cap (x)\overline{P}x$, (ix) $(x)\overline{S}x \cap \overline{(x)}Px$, (x) $\overline{(x)}Sx \cap \overline{(x)}Px$, (xi) $\overline{(x)}\overline{S}x \cap (x)Px$, (xii) $(x)\overline{S}x \cap \overline{(x)}\overline{P}x$, (xiii) $\overline{(x)}Sx \cap \overline{(x)}\overline{P}x$, (xiv) $\overline{(x)}\overline{S}x \cap (x)\overline{P}x$, (xv) $\overline{(x)}\overline{S}x \cap \overline{(x)}Px$, (xvi) $\overline{(x)}\overline{S}x \cap \overline{(x)}\overline{P}x$.

In the semantic step, each member of an arbitrary formula A is interpreted in terms of its characteristic *bitstring* $\beta(A) = \langle \beta_1(A), \ldots, \beta_n(A) \rangle$, viz. the ordered set of the n subsets of models $\hat{w} \in \mathcal{M}$ for A. Thus, $\beta(A)$ is the *Disjunctive Normal Form* (thereafter: **DNF**) of A. Moreover, $\beta_i(A) = 1$ (or 0) whenever $v(\hat{w}_i, A) = 1$ (or 0). Three Boolean operators may be applied to pairwise bits $\beta_i(A_1)$, $\beta_i(A_2)$ of arbitrary formulas A_1, A_2: intersection, $\beta_i(A_1 \cap A_2) = \beta_i(A_1) \cap \beta_i(A_2)$, such that $\beta_i(A_1 \cap A_2) = min(\beta_i(A_1), \beta(A_2))$; union, $\beta_i(A_1 \cup A_2) = \beta_i(A_1) \cup \beta_i(A_2)$, such that $\beta_i(A_1 \cup A_2) = max(\beta_i(A_1), \beta(A_2))$; and complementation, $\beta_i(\overline{A}) = \overline{\beta_i}(A)$, such that $\beta_i(\overline{A}) = |1 - \beta_i(A)|$. These operators satisfy the rules of Boolean logic, i.e. $\beta_i(\overline{A_1 \cap A_2}) = \beta_i(\overline{A_1}) \cup \beta_i(\overline{A_2})$, together with associativity: $\beta_i(A \cap (B \cap C)) = \beta_i(A \cap B) \cap \beta_i(A \cap C)$.

By applying a reduction technique, I will show that every single *bit* $\beta_i(\hat{A}_C)$ of $\beta(\hat{A}_C)$ can be specified by means of an exhaustive set of three logical relations between arbitrary formulas A, B of $\hat{A}_C$. These relations are *incompatibility*: $A \perp B$, *entailment*: $A \vdash B$ or $A \dashv B$, and mere compatibility or *independence* (neither incompatibility, nor entailment). Then any member of $\hat{A}_C$ is to be characterized by a ordered set of $n = 9$ bits, which are the exclusive and exhaustive subsets of the *logical space* of $\hat{A}_C$: $\beta_1(\hat{A}_C) = v((\mathrm{i}))$, $\beta_2(\hat{A}_C) = v((\mathrm{iii}) \cap (\mathrm{vi}))$, $\beta_3(\hat{A}_C) = v((\mathrm{v}) \cap (\mathrm{xi}))$, $\beta_4(\hat{A}_C) = v((\mathrm{ii}) \cap (\mathrm{iii}))$, $\beta_5(\hat{A}_C) = v((\mathrm{x}) \cap (\mathrm{xii}))$, $\beta_6(\hat{A}_C) = v((\mathrm{iv}))$, $\beta_7(\hat{A}_C) = v((\mathrm{viii}) \cap (\mathrm{xiv}))$, $\beta_8(\hat{A}_C) = v((\mathrm{ix}) \cap (\mathrm{xii}))$, $\beta_9(\hat{A}_C) = v((\mathrm{vii}))$.
The ensuing characteristic bitstrings of Aristotle's categorical propositions $\hat{A}_C^{S^+}$: $\beta(\mathbf{A}) = 101001011$, $\beta(\mathbf{E}) = 000101111$, $\beta(\mathbf{I}) = 111010000$, $\beta(\mathbf{O}) = 010110100$, show (strictly speaking) what goes wrong with the traditional square and how **TO** can be made valid again by *truncating* the subsets of models where there is no S: $\beta(\hat{A}_C^{S^+}) = \beta(\hat{A}_C) \backslash \{\beta_6, \beta_8, \beta_9\}$. The same method will be applied to Keynes' formulas $\hat{A}_C^{S^-}$, Hamilton's formulas $\hat{A}_C^{S^\pm}$, and formulas assuming existential import $\hat{A}_C^{S^{imp!}}$ [1].

Nothing was wrong with the square of opposition as it stands, accordingly, and its putative abnormality can be normalized by finding the characteristic logical form $\mathbf{NF} = \{\mathbf{CNF}, \mathbf{DNF}\}$ of categorical propositions. Three squares do hold for every model of $\hat{A}_C$, and the present introduction to partition semantics may be applied to any formula whose logical form betrays a set of dependence relations with other ones.

Bibliography

[1] Chatti, S. & Schang, F. *The Cube, the Square and the Problem of Existential Import.* History and Philosophy of Logic, 34(2), 2013: 101–132.

[2] Demey, L. & Smessaert, H. *Combinatorial Bitstring Semantics for Arbitrary Logical Fragments.* Journal of Philosophical Logic 47/2, 2018: 325–363.

[3] Englebretsen, G. *Opposition.* Notre Dame Journal of Formal Logic 25(1), 1984: 79–85.

[4] Fogelin, R. *Hamilton's Quantification of the Predicate.* The Philosophical Quarterly 26(104), 1976: 217–228.

[5] Horn, L. *A Natural History of Negation.* University of Chicago Press, 1989.

[6] Keynes, J. *Studies and Exercises in Formal Logic.* Jackson Press (1884), Jackson Press, 2007.

[7] Read, S. *Aristotle and Łukasiewicz on Existential Import.* Journal of the American Philosophical Association 1(3), 2015: 535–544.

[8] Sanford, D. *Contraries and subcontraries.* Noûs 2, 1968: 95–96.

Яркие имена и отличительные термы: к вопросу о взаимосвязи *De Re* и *De Dicto*

Шкаброва М. В.
Межрегиональная общественная организация
«Русское общество истории и философии науки»
rojerdeep@gmail.com

Аннотация: В данной статье анализируется возможность сведения *de re* высказываний к выражениям *de dicto* модальностей. В контексте этой задачи возникает вопрос, на каких основаниях осуществимо взаимодействие разнородных выражений, ведь они оперируют разными видами сущностей. На мой взгляд, появляется необходимость философского прояснения. С учетом онтологической упорядоченности, мы выходим за рамки схематического формализма с целью построения многостороннего анализа, включающего исследование контекстуальных особенностей (когнитивное состояние субъекта, интерсубъективность, прагматический аспект языка и т.п.) конкретного выражения или системы высказываний. В качестве примеров мною используются работы Д. Каплана и Э. Сосы, поскольку в них предпринимается попытка раскрыть содержание перехода от того, *о чем* говорится, к тому, *что* говорится.

Ключевые слова: *семантика, пропозициональные установки, контекстуализм, прагматика.*

Vivid names and distinguished terms: to the question about connection between *De Re* and *De Dicto*

Shkabrova M. V.
Interregional Non-Governmental Organization
“Russian Society for History and Philosophy of Science”
rojerdeep@gmail.com

Аннотация: The article analyzes the possibility of reducing *de dicto* statements to expressions of *de re* modality. In the context of this task, appears the question: on what foundation the interaction of expressions is realized, since they operate with different types of entities. In my opinion, philosophical clarification is necessary. Taking into account the ontological ordering, we go beyond the scope of schematic formalism in order to build a multifaceted analysis, including the study of contextual features (cognitive state of the subject, intersubjectivity, pragmatic aspect of language, etc.), taking a specific expression or system of statements. As examples, I use the works of D. Kaplan and E. Sosa, since they attempt to reveal the content of the transition from saying *about* to saying *that*.

Ключевые слова: *semantic, propositional attitudes, contextualism, pragmatic.*

Существует несколько различных теоретических репрезентаций деления на *de dicto* и *de re* модальности высказываний. Однако, все они заключают в себе, ориентируясь на существенные черты, одинаковую суть. В контексте *de dicto* происходит высказывание о пропозиции, в то время как *de re* модальность требует «знакомства» с самой вещью. Иными словами, присутствует различие высказываний «о чем-то» и высказываний «о том, что...».

Согласно Б. Расселу[1], мы можем дифференцировать высказывания следующим образом: объектом одних являются обозначающим фразы, другие предполагают знакомство с вещью. Хотя содержание знакомства можно интерпретировать по-разному (сам Рассел пишет о необходимости непосредственного восприятия вещи), варианты интерпретаций имеют, на мой взгляд, общую черту: результат знакомства – возникновение образа конкретной (единичной) вещи у субъекта высказывания. Однако, можно задаться вопросом: сводимы ли *de re* высказывания, содержащие пропозициональные установки, к аналогичным высказываниям в *de dicto*? То есть, каким образом возможен переход от установки относительно конкретной вещи к выражению более абстрактного порядка с сохранением связи между ними?

Прежде необходимо сказать, что между данными видами высказываний устанавливается внутренняя связь, позволяющая в принципе поставить такой вопрос. Я отталкиваюсь от предположения, согласно которому любой семантике предшествует некоторая онтологическая упорядоченность, базовой единицей которой, к тому же, являются даже не сами вещи (как предметы высказывания), а отношения [2]. Постольку, поскольку при отсутствии объектных связей, язык либо выстраивал бы их абсолютно произвольно, либо, не находя их, не обладал бы способностью выражения. Грубо говоря, языку необходима объектная сетка.

Вопрос характеристики объектов, составляющих такую сетку, открывает очередную проблематику, связанную с формализацией высказываний, предметом которых они являются. С другой стороны, это обстоятельство, как мне кажется, дает нам понять, что субъект-объектная связь вовсе не односторонняя, а может играть конструктивную роль. Здесь имеется ввиду когнитивная деятельность субъекта, в результате которой возникают новые связи и отношения.

Итак, *de dicto* и *de re* имеют, согласно рассуждению выше, общее основание в некотором «пред-тексте». Это дает им возможность различным образом отсылать друг к другу. Например, устанавливать отношение именования. Г. Фреге [7], говоря об именах собственных, отождествляет их со знаками, каждый из которых имеет свои смысл и значение. Также имя связывается с представлением, отсылая к конкретному событию внутренней жизни отдельного индивида и в таком контексте приобретая субъективный оттенок.

В этом же направлении размышляет Д. Каплан [3]. Согласно автору, имя выступает репрезентантом объекта, если оно обозначает его, принадлежит ему (отсылает к причинной, генетической связи события его установления) и обладает достаточным (согласно внутренней позиции субъекта) богатством содержания (sufficiently vivid) (тогда довольно показательно употребление в контексте *de re* демонстративов). Контекстуальные рамки всегда влияют на установление соответствия между тем, о чем говорится, и тем, что говорится. Это, мне кажется, мы можем выражать путем индексирования выражения, индексирования, которое отражало бы некоторые общие формы, задействованные в процессе составления суждения.

Релевантность свойства «обладать достаточно богатым содержанием» ставится под вопрос многими авторами, в том числе сторону критики занимает Э. Соса [4]. Он показывает, что необходимость данного свойства влечет за собой невозможность высказывания, содержащего пропозициональную установку, в отношении будущего. У самого Д. Каплана определение содержательного богатства имени довольно расплывчато, и, судя по всему, оно представляет собой ряд прочно отпечатавшихся в памяти или воображении представлений (когнитивных состояний), отсылающих к денотату еще до того, как субъект успевает в полной мере прояснить установившуюся связь. Мы можем заметить, что достаточным или недостаточным содержательное богатство имени считается согласно внутренней позиции субъекта. Но, пишет Э. Соса, события отдаленного от субъекта будущего не могут дать подобную отчетливость, яркость содержания. Тем не менее, такие высказывания имеют место.

Сам Э. Соса вводит понятие «отличительного терма» (distinguished term), причем его конкретное значение определяется прагматически. Я думаю, можно выразиться следующим образом: отличительный терм прочерчивает границу насыщения предложения значением. Ф. Реканати в одной из своих работ [5] назвал процедуру насыщения первичным прагматическим процессом. Так, термину могут присваиваться отобранные в окружающем его контексте семантические значения, позволяющие, если использовать терминологию У. Куайна [6], перейти от непрозрачного контекста к прозрачному. Хотя нам и придется пожертвовать долей универсальности подхода, поскольку процедура насыщения требует релевантных условий.

Может возникнуть вопрос, чем данное решение принципиально различно с предложенным под авторством Каплана. На мой взгляд, разница в следующем: в случае отличительного терма, мы можем понять, достаточен ли он для выполнения функции обозначения конкретного объекта, исходя из контекста высказывания и его обстоятельств. С определением богатства содержания имени это проблематично, учитывая зависимость его значения от субъективной интенции.

Работа выполнена в рамках проекта «Русского Общества Истории и философии науки», поддержанного грантом РНФ № 21-18-00496 «Семантическая структура пропозициональных установок сознания».

The paper is part of the project of Russian Society for History and Philosophy of Science and is supported by Russian Science Foundation, project 21-18-00496 “The semantic structure of the propositional attitudes of consciousness”.

Литература

[1] Рассел, Б. *Об обозначении* // Избранные труды; вступит. статья В. А. Суворовцева; пер. с англ. В. В. Целишева, В. А. Суворовцева. - Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2009. – 18–32 с.

[2] Степанов, М. *О деавтономии: тезисы после конца истории* // Синтез современности: руины ГАХН и постдисциплинарность; Н. Сазонов, А. Хеннинг. - Москва : Издательство Института Гайдара, 2021. – 99–121 с.

[3] Kaplan, D. *Quantifing In.* Synthese Vol. 19, No. 1/2 (Dec., 1968), pp. 178-214.

[4] Sosa, E. *Propositional Attitudes De Dicto and De Re.* The Journal of Philosophy, Vol. 67, No. 21, Sixty-Seventh Annual Meeting of the American Philosophical Association Eastern Division (Nov. 5, 1970), pp. 883-896

[5] Recanati, F. *Literal Meaning* Cambridge University Press, 2004. – 175 p.

[6] Quine, W. *Quantifiers and propositional attitudes.* The Journal of Philosophy, Vol. 53, No. 5 (Mar. 1, 1956), pp. 177-187.

[7] Фреге, Г. *О смысле и значении.* Логика и логическая семантика: сборник трудов. Пер. с нем. Б. В. Бирюкова под ред. З. А. Кузичевой. – М.: Аспект Пресс, 2000. – 230–247 с.

История логики

«Диалектика» Иоанна Дамаскина, глава 12.

Воробьев В. В.
Русская христианская гуманитарная Академия
voiborov@mail.ru

Аннотация: В работе проведен анализ переводов некоторых логических терминов в «Диалектике» Иоанна Дамаскина на современный русский язык. Показано, что ключевые термины «видовое отличие» и «собственный признак» переведены неверно. Предложены правильные варианты переводов.

Ключевые слова: *Иоанн Дамаскин, Аристотель, Порфирий, предикабилии.*

John Damascene. Dialectics, chapter 12.

Vorobyev V. V.
Russian Christian Academy for Humanities
voiborov@mail.ru

Abstract: The paper analyses contemporary Russia translation of some logical terms used in Dialectics by John Damascene. It is shown that the main terms such as “specific difference” and “property” were translated incorretly. The correct version is offered.

Keywords: *John Damascene, Aristotle, Porphyry, “five terms”.*

Иоанн Дамаскин (ок. 675–ок. 750), один из «отцов» православной церкви, в общем-то, в особом представлении не нуждается. Первая часть его основополагающего труда «Источник знания», традиционно называемая «Диалектика», была хорошо известна у восточных славян и на Руси: первые дошедшие до нас рукописи, содержащие её перевод, относятся еще к XIV в. В Диалектике использованы логические работы Аристотеля («Категории» и «Об истолковании»), Порфирия («Введение к Категориям Аристотеля»), Аммония («Комментарии к Категориям Аристотеля») и некоторых других авторов, на основе которых, Иоанн (без изменений, по его собственным словам) составил этот трактат.

В данной работе мы не будем рассматривать последовательность и взаимовлияние рукописей и анализировать древнеславянские и древнерусские переводы «Диалектики» (см. об этом [3]). Нас интересуют переводы на современный русский язык. Эти работы имеют уже достаточную историю (еще до революции были изданы соответствующие труды А.Бронзова и Н. Сагарды). Однако, с интересующей нас точки зрения (логической) они одинаковы, то есть одинаково неудовлетворительны. И причина этого, в том, что переводившие «Диалектику» ученые, видимо, знали древнегреческий язык (и, наверное, древнерусский), но не знали логики и к тому же не могли знать переводов на русский язык терминологии логических работ вышеупомянутых Аристотеля, Порфирия и Аммония Гермия. Изданный несколько раз в начале XXI века (в 2002, 2006, 2018 г.г.) перевод трактата «Источник знания» основан на этих же дореволюционных работах и содержит (в логической части) те же недостатки.

В статье [2] мы уже отмечали, «что неправильный или неточный перевод ряда важнейших логических терминов приводит к выводу о необходимости существенной переработки имеющихся переводов «Диалектики» Иоанна Дамаскина». В качестве примера рассмотрим начало главы 12, которая (и не только она), на наш взгляд, переведена весьма неточно. В издании 2006 г. первое предложение выглядит так: «Разность (diafora), качество (poiotes) и свойство (idioma) в отношении предмета – нечто единое; в отношении же их действия они различаются» [5, с.30]. В издании 2002 г. почти так же: «Различие, качество и свойство в отношении предмета суть одно; в отношении же действия это разные вещи.» Однако, если мы посмотрим как переводятся на русский язык соответствующие логические термины в работах Аристотеля и Порфирия, то увидим, что “diafora” в «Категориях» переводится как «видовое отличие», а во «Введении к Категориям Аристотеля» – как «различающий признак», “idion” в «Категориях» переводится как «собственное», а в работе Порфирия – «собственный признак», то есть, переводы в «Диалектике» неверны с логической точки зрения. Дополнительный аргумент дает нам перевод другой логической работы Иоанна Дамаскина, небольшого трактата «Введение в основы догматического богословия», изданный в 2002 г. [1]. Здесь те же термины переводятся соответственно: «видовое отличие», «качество» и «особенное свойство», что, на наш взгляд, гораздо ближе к логической аутентичности. Достаточно очевидно почему мы правильно полагаем, что переводить «Диалектику» Иоанна Дамаскина на современный русский язык нужно с использованием современных переводов работ Аристотеля и Порфирия, ведь Иоанн реально составил свое произведение, позаимствовав соответствующие логические тексты у классиков (он об этом прямо говорит, а проблемы плагиата в те времена вообще не было). Работа Аммония Гермия «Комментарии на Категории» на русский язык не переводилась.

Таким образом правильный (с нашей точки зрения) перевод начала главы, где мы даем образцы перевода ключевых терминов (две из пяти предикабилий Порфирия) должен выглядеть так: «Различающий признак (diafora), и качественная определенность (poiotes), и собственный признак (idioma) в отношении предмета суть одно и то же. В отношении действия они различны».

Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта №18–78–10051 «Византийский фактор в формировании русской логической традиции».

Литература

[1] *Введение в основы догматического богословия. Пер. с греч. Д. Чепеля* // Богословский сборник. Вып. 9. М.: ПСТГУ, 2002. С. 124–139.

[2] Воробьев В. В. *«Диалектика» Иоанна Дамаскина: источники и терминология.* //Acta eruditorum. 2019, №30, с. 7–10.

[3] Гаврюшин Н. К. *Диалектика на Руси (XI–XVII в. в.)* // Памятники науки и техники. 1987–1988. М., 1989. С. 202–236.

[4] Иоанн Дамаскин. *Источник знания.* М., 2018

[5] Св. Иоанн Дамаскин. *Источник знания.*СПб., 2006.

Мери Эверест Буль: философия алгебры и логика, которой учит любовь

Гончарко О.
Санкт-Петербург, Национальный исследовательский университет ИТМО
goncharko_oksana@mail.ru

Аннотация: Доклад посвящен вкладу Мери Эверест Буль в создание и развитие алгебры логики как учебной дисциплины, которой можно обучать в любом возрасте, начиная с самого раннего детства. Описание и оценка педагогических идей Мери Буль осуществляются в докладе на основе двух ее работ по логике, которые она адаптирует для детей дошкольного возраста: «Философия и восторг алгебры» и «Логика, которой учит Любовь».

Ключевые слова: *алгебра логики, философия логики, преподавание логики, философия образования, Мери Эверест Буль, Джордж Буль*

Mary Everest Boole: philosophy of algebra and logic taught by love

Goncharko O.
St. Petersburg, National Research University ITMO
goncharko_oksana@mail.ru

Abstract: The talk is devoted to the contribution of Mary Everest Boole to the creation and development of algebra as an academic discipline that can be taught at any age, starting from early childhood. The description of Mary Boole's pedagogical ideas and ideals is carried out on the basis of two of her works on logic, which she adapts for preschool children: "Philosophy and Fun of Algebra" and "Logic Taught by Love".

Keywords: *algebra, philosophy of logic, teaching of logic, philosophy of education, Mary Everest Boole, George Boole*

Мери Эверест Буль (Mary Everest Boole, 1832–1916), математик-самоучка, издатель и популяризатор логических и математических трудов Джорджа Буля (George Boole, 1815–1864), автор книг «Логика арифметики» [1], «Символические методы исследования» [2] и «Математическая психология» [3], написала и опубликовала в том числе две книги по логике для детей «Философия и восторг алгебры» [4] и «Логика, которой учит Любовь» [5]. Мери Буль изучала математику частным образом с детства, задолго до того, как познакомилась с Джорджем Булем (отец Мэри Томас Эверест нанял ей персонального учителя математики после того, как забрал ее из католического колледжа). Интересно, что манера преподавания математики у ее учителя была сократической – он не читал лекций, а обучал исключительно в формате вопросов и ответов, что потом оказало большое влияние как на стиль преподавания самой Мэри Эверест Буль, так и на преподавательскую манеру Джорджа Буля (супруги впоследствии полагали, что преподавание математики не должно сводиться к изучению уже открытых или доказанных математических истин, но должно проходить в формате их постепенного самостоятельного открытия учениками, тогда как учитель лишь только подводит их к этим открытиям). Познакомившись с Джоджем Булем, Мэри Эверест продолжает свои занятия математикой уже под его руководством. В книге «Философия и востор алгебры» Мэри Буль на основе запоминающихся и иногда смешных и забаных исторических иллюстраций и лирических отступлений рассуждает о том, что алгебре можно обучать детей, начиная с десятимесячного возраста и показывает, какие логические операции и интеллектуальные ходы способен сделать младенец в этом возрасте. Юмор и ирония в целом являются педагогическим стилем Мэри Буль (“it is good for you to laugh: it makes you grow strong, and gives you the habit of understanding jokes, and not being made miserable by them” [4]). При этом несмотря на стиль и общую адаптацию текста для детей дошкольного возраста Мари Буль раскрывает почти все необходимые для знакомства с алгеброй темы: 1) переход от арифметики к алгебре; 2) понятие математической достоверности; 3) тестирование гипотез; 4) прямые и косвенные доказательства; 5) некоторые сюжеты из истории алгебры и логики, в том числе от самых первых «алгебр» (например, “the First Hebrew Algebra”[4] или “the Indian Algebra before the Arabs” [4, 3]).

Мэри Буль на страницах книги дает собственные определения арифметики [4, 2], логики [4, 1] и алгебры [4, 2]. В забавной игровой форме Мэри Буль объясняет детям методологию сведения к абсурду [4, 6, 7], частичные решения и удаление сложности [4, 8], а также показывает детям, какие уже привычные им интеллектуальные ходы и приемы являются по сути алгебраическими [4, 10].

Универсализируя алгебраические способы мышления и перенося их на мышление вообще, Мэри Буль выстраивает не только уникальную педагогику алгебры, но и своеобразную алгебру педагогики: «But I want you to notice that “Hold your tongue, or get out of my classroom,” is not the same thing as “My hypothesis is right, and yours ought not to be tried anywhere”» [4, 9].

Хочется отдельно отметить, что подобный педагогический подход может быть интересен не только преподающим алгебру в рамках экспериментальных программ младшей школы, но и ученым, профессионально занимающимся алгеброй, в связи с философской и зачастую нестандартной формой подачи материала, предполагающей рефлексию в том числе над философскими вопросами алгебры, ее пониманием и ее развитием: история рабочей гипотезы (the story of a working hypothesis) [4, 23–26]; «ошибка Макбета и лестница Иакова» как аглебраические назидания [4, 26–29]; пределы педагогической функции учителя (the limits of the teacher’s function) [4, 19–21].

В такой же стилистике и логике написана и вторая книга по логике для детей «Логика, которой учит Любовь» [5]. Помимо указаных выше специфических характеристик подхода Мери Буль к изложению новых разделов математических наук из современной ей математики, можно выделить также характерные именно для этой книги стилевые особенности: философизация логики через понятие греческого логоса, «алгебраическое» понимание религиозных метафор, а также изложение научных открытий или философских идей ее современников (Бэббиджа, Буля, Грэтри) [5, Ch. 6–9].

Свои педагогические идеи о раннем начале изучения алгебры Мэри Буль тестирует на практике не только с учениками, но и с детьми. У Мэри Буль и Джорджа Буля было пять дочерей: Маргарет, Мэри, Алисия, Люси и Этель Лилиан. Педагогические разработки Мери Буль были настолько успешны, что стали основой научных и литературных успехов их дочерей и внуков. Алисия Буль Стотт (Alicia Boole Stott, 1860–1940) также занималась математикой (четырехмерной геометрией) и ввела в научный оборот термин «политоп». Не будучи никогда аффилированной ни в какой академической организации, она тем не менее получила степень почетного доктора Гронингенского Университета. Алисии принадлежат два важных открытия в области конструкций многогранников, относящихся к золотому сечению [10]. Люси Эверест Буль (Lucy Everest Boole, 1862–1905) посвятила себя химии и фармацевтике и стала первой женщиной-профессором в Лондонской школе медицины для женщин (London School of Medicine for Women in the Royal Free Hospital), и первой женщиной, которую приняли в Королевский химический институт (Royal Institute of Chemistry) [11]. Этель Лилиан Буль (Ethel Lilian Voynich, 1864–1960), вышла замуж за польского революционера Вилфрида Михаила Войнича и стала известной писательницей. Мэри Эллен Буль (Mary Ellen Boole) вышла замуж за известного математика Чарльза Хилтона (Charles Hilton, 1838–1883). А Маргарет Буль (Margaret Boole, 1858–1935) стала матерью другого известного математика – Джеффри Тэйлора (Geoffrey Ingram Taylor, 1886–1975).

В собрании сочинений Джорджа Буля [9] несколько томов принадлежат Мэри Буль.

Исследования проводятся в рамках проекта РФФИ №20-011-00885 «Гендерная ревизия истории философии».

Литература

[1] Boole, M.*Lectures on the Logic of Arithmetic.*Oxford: Clarendon Press. 1903.

[2] Boole, M. *Symbolical Methods of Study*K. Paul, Trench & co. 1884.

[3] Boole, M. *Mathematical Psychology of Gratry and Boole.*London: Swan Sonnenschein & Co. 1897.

[4] Boole, M. *Philosophy and Fun of Algebra.* London: C. W. Daniel. 1909.

[5] Boole, M. *Logic Taught by Love.*London: C. W. Daniel. 1905.

[6] Petrilli, Susan. *Three women in semiotics: Welby, Boole, Langer.* Semiotica (182): 327. 2010.

[7] Kennedy, Gerry. *The Booles and the Hintons.* Atrium Press. 2016.

[8] Valente, K. G. *Giving Wings to Logic: Mary Everest Boole's Propagation and Fulfilment of a Legacy.* British Journal for the History of Science. 43 (1): 49–74. 2010.

[9] Boole, M. *A Boolean Anthology: Selected Writings of Mary Boole—On Mathematical Education (Compiled by D.G. Tahta). Association of Teachers of Mathematics.* 1972.

[10] Boole Stott, Alicia. *Geometrical deduction of semiregular from regular polytopes and space fillings.* Verhandelingen Natuurkunde. Eerste Sectie, deel 11. Nummer 1: 1–24. 1910.

[11] Rayner-Canham, M. *Chemistry was Their Life.* London: Imperial College Press. 2008. P. 158–159.

Логика дизайна и истинная индукция Фрэнсиса Бэкона

Драгалина-Черная Е. Г., Лисанюк Е. Н.
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
Санкт-Петербургский государственный университет
edragalina@hse.ru
elenalisanyuk@yandex.ru

Аннотация: Спустя 400 лет после публикации в 1620 году «Нового Органона» Ф. Бэкона и 460 лет со дня его рождения мы предлагаем поверить его утверждению о том, что выдвигая истинную индукцию в качестве Нового Органона новой науки, он создает новую логику, которая, обращаясь к ограничениям в исследовании природы, свойственным неидеальным познающим субъектам, предстает как технология последовательных операций с абстракциями, предвосхищающая когнитивный поворот в современной логике.

Ключевые слова: *Бэкон, истинная индукция, логика открытия, логика дизайна, уровни абстракции, когнитивный агент.*

Logic of design and F. Bacon's true induction

Elena G. Dragalina-Chernaya
Elena N. Lisanyuk
National Research University Higher School of Economics
St Petersburg State University
edragalina@hse.ru
elenalisanyuk@yandex.ru

Abstract: 400 years after the publication of F. Bacon's 'Novum Organum' in 1620 and 460 years from his birth, we propose to take seriously his claim that by the true induction as the New Method for the new science, he creates a new logic, which, referring to limitations in the study of nature, inherent in the imperfect cognitive subjects, appears as an technology of sequential operations with abstractions in the spirit of the cognitive turn in the contemporary logic.

Keywords: *Bacon, true induction, logic of discovery, logic of design, levels of abstraction, cognitive agent.*

Когнитивный поворот в современной логике связан с ее истолкованием как когнитивной технологии научного исследования, проводимого рациональными, но ограниченными в ресурсах агентами, объединёнными общей исследовательской задачей и нацеленными на определенный результат. Логика как когнитивная технология снабжает научные практики набором инструментов, функция которых не сводится к кодификации и систематизации результатов этих практик, полученных неким независимым образом.

Напротив, дизайнер логической системы проектирует ее функции, ориентируясь на доступные ресурсы в достижении цели научного исследования. Неслучайно центральным в логике концептуального дизайна, развивающейся в рамках конструкционистской философии логики (см. [1, 2, 3]), становится понятие уровня абстракции, которое фиксирует, во-первых, то, какие различия в области исследования могут быть проведены и, во-вторых, какие выводы при данных дифференциациях могут быть получены. Информация, доступная для формального извлечения следствий, возникает именно в силу тех концептуальных различений, которые могут быть проведены на данном уровне абстракции.

Уже в работах 60-х – 70-х годов Елены Дмитриевны и Владимира Александровича Смирновых можно обнаружить предвосхищение ключевых идей логики концептуального дизайна. «Не всякое теоретическое, необходимое знание является аналитическим, – отмечает в 1962 году Е. Д. Смирнова. – Аналитический характер имеет такое теоретическое знание, которое закреплено, фиксировано в системе» [4, с. 171]. Специфика логической информации определяется тем, что она «фиксирована в системе», то есть одновременно с заданием системы моделей на определенном уровне абстракции. Как замечает В. А. Смирнов, критикуя в 1963 году принцип толерантности Карнапа, «вопрос о степени точности модели включает в себя элемент выбора, определяемого практической установкой. Достаточна ли данная степень точности – это решается для различных ситуаций различно» [5, с. 351] . Как пишет В. А. Смирнов в совместной с П. В. Таванцом работе 1974 года «О взаимоотношении символической логики и философии», «принятие того или иного языка, той или иной логики вынуждает нас делать определенные допущения о познаваемых объектах. Одна из задач философии и состоит в том, чтобы установить связь между принимаемыми средствами выражения и рассуждения, с одной стороны, и допущениями об объектах исследования, с другой... Конструирование искусственных языков и выяснение содержащихся в них онтологических допущений являются хорошим средством изучения проблем онтологии» [6, с. 26].

Переход между уровнями абстракциями служит оптимизации баланса между когнитивной целью и когнитивными ресурсами, а также внутри системы когнитивных ресурсов, прежде всего, между дедуктивным аппаратом системы и допустимой интерпретацией заданных ею параметров. Включая логику как условие возможности знания в контекст становления научного знания как системы, логика концептуального дизайна ориентирована, на наш взгляд, на решение той же задачи последовательного восхождения по уровням абстракции, которую ставил перед своей истинной индукцией Бэкон: «восходить по истинной лестнице, по непрерывным, а не прерывающимся ступеням – от частностей к меньшим аксиомам и затем к средним, одна выше другой, и, наконец, к самым общим» [7, с. 61].

Бэкон выделял три вида аксиом: наиболее абстрактные высшие, низшие, едва ли отличимые от «голого опыта»; и средние, от которых «зависят человеческие дела и судьбы», предназначенные для того, чтобы не допустить в высших аксиомах «смутных понятий», подрывающих все здание науки [7, с. 62]. Он отвергал принцип непосредственного усмотрения умом самоочевидных положений о природе вещей – высших аксиом, потому что «только богу (подателю и творцу форм) или, может быть, ангелам и высшим гениям свойственно немедленно познавать формы в положительных суждениях при первом же их созерцании. Но это, конечно, выше человека, которому только и дозволено следовать сначала через отрицательное и в последнюю очередь достигать положительного после всякого рода исключения» [7, с. 109]. Ограниченность интеллектуальных ресурсов познающего субъекта подрывает фундамент дедуктивного доказательства, в котором «остается та возможность ошибки, что силлогизм состоит из предложений, предложения из слов, а слова — это символы и знаки понятий. Поэтому если понятия разума (которые составляют как бы душу слов и основу всех такого рода схем и построений) дурно и опрометчиво отвлечены от вещей, смутны и недостаточно определены и очерчены, короче, если они порочны во многих отношениях, то все рушится» [8, с. 71]. Средние аксиомы, оперирующие на другом уровне абстракции, нежели дедукции при помощи высших аксиом, необходимы для обнаружения и устранения подобных дефектов в дедуктивных построениях.

В логике Бэкон видел науку о мышлении, включающую набор протоколов интеллектуальной коммуникации познающего субъекта с тремя адресатамиЁ– с собой, другими людьми и природой. В силу различия адресатов логика Бэкона «исходит не только из природы ума, но из природы вещей» [7, с. 212] и предлагает разные технологии: истинную индукцию – для извлечения истины путем истолкования природы, а демонстративное доказательство – для научных дискуссий с другими. По Бэкону, логика состоит из четырех искусств: исследования, или открытия, при помощи которого «человек либо находит то, что искал»; оценки, или суждения, посредством которого он «выносит суждение о том, что нашел»; «сохранения», или памяти; и высказывания, или сообщения, предназначенное передать «другим то, что запомнил» [9, с. 279]. Фундаментом логики является искусство открытия, без которого суждению, памяти и высказыванию не на что опереться, однако оно до сих пор не было создано, в отличие от разработанных ранее остальных трех частей. В искусстве открытия имеется две части: эмпирическая «охота Пана», охватывающая случайные опыты наблюдений, и рациональное истолкование природы, или Новый Органон, прокладывающий путь от экспериментов к аксиомам или от аксиом к экспериментам. Истинная индукция — это когнитивная технология Нового Органона, нацеленная на то, чтобы обеспечить извлечение и уточнение понятий о формах (природах), абстрагированных от реальных вещей.

Аристотель, предложивший понятие индукции, или наведения, считал ее вероятностным обобщением, помогающим отыскать средний термин силлогизма, и служащим одним из двух способов убеждения, наряду с демонстративным силлогизмом, используемым для доказательства, которое Бэкон относит к четвертой части логики – к искусству обсуждения с другими. В отличие от Аристотеля, сводившего знание к аподиктическим истинам, Бэкон наряду с ними приветствует вероятные истины и нацеливает истинную индукцию на повышение степени их вероятности, что Аристотель счел бы смешением знания и мнения. В отличие от известных из современных учебников логики правил индуктивных умозаключений, устанавливающих причинные связи, индукция Бэкона выступает технологией, посредством которой познающий субъект допытывается у природы об истине, словно инквизитор, допрашивающий подозреваемого, в том числе при помощи пыток. Алгоритмы допытывания Бэкон излагает во второй части «Нового Органона»: после изгнания идолов разум начинает с извлечения низших аксиом, составляя журналы наблюдений за природами вещей – таблицы присутствия, отсутствия и степени, затем обращается к индукции для выведения средних аксиом из низших на основе двадцати семи видов «преимущественных примеров». Вслед за этим разум уточняет и пересматривает средние аксиомы посредством восьми других способов обработки и проверки полученных данных, включая решающие, или критические эксперименты, после чего ему открывается возможность перейти к «восходящей и нисходящей лестнице аксиом» [7, с. 119].

Бэкон отводил вспомогательную роль журналам наблюдений, фиксирующим эмпирические данные для извлечения низших аксиом, с которыми связана традиция понимать его индукцию как метод экспериментального познания. Истинная индукция создает правильные абстракции соответствующего уровня при помощи постепенного «выведения аксиом из ощущений и частностей» [7, с. 15], она организует интеллектуальные усилия по извлечению общих форм из наблюдаемых явлений и контроль за умозрительным их исследованием, в том числе методом проб и ошибок, и выступает технологией экспериментирования для уточнения и пересмотра данных в обновляемых протоколах – журналах наблюдений. Эффективность истинной индукции Бэкона заключается не в анализе логических форм вероятностных умозаключений, а в конфигурировании дизайна исследования, способного генерировать и тестировать определенные логические формы с учетом ограниченных интеллектуальных ресурсов познающего субъекта, снабжая его «пригодными способами для обращения к природе вещей», устраняя произвольные абстракции и смутные понятия на его пути «в переходах от аксиом к экспериментам и обратно» [9, с. 285]. Это подразумевает, что, обнаружив свою неэффективность в формулировании средних или высших аксиом на одном из этапов допытывания, истинная индукция модифицирует и снова испытывает концептуальный дизайн дальнейшего исследования.

Таким образом, Бэкон предлагает истинную индукцию в качестве интеллектуальной технологии устранения смутных понятий в средних аксиомах, в которых он видел основное препятствие на пути познания, подрывающее аристотелевскую логику. Опираясь на истинную индукцию, человеческий разум избегает «предвосхищения природы» и порождения «произвольных абстракций» на пути к знаниям о подлинных формах вещей [7, с. 80], а сама бэконовская индукция предстает технологией последовательных операций с абстракциями в духе когнитивного поворота в современной логике.

Исследование Е. Г. Драгалиной-Черной осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.
Исследование Е. Н. Лисанюк поддержано РНФ, проект №20-18-00158 «Формальная философия аргументации и комплексная методология поиска и отбора решений спора».

Литература

[1] Allo P.*A Constructionist Philosophy of Logic* // Minds and Machines. 2017. Vol. 27. P. 545–564.

[2] Floridi L. *The Logic of Design as a Conceptual Logic of Information.* // Minds and Machines. 2017. Vol. 28. P. 495–519.

[3] Floridi L. *The Logic of Information: A Theory of Philosophy as Conceptual Design.* Oxford University Press, 2019.

[4] Смирнова Е. Д. *К проблеме аналитического и синтетического* // Вопросы философии, 2017, №9, с. 171–174.

[5] Смирнов В. А. *О достоинствах и ошибках одной логико-философской концепции» (критические заметки по поводу теории языковых каркасов Р. Карнапа)*// Логико-философские труды В. А. Смирнова. М.: Эдиториал УРСС, 2001, с. 345–355.

[6] Смирнов В. А., Таванец П.В. *О взаимоотношении символической логики и философии.* // Философия в современном мире. Философия и логика. М.: Наука, 1974, с. 5–34

[7] Бэкон Ф. *Новый Органон.* // Бэкон Ф. Соч. в 2-х тт. Т 2. М.: Мысль, 1978. С. 5–214.

[8] Бэкон Ф. *Великое восстановление наук.* // Бэкон Ф. Соч. в 2-х тт. Т 1. М.: Мысль, 1977. С. 55–80.

[9] Бэкон Ф. *О достоинстве и приумножении наук.* // Бэкон Ф. Соч. в 2-х тт. Т 1. М.: Мысль, 1977. С. 81–524.

Классическая и неклассическая трактовки онтологии возможного

Жаров С. Н.
Воронежский государственный университет
zharov_sn@mail.ru

Аннотация: понятие «сущего в возможности» введено Аристотелем и без существенных изменений используется в современной физике. Однако оно содержит противоречия, не вполне осознанные современной методологией. Это накладывает неизгладимую печать на попытки онтологической интерпретации квантовой физики.

Ключевые слова: *сущее в возможности, определенность, субстрат, Аристотель, квантовая физика.*

Abstract: The concept 'thing in possibility' is entered by Aristotle and without essential changes is used in the modern physics. However it contains the contradictions which have been not quite realised by modern methodology. It sets the nonerasable seal on attempts ontological interpretation of quantum physics.

Keywords: *thing in possibility, definiteness, substratum Aristotle, quantum physics.*

Бывают общие категории, столь прочно укоренившиеся в научной рациональности, что попытка заново осмыслить их онтологический статус выглядит не вполне уместной претензией. Ведь классическое – значит давно продуманное и эффективно используемое. Однако развитие науки обнажает скрытые пробелы и парадоксы старых трактовок. Это относится и к идущему от Аристотеля понятию *сущего в возможности* – ὄν δυνάμει.

Наука Нового времени заблокировала применение ряда аристотелевских понятий. Прежде всего это относилось к целевым причинам, выступающим завершением причинно-следственных цепочек. Входя в физическое объяснение, «конечные причины», по словам Ф. Бэкона, «производят там страшные разорения и опустошения» [1, с. 230]. Но отторжение аристотелевской онтологии не дискредитировало категорию возможности, которая вошла в научную рациональность, а с возникновением неклассической физики стала неизбежным претендентом на онтологический статус. В квантовой механике, говоря словами Гейзенберга, «...не сами фактические явления, но возможности явлений – 'Potentia'...подчинены строгим законам природы» [2, с. 168]. В отечественной литературе роль понятия возможности в квантовой физике была ярко акцентирована В. А. Фоком [3].

Давно известны (и пока не преодолены!) трудности, связанные с онтологической интерпретацией квантовомеханического описания. Эти трудности, как правило, не увязываются с внутренней логикой понятия возможности. Речь обычно идет лишь о том, как трактовать эту возможность:

только в информационном плане, или онтологически, как описание бытия в возможности. При этом все парадоксы связываются со спецификой квантовой физики. Однако на самом деле все не так просто. Ключевые проблемы здесь во многом запрограммированы аристотелевским пониманием возможности, которое продолжает использоваться в современной науке. Чтобы показать это, проанализируем понятие возможности у Аристотеля. Именно Аристотель впервые придает «возможному» онтологический статус *теоретически мыслимого сущего* (это подчеркивается в классической работе Брентано [4, с. 6, 56]).

Перед обсуждением аристотелевской «возможности» стоит сделать примечание, которое позволит избежать путаницы в трактовке аристотелевских терминов. Стагирит нередко использует термины «материя» и «субстрат» как синонимы [5, с. 70]. Но в ряде контекстов это различие раскрывается достаточно четко [5, с. 224]. Оставляя в стороне подчас встречающуюся у Аристотеля терминологическую непоследовательность, указанное различие можно выразить следующим образом. Термин «материя» акцентирует возможность того, что еще не осуществилось, а «субстрат» указывает, что эта возможность содержится в чем-то таком, что само по себе обладает некой определенностью. Причем субстрат *сам по себе* не имеет сил к осуществлению возможного: «...не сам же субстрат вызывает собственную перемену...» [5, с. 72].

Анализ «Метафизики» показывает, что определенность, которую имеет аристотелевское *сущее в возможности*, имеет двоякий смысл. Это связано с тем, что оно позволяет увидеть себя в двух различных перспективах. Возьмем простейший пример: «дерево есть ящик в возможности» [5, с. 243]. Можно акцентировать внимание на *субстрате* (дереве), в котором содержится еще не реализованная форма ящика, или на *ящике* – сущем, которое отсутствует как действительность, но содержится в дереве как возможность (δύναμις). Здесь сразу же высвечивается ряд онтологических несостыковок.

«Ящик в возможности» – это дерево. Вне своего осуществления *сущее в возможности* (ящик) действенно там, где оно выступает не как это сущее, а как *субстрат* (дерево). А там, где *сущее в возможности* берется как именно это сущее (ящик), оно не имеет собственной действенности. Если мы обращаемся к нереализованному возможному как к *сущему*, мы имеем умопостигаемую определенность. А если мы ищем наличную определенность, то видим субстрат, который скрывает в себе определенность будущего ящика.

Иначе говоря, там, где возможное сущее рассматривается в своих собственных определениях, оно бездейственно и умозрительно. А будучи рассмотрено в аспекте действенности (у Аристотеля действенность и действительность выражаются одним термином – ἐνέργεια), бытие возможного сущего предстает как нечто *иное* (субстрат). Получается, что «сущее в возможности» выразимо лишь в несобственных онтологических характеристиках.

Правда, аристотелевская *дюнамис* имеет значение не только *возможности*, но и *способности*. Может быть, во втором значении мы увидим *дюнамис* в его действенности? Однако здесь мы сталкиваемся с теми же проблемами. «Способностью, или возможностью... называется... начало движения или изменения вещи, находящееся в ином или в ней самой, поскольку она иное; например, строительное искусство есть способность, которая не находится в том, что строится; врачебное же искусство, будучи способностью, может находиться в том, кто лечится, но не поскольку он есть тот, кто лечится» [5, с. 162]. *Моя* способность является началом движения постольку, поскольку она исходит из меня как из *иного*. Т. е., если речь идет об осуществлении возможного, то действенное всегда находится в ином.

Тут, правда, вспоминается аристотелевский тезис, который, на первый взгляд, дискредитирует приведенную выше аргументацию: «...существующее по природе имеет в самом себе начало движения и покоя» [6, с. 82]. Однако все становится на свои места, если учесть следующее. Возможность обретает онтологический статус лишь в присутствии действительности, инициирующей ее реализацию. «...среди несуществующего что-то есть в возможности; но оно не есть, потому что оно не есть в действительности» [5, с. 238]. *Дюнамис*, по замечанию Т. В. Васильевой, есть «как бы дремлющая сила, пробуждение преобразует ее в движение, или энергию...» [7, с. 149]. Но фактором, пробуждающим эту силу и обеспечивающим ее осуществление, в конечном итоге выступает действительность, в которой нет ничего возможного, – аристотелевский бог, неподвижный перводвигатель, который «движет так предмет желания» [5, с. 309]. Иначе говоря, «возможность» лишена собственной действенности.

Итак, *сущее в возможности* не имеет онтологического выражения в собственных терминах. У Аристотеля это не приводит к разрывам в описании. Субстрат, скрывающий в себе *возможную форму*, описывается тем же способом, что и *осуществленность этой формы*: мрамор, выступающий как статуя в возможности, становится «плотью» статуи. Разговор о способе, каким *возможное сущее* содержится в субстрате, замещается указанием, что этот субстрат есть «плоть» будущего сущего. Однако подобный подход не работает в квантовой физике. Здесь сфера существования возможностей и результат их актуализации описываются разными способами. Далее, совершенно непонятен характер субстрата, в котором спрятаны квантовые возможности – он ускользает от предметного выражения [8], а без него, если исходить из аристотелевской логики возможного, «возможное» становится онтологическим фантомом.

Есть еще одна деталь, отдаляющая аристотелевскую логику возможного от квантовой физики. Аристотель представляет движение как переход возможности в действительность. При таком подходе нельзя описать *эволюцию возможного* без переходов его в действительность. А именно такая эволюция составляет особенность квантовомеханического описания. Мы описываем квантовый процесс (например, прохождение частицы через потенциальный барьер) в терминах эволюции возможностей без их актуализации. Актуализация одной из этих возможностей – это уже совершенно иной процесс, именуемый измерением и сопровождающийся скачкообразным измерением волновой функции.

Налицо не до конца отрефлектированная ситуация. Мы используем понятие *возможного сущего*, не вполне осознавая таящиеся в нем парадоксы и пределы его применимости. Выяснение этих пределов позволит разобраться не только в понятии возможности, но и в онтологической интерпретации квантовой механики.

Литература

[1] Бэкон Ф.*Соч.: в 2 т. 2-е изд.* исп. и доп. М.: Мысль, 1977. Т. 1. 567 с.

[2] Гейзенберг В. *Открытие Планка и основные философские проблемы атомной теории* Успехи физич. наук. 1958. Т. LXVI, вып. 2. С. 163–175.

[3] Фок В. А. *Квантовая физика и философские проблемы* Структура и формы материи. М.: Наука, 1967. С. 161–192.

[4] Брентано Ф. *О многозначности сущего по Аристотелю.* СПб.: Высшая религ.-филос. школа, 2012. LXIV+247 с.

[5] Аристотель *Метафизика* Аристотель. Соч.: в 4 т. М.: Мысль, 1975. Т. 1. С. 63–367.

[6] Аристотель *Физика* Аристотель. Соч.: в 4 т. М.: Мысль, 1981. Т. 3. С. 59–262.

[7] Васильева Т. В. *Афинская школа философии. Философский язык Платона и Аристотеля.* М.: Наука, 1985. 161 с.

[8] Жаров С. Н. *Категория возможного в логике научной теории: Аристотель и современность* Одиннадцатые Смирновские чтения по логике. Материалы международной научной конференции 19–21 июня 2019 г., Москва. М.: МГУ; Ин-т философии РАН, 2019. С. 145–146.

Взгляд на природу логики в лекционном наследии Канта

Круглов А. Н.
Москва, РГГУ, философский факультет
akrouglov@mail.ru

Аннотация: В докладе показаны особенности понимания природы логики Кантом в его лекционном наследии по логике по сравнению с печатными произведениями, и в первую очередь – с «Критикой чистого разума».

Ключевые слова: *Кант, критический метод, органон, доктрина, искусство открытия*

The Nature of Logic from the Perspective of Kant's Lecture Heritage

Krouglov A.
Moscow, RSUH, philosophical department
akrouglov@mail.ru

Abstract: The paper introduces the peculiarities of logic understanding in Kant's lectures on logic. I compare Kant's lecture heritage with his printed works, primarily his "Critique of Pure Reason".

Keywords: *Kant, critical method, organon, doctrine, the art of discovery*

Кантовское понимание логики обычно рассматривается сквозь призму «Критики чистого разума» и кантовского нововведения в ней – трансцендентальной логики. Кант проводит разделение между логикой общего применения (начальной логикой) и логикой частного применения (органоном той или иной науки). В свою очередь, общая логика бывает чистой, без примеси чего-либо эмпирического, и прикладной. В случае общей чистой логики речь идет о такой науке, которая имеет дело с априорными принципами, и такая логика является каноном. Общая прикладная логика, напротив, зависит от эмпирических условий, не является каноном рассудка, органоном наук, а есть только очищение обыденного рассудка. Изобретенная Кантом трансцендентальная логика определяла происхождение, объем и объективную значимость априорных знаний и подразделялась на аналитику как логику истины и диалектику как логику видимости.

Между тем, взгляд на логику и основные ее подразделения сформировался у Канта еще до «Критики чистого разума» в ходе многолетнего чтения курсов логики, конспекты которых разной степени подробности, качества и времени сохранились до наших дней, хотя они довольно редко – если не считать «Логики» под ред. Г. Б. Йеше – попадают в поле зрения отечественных исследователей. Ряд хорошо известных по первой «Критике» противопоставлений относительно логики выглядит в лекциях несколько иначе.

Кант отказывается рассматривать в лекциях противоположность между “Vernunftlehre” и “Logik”, утверждая их синонимию. От имевшихся еще у Хр. Томазия теологических и антропологических следствий этого различения у Канта уже ничего не остается. Кант противопоставляет логику как «науку об объективных правилах правильного применения разума» метафизике как «науке об объективных правилах правильного применения чистого разума». Психология же, под которой в те времена имелась в виду не самостоятельная научная дисциплина как ныне, а часть метафизики, истолковывалась как «наука о субъективных правилах нашего познания и других силах нашей души» [1, 18]. Отличие между эмпирической психологией и выросшей из нее у Канта антропологии от логики состоит в том, что первые исследуют, каким образом рассудок мыслит и как происходит этот процесс, в силу чего их положения носят случайный характер, в то время как логика занята тем, как должен мыслить рассудок, а это уже носит необходимый и априорный характер.

Логику Кант совершенно однозначно считает наукой, но включает в нее не естественную, а только искусственную логику: логика «есть наука управления способностью познания в познавании истины [...]. Есть наука о правильном применении разума. [...] По определению наука [...]. Следовательно, не может быть названа естественной логикой. Следовательно, не существует никакой логики в собственном смысле, а только в ученом познании» [1, 8]. Иногда Кант ставит в логике акцент на рассудке, иногда – на разуме: «Не здравый разум опирается на логику, а последняя служит ему как (вытекает из него как) грамматика для улучшения. Логика является наукой о том, каким образом следует использовать свой разум» [1, 14]. В то же время, логика – это «наука о правилах рассудка» [1, 18]. Четкая граница прослеживается в лекциях у Канта – в отличие от «Критики чистого разума» и ее классических дефиниций – далеко не всегда.

Для понимания логики как науки важную роль у Канта играет противопоставление критики и доктрины. Если критика является «наукой о правилах обыденного рассудка», то доктрина – «наукой о применении рассудка в науках». В соответствии с этим «логика здравого разума: критика, ученого: доктрина» [1, 18]. Критика есть искусство оценивания в соответствии с субъективными или объективными принципами. Но только доктрина, или наука о правилах ученого применения разума, является логикой в собственном смысле слова. Отличительной чертой доктрины, или учения, оказывается по Канту то, что она может a priori познавать и демонстрировать правила. В этом случае правила должны предшествовать оценке.

Критика соотносится с очищающим средством, а доктрина – с органоном. Первое выполняет полезную функцию, подобно грамматике в языке, и в этом смысле Кант сравнивает критику с дисциплиной, но не в смысле обозначения той или иной науки, а в смысле запрета и устранения ошибочного. Органон же должен следовать за очищающим средством, и в смысле учения о методе он еще неполноценен и не закончен. Но этот же органон Кант называет «логикой о правилах и пределах здравого разума» [1, 16]. Появившаяся в качестве синонима очищающего средства дисциплина специально противопоставляется Кантом доктрине. Искусственное употребление рассудка, т.е. в соответствии с предписаниями, может быть как дисциплиной, так и доктриной. Первая является негативной и предохраняет нас от ошибок, а вторая позитивна и нацелена на обретение знания. Но обретение знания связано с априорными принципами: «Науку a priori называют доктриной, а не дисциплиной» [1, 36].

Логика понимается Кантом как канон или аналитика либо как органон или диалектика. В отношении последней он подчеркивает, что она является учением о рассудке лишь по форме, а не по содержанию, а потому не может излагаться всеобщим образом. Хотя общая логика начинается с аналитики, имеющей дело с обыденным рассудком, а аналитика может дать нам канон, не всякая аналитика автоматически становится каноном – для этого предметом аналитики должны быть сущностные элементарные действия рассудка и разума. Логике как подлинному органону предшествует не просто аналитика наук, а критика наук.

«Искусство» и «наука» для Канта – это не взаимоисключающие характеристики логики: исходя в базовом смысле из понимания логики как науки, Кант тем не менее в другом отношении готов называть ее и искусством. Латинская пометка Канта в его учебнике Г. Ф. Майера гласит: “Logica est ars cogitandi generalis” [1, 42]. Эта формулировка в духе логики Пор-Рояля свидетельствует в пользу логики как искусства. Однако все тот же Кант записывает: «Критическое искусство или наука; последняя есть доктрина, не искусство» [1, 45].

Кант утверждает, что логика содержит правила рассудка, а принципы логики суть a priori: «Следовательно, это философия и наука» [1, 19]. Таким образом, логика – это философия о всеобщих законах правильного употребления рассудка и разума. Но в отличие от таких современников, как, например, И. Г. Дарьес, Кант оспаривает понимание логики как искусства открытия: она является каноном суждения и оценивания, но никак не «инструментом открытия. Она учит приводить в согласие познание не с объектом, а с всеобщими законами мышления вообще. Только чтобы рассудок совпадал с самим собой и со своими всеобщими правилами. Она не является органоном. Посредством нее мы не в состоянии открывать познания по их содержанию, поскольку происходит абстрагирование от всякой материи, т.е. от объектов. Посредством одной лишь грамматики нельзя выучить никакого языка» [1, 46].

Наконец, только в лекциях, но не в печатных работах, Кант формулирует свое понимание критического метода, который венчает у него ряд, включающий в себя догматический, полемический и скептический методы.

В «Венской логике» Кант проясняет задачи критического метода следующим образом: после того как применение догматического и скептического метода заводит нас в тупик, приходит очередь применять как раз критический метод, «т.е. я исследую источники догматического и скептического метода, и тогда я начинаю видеть, на каком основании основывается утверждение и его противоположность. Критический метод, следовательно, это срединный метод, посредством которого познание может достичь достоверности. Он предупреждает догматическую видимость, так как он противопоставляет догматизму скептицизм, и так как посредством этого он вскрыл основания обоих, он один может установить, как много оснований у меня для признания истинности» [2, 885]. В близкой по времени к «Венской логике» «Логике Гексель» критический метод в лапидарной формулировке повторяет то, что «Венская логика» дает в развернутой форме: «Критический метод исследует источники как догматического, так и скептического метода. Этот критический метод есть единственный метод обретения достоверности, ибо он предохраняет от догматической видимости» [3, 376].

Литература

[1] *Kant I.* Handschriftlicher Nachlaß. Logik // Kant's Gesammelte Schriften, hrsg. von der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften. Bd. XVI. Berlin: Walter de Gruyter and Co, 1924.

[2] *Kant I.* Kant I. Vorlesungen über Logik // Kant's Gesammelte Schriften, hrsg. von der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften. Bd. XXIV. Berlin: Walter de Gruyter and Co, 1966.

[3] *Kant I.* Logik-Vorlesung. Unveröffentlichte Nachschriften, bearb. von T. Pinder. Bd. II. Hamburg: Meiner, 1998.

Отношение выводимости в процессе становления математической логики

Кузичева З. А.
МГУ им. М. В. Ломоносова, Механико-математический факультет
zakuzicheva@mail.ru

Аннотация: В статье прослеживается изменение процесса вывода следствия из посылок в ходе становления современной математики.

Ключевые слова: *объем понятия, универсум, логическое уравнение, посылка, вывод, правило ввода, высказывание, импликация.*

Deducibility relation in the development of mathematical logic

Kuzicheva Z. A.
MSU, Department of Mechanics and Mathematics
zakuzicheva@mail.ru

Abstract: The article reviews the changes in the process of deriving consequences from premises in the course of formation of mathematical logic.

Keywords: *deducibility relation, boolean calculus, propositional calculus, universum.*

Становление математической логики вызвано стремлением перенести математические методы в традиционную формальную логику. Это значит, требовалось вместо традиционных инструментов выведения следствий из посылок ввести математические, а именно, алгебраические, поскольку сама идея математизации логики инициирована аналогией между процессами вывода следствий из посылок в логике и решением алгебраических уравнений в математике. В настоящих тезисах мы прослеживаем понятие выводимости не столько в смысле что такое выводимость, сколько обращаем внимание на то, какими средствами осуществляется вывод следствий из посылок.

Первые удачные системы*алгебры логики*, как известно, опубликованы в 1847 г. в «Математическом анализе логики» Дж. Буля [1] и «Формальной логике» А. Де Моргана [2].

В своем небольшом по объему сочинении Буль указывает причины, побуждающие строить системы логики, отличные от традиционных, способы построения их и, главное, демонстрирует методы решения логических задач математическими средствами. В качестве объектов принимаются объемы понятий. Вывод следствий из посылок осуществляется путем составления и решения уравнений, в которых фигурируют параметры (данные понятия) и неизвестные (искомые понятия), и последующей логической интерпретации полученных решений. Операции в его системе обозначаются так же, как в математике. С обозначением объектов дело обстоит сложнее. Прежде всего, вслед за Де Морганом, Буль ограничивает «мир речи» универсальным понятием - универсумом, аналогом рода традиционной логики, рассматриваемые в задаче понятия символизируют виды объектов универсума. Универсум обозначается единицей, понятия, фигурирующие в задаче-прописными латинскими буквами. Операции производятся над соответствующими строчными буквами, Буль называет их элективными (выбирающими) символами. Но самое существенное, что содержится в работе Буля, это те элементы, на которые универсум разбивается фигурирующими в задаче понятиями. Буль называет их конституентами. В их числе 1 – символ универсума. Будем называть объекты оперирования классами.

Операции в алгебре Буля.

Произведение классов X и Y образуется следующим образом: из универсума выбираются все элементы класса X, затем из них выбираются все элементы класса Y, получается класс $X \cdot Y$ (пересечение классов), элективным символом которого служит $x \cdot y$. Знак операции часто опускается.

Класс, представляемый выражением $x+y$, получается в результате операции выбора элементов класса, являющегося объединением *непересекающихся* (в современных терминах) классов X и Y, т.е. сложение у Буля не всюду определено. Однако наличие дополнения позволяет осуществлять сложение и пересекающихся классов.

Дополнение класса X (элективный символ $(1-x)$) - элементы универсума, не принадлежащие X.

Буль указывает простейшие свойства введенных операций:

1) $xy = yx$,
2) $x + y = y + x$,
3) если x – подкласс класса y, то $xy = x$,

это условие является и достаточным, чтобы x был подклассом класса y, отсюда $xx = x$,

4) $z(x + y) = zx + zy$,
5) $z(x - y) = zx - zy$,
6) $0 \cdot x = 0$, $1 \cdot x = x$, для любого x.

В традиционной логике инструментом вывода следствий из посылок служат силлогизмы, в системе Буля для это цели используется составление и решение логических уравнений. Выражения «логическая функция» и «логическое уравнение» Буль использует для обозначения любой алгебраической функции и любого уравнения, содержащих символы классов.

Например,

$$f(x) = x + 1;\ f_2(x) = \frac{1 + 2x}{3 - x};\ f_3(x, y) = \frac{x + y}{2x - y} --$$

логические функции.

$$ax + b(1 - x) = 0; y = vx; -- .$$

Решим для примера относительно x уравнение

$$ax + b(1 - x) = 0,$$

где классы a и b не содержат x. Раскроем скобки, приведем подобные, как в обычной алгебре, получим

$$(a - b)x + b = 0,$$

откуда

$$x = \frac{b}{b - a}.$$

Но в системе Буля нет деления, значит дробь не может быть непосредственно истолкована. Для интерпретации дроби Буль рекомендует разложить ее по *конституентам* как функцию, зависящую от a и b: подставляя последовательно 1 и 0 вместо a и b, как это делаем при составлении таблиц истинности, получаем коэффициенты разложения по конституентам, в данном случае это $ab, a(1 - b), (1 - a)b, (1 - a)(1 - b)$:

$$\frac{b}{b - a} = \frac{1}{0}ab + \frac{0}{-1}a(1 - b) + \frac{1}{0}(1 - a)b + \frac{0}{0}(1 - a)(1 - b).$$

Теперь, чтобы, получить окончательный вид решения, надо придать определенные значения коэффициентам по способу, предложенному Булем:

1. Все конституенты с коэффициентом 1 входят в заключительное выражение.
2. Все конституенты с коэффициентом 0 отбрасываются.
3. Коэффициенты $0/0$ заменяются символом v, означающим неопределенный класс.
4. Все конституенты, коэффициенты которых имеют вид, отличный от указанных в п. 1 – 3, приравниваются нулю.

Используя эти правила, получаем решение уравнения:

$$x = (1 - a)b + v(1 - a)(1 - b).$$

Остается истолковать правую часть, в соответствии с заданными в условиях задачи, значениями a и b.

В системе Буля пустой класс может быть выражен посредством $x - x$, а вот понятие универсума необходимо постулировать. Буль не отмечает этой разницы между 0 и 1, что не удивительно. Кстати, поскольку в системе имеется универсум 1 и пустой класс 0, имеет место закон противоречия: $x(1 - x) = 0$ для любого класса x. По той же причине операции Буля являются полной системой связок.

Итак, способ вывода следствий из посылок, созданный Булем и заменяющий методы силлогистики, состоит в составлении и решении логических уравнений, с последующим истолкованием полученных решений. Этот его метод часто называют элиминацией неизвестных. Его последователи, в саму идею построения системы, не вносили принципиальных изменений. Начиная со Ст. Джевонса, чаще всего использовали всюду определенное сложение. Развитие шло, главным образом, в направлении уточнения деталей, а также в расширении охвата решаемых задач и поиск необходимых аксиом. Здесь уместно упомянуть важность исследований Э. Шрёдера и П.С. Порецкого, а также напомнить их дискуссию о том, что значит решить логическое уравнение.

Прежде чем перейти к следующему этапу «математизации» процесса вывода следствий из посылок, кратко ознакомимся с направлением, которое пытался развивать А. Де Морган. Как выше сказано, в [2] он, на пути отличном от того, каким следовал Буль, построил алгебру со всюду определенным сложением. Но не полученная система не была для него самоцелью, это был лишь инструмент, заготовленный для использования в последующих построениях. Основной целью Де Моргана было построение уточненной и расширенной теории силлогизмов. В процессе построения он учитывал известные законы традиционной логики. Однако в наборе его приемов было и принципиально новое, а именно, использование как равноправных положительных и отрицательных понятий. Эта равноправность достигалась за счет того, что в обозначении отрицательных суждений отсутствовал знак отрицания, поскольку он ввел двойную систему буквенных обозначений: положительные понятия обозначались прописными латинскими буквами, отрицательные – строчными. Это сразу расширяло его возможности. Например, вместо четырех традиционных суждений A, E, I, O, у него появились еще четыре, переменные в которых обозначены строчными буквами. Расширились и возможности силлогистики, поскольку, из по смыслу отрицательных посылок у него возможны правильные выводы.

Попытки использовать алгебру логики привели его к тому, что он ввел алгебраические операции на множестве бинарных отношений и получил *алгебру отношений*. Но достичь его главного результата Де Моргану не удалось, да он и не мог этого сделать теми средствами, которыми располагал он, не располагала ими и логика того времени. А теперь? Лукасевич ведь ставил своей целью рассмотреть Аристотелевскую силлогистику в сравнении с современной ему математической логикой.

Система, построенная Булем и его последователями, вызвала нарекания и у логиков и у математиков. Представители традиционной логики, именно логики не находили в новой системе, претендующей на статус логики, в ней не были представлены выражения вида «если. . . , то. . . ». А многие математики отрицали принадлежность новой системы к математике, аргументируя это странностью операций в *алгебре* логики. Постепенно появились попытки предложить вариант, где логика присутствовала бы *явно.* Наилучшего результата здесь добился Хью Мак-Колл в своих статьях 1877–1881 гг. [3].

Система Мак-Колла принципиально отлична от алгебры логики, развиваемой Булем и его последователями. Главное отличие в том, что переменными у Мак-Колла служат не *конституенты*, а *высказывания.* Отсюда следуют и другие отличия. На множестве высказываний Мак-Колл определяет операции конъюнкции, дизъюнкции и отрицания, соответственно обозначаемые посредством $\times, \cdot$ (или отсутствие знака операции), $+$, и $'$ [3].

О смысле выражений $A \times B \times C$ и $A + B + C$ он говорит следующее:

«Равенство $ABC = 1$ говорит о том, что *все три высказывания истинны*, а равенство $ABC = 0$, что *не* все три высказывания истинны, т.е. что по крайней мере *одно* из них ложно. Аналогично для любого числа высказываний»> ; «Равенство $A+B+C = 0$ показывает, что все три высказывания *ложны*; равенство же $A+B+C = 1$, – что *не* все три высказывания ложны, т. е., что по крайней мере *одно* из них истинно. Аналогично для любого числа высказываний». По определению, выражение A' означает отрицание высказывания A. Каждое из высказываний A и A' удовлетворяет равенствам: $A + A' = 1$ и $AA' = 0$, т. е. одно из этих высказываний обязательно должно быть истинным, а другое ложным.

Импликация вводится Мак-Коллом следующим образом:

«Символ $A : B$ означает, что высказывание A влечет высказывание B, или что всякий раз, когда истинно A, истинно и B»[10, 1877, Определение 12]. Затем следует "*Замечание.* – Легко видеть, что импликация $A : B$ эквивалентна равенству $A = AB$". Но аналогичное равенство верно и в системе Буля, именно, По определению, выражение A' означает отрицание высказывания A. Каждое из высказываний A и A' удовлетворяет равенствам: $A + A' = 1$ и $AA' = 0$, т. е. одно из этих высказываний обязательно должно быть истинным, а другое ложным.

Импликация вводится Мак-Коллом следующим образом:

«Символ $A : B$ означает, что высказывание A влечет высказывание B, или что всякий раз, когда истинно A, истинно и B»: Затем следует «*Замечание.* – Легко видеть, что импликация $A : B$ эквивалентна равенству $A = AB$» которое аналогично равенству $a = ab$ у Буля, где a и b - элективные символы классов, т. е. объемов понятий. Вот некоторые свойства операций из тех, что приводит Мак-Колл:

$$\begin{aligned}
&(1.\ )\ \ aa' = 0.\\
&(2.\ )\ \ a + a' = 0.\\
&(3.\ )\ \ (abc\dots)' = a' + b' + c' + \dots\\
&(4.\ )\ \ (a + b + c + \dots)' = a'b'c'\dots
\end{aligned}$$

Таким образом, Мак-Колл строит первый в истории логики вариант исчисления высказываний. Впоследствии Мак-Колл продолжал работу над совершенствованием своей системы, не меняя основных ее свойств. Работы Мак-Колла не остались незамеченными. В 20 веке Бохенский высоко оценил фрагмент работы Мак-Колла от 1877г: «Этот текст является высшей точкой математической логики до Фреге» [5]. Первая система аксиом классической логики высказываний принадлежит Г. Фреге, она опубликована в 1879 году [6]. Первым по достоинству оценил эту работу Б. Рассел, он же обратил на нее внимание Д. Гильберта. Критика математической логики и создание неклассических ее форм - это уже период в истории современной логики.

Литература

[1] Boole G. *The mathematical analysis of logic, being an essay towards a calculus of deductive reasoning.* Cambridge, 1847.

[2] De Morgan A. *Formal logic or the calculus of inference, necessary and probable.* London, 1847.

[3] McColl H. *The calculus of equivalent statements and integration limits.* // Proc of London math. Soc. v. 9, 1877 – 78, p. 9 – 20; v. 10, 1878 – 79, p. 16 – 28; v. 11, 1879 – 80, p. 113 – 121.

[4] McColl H. *Symbolic reasoning.* // Mind, v. 5, 1880. 45 – 60.

[5] Bochenski I. M. *Formale Logik.* Freiburg-Muenster, 1970/ 645 S.

[6] Frege G. *Begriffsschrift, eine der aritmetischen nachgedildete Formelsprache des reinen Denkens.* Halle.1879

Об интересной связи между традиционной силлогистикой и воображаемой логикой

Конькова А. В., Легейдо М. М.
Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова, Философский факультет
konkova@philos.msu.ru,
mlegeydo@yandex.ru

Аннотация: В докладе представлены два варианта построения интенсиональных семантик: для традиционной силлогистики **C4** (силлогистики Лукасевича) и для воображаемой логики - 2 Н. А. Васильева **IL2**, а также показано, что вторая система является консервативным расширением первой. Для этого традиционная силлогистика задается в терминах языка силлогистики Васильева, а также показывается идентичность построения семантик двух систем. Формулируются соответствующие теоремы.

Ключевые слова: *традиционная силлогистика, воображаемая логика, интенсиональная семантика*

On the Interesting Connection Between Traditional Syllogistics and Imaginary Logic

Konkova A. V., Legeydo M. M.,
Moscow, Lomonosov Moscow State University, Department of Philosopy
konkova@philos.msu.ru,
mlegeydo@yandex.ru

Abstract: The article shows two variants of construction of intensional semantics: for traditional syllogistics **C4** (Łukasiewicz syllogistics) and for Imaginary Logic - 2 **IL2** by N. A. Vasiliev, and also shows that the second system is a conservative extension of the first. To do this, the traditional syllogistics is set in the terms of Vasiliev's syllogistics language, and the identity of the semantics of these two systems is shown. The corresponding theorems are formulated.

Keywords: *traditional syllogistics, Imaginary Logic, intensional semantics*

Традиционная силлогистика и ее интенсиональная семантика

В современной логике возрастает интерес к интенсиональным семантикам, особенно в силлогистике. Подход к интерпретации категорических суждений через содержания общих терминов зародился еще в Новое время – его предложил Лейбниц в своих работах по универсальным исчислениям. И только XX веке интенсиональные семантики вновь стали объектом исследования, например, в работах российского логика Н. А. Васильева по Воображаемой логике.

Один из возможных вариантов построения интенсиональной семантики предложил В. И. Маркин в [3]. Им была построена семантика для традиционной силлогистики **С4** (силлогистики Лукасевича).

Язык этой системы содержит лишь две силлогистические константы: a (для общеутвердительных) и i (для частноутвердительных).

Аксиомами силлогистики Лукасевича являются:

A0. Аксиомы классической логики высказываний;

A1. $(MaP \wedge SaM) \supset SaP$;

A2. $(MaP \wedge MiS) \supset SiP$;

A3. SaS;

A4. SiS.

Отрицательные константы вводятся через определения:

$$\mathbf{D1}.\, SeP \equiv_{Df} \neg SiP;$$
$$\mathbf{D2}.\, SoP \equiv_{Df} \neg SaP.$$

Единственное правило вывода в системе – *modus ponens*.

Для построения семантики задается множество литералов $\mathbf{L} = p_1, \sim p_1, p_2, \sim p_2 \ldots$. Это множество положительных и отрицательных (со знаком $\sim$) признаков. Понятием называется непустое и нерпотиворечивое подмножество множества $\mathbf{L}$. Множество $\alpha \subseteq \mathbf{L}$, удовлетворяющее следующим условиям:

(i) $\alpha \neq \varnothing$; (ii) не существует p_i такого что $p_i \in \alpha$ и $\sim p_i \in \alpha$.

Пусть $\mathbf{M}$ – множество всех понятий. Определим на $\mathbf{M}$ операцию *, которая каждому понятию α сопоставляет противоположное ему понятие α^*: $p_i \in \alpha^* \Leftrightarrow \sim p_i \in \alpha$ и $\sim p_i \in \alpha^* \Leftrightarrow p_i \in \alpha$. Данная операция замещает каждый положительный литерал на отрицательный литерал с тем же индексом, а каждый отрицательный – на соответствующий положительный. Например, $\{p_1, \sim p_2, p_3\}^* = \{\sim p_1, p_2, \sim p_3\}$. Несложно показать, что операция * обладает следующими свойствами: (a) $\alpha \cap \alpha = \varnothing$, (b) $\alpha^{**} = \alpha$, (c) $\alpha \subseteq \beta \Rightarrow \alpha^* \subseteq \beta^*$.

Определим интерпретирующую функцию δ, сопоставляющую каждому общему термину в качестве значения некоторое (интенсионально трактуемое) понятие: $\delta(P) \in \mathbf{M}$. Зададим понятие значимости формулы языка позитивной силлогистики при интерпретации δ (выражение «$\delta \vDash \mathbf{A}$» читается как «формула $\mathbf{A}$ значима при интерпретации общих терминов δ»:

$$\delta \vDash SaP \Leftrightarrow \delta(P) \subseteq \delta(S);$$
$$\delta \vDash SiP \Leftrightarrow \delta(P)^* \cap \delta(S) = \varnothing.$$

Условия значимости сложных формул обычные.

Силлогистическая формула $\mathbf{A}$ называется общезначимой, е.т.е. $\delta \vDash \mathbf{A}$ при любой интерпретации общих терминов δ.

Адекватность силлогистики Лукасевича данной семантике доказана в [3].

Воображаемая логика Н. А. Васильева

Интенсиональный вариант особой силлогистики особого типа существует и для систем с нестандартным набором силлогистических констант, например, для альтернативного варианта воображаемой логики Н. А. Васильева. В данной логике используются суждения трех качеств: утвердительные, с сильным отрицанием (отрицательные) и со слабым отречением (индифферентные). Д. В. Зайцевым и В. И. Маркиным [2] построено исчисление **IL2** формализующее идеи данной воображаемой логики.

Как оказалось, семантика для данного исчисления полностью соответствует семантике для исчисления **C4**. Здесь задается аналогичная функция *, сопоставляющая каждому понятию противоположное и удовлетворяющая тем же условиям, что и в системе **C4**.

Для записи суждений используются константы A для общих суждений и I для частных с нижними индексами $_1,_2,_3$, где $_1$ обозначает утвердительные суждения, $_2$ суждения с сильным отрицанием и $_3$ суждения со слабым отрицанием.

Задана исходная интерпретирующая функция d Формулы для общих суждений в данном языке значимы при интерпретации d:

$$d \vDash A_1SP \Leftrightarrow d(P) \subseteq d(S);$$
$$d \vDash A_2SP \Leftrightarrow d(P)^* \subseteq d(S);$$
$$d \vDash A_3SP \Leftrightarrow d(P) \cap d(S) \neq \varnothing \,\dot{\wedge}\, d(P)^* \cap d(S) \neq \varnothing.$$

Значимость формул для частных суждений определена следующим образом:

$$d \vDash I_1SP \Leftrightarrow d(P)^* \cap d(S) = \varnothing;$$
$$d \vDash I_2SP \Leftrightarrow d(P) \cap d(S) = \varnothing;$$
$$d \vDash I_3SP \Leftrightarrow d(P) \backslash d(S) \neq \varnothing \,\dot{\wedge}\, d(P)^* \backslash d(S) \neq \varnothing.$$

Аксиомами **IL2** являются:

A0. Схемы аксиом Классического исчисления высказываний.

A1.	$(A_1MP \wedge A_1SM) \supset A_1SP$	A10.	$\neg(A_1SP \wedge I_2SP)$
A2.	$(A_1MP \wedge A_2SM) \supset A_2SP$	A11.	$\neg(A_2SP \wedge I_1SP)$
A3.	$(A_2MP \wedge A_1SM) \supset A_2SP$	A12.	$I_1SP \supset I_1PS$
A4.	$(A_2MP \wedge A_2SM) \supset A_1SP$	A13.	$I_2SP \supset I_2PS$
A5.	$(A_1MP \wedge I_1SM) \supset I_1SP$	A14.	$A_1SP \supset I_1SP$
A6.	$(A_1MP \wedge I_2SM) \supset I_2SP$	A15.	$A_2SP \supset I_2SP$
A7.	$(A_2MP \wedge I_1SM) \supset I_2SP$	A16.	$A_3SP \equiv \neg I_1SP \wedge \neg I_2SP$
A8.	$(A_2MP \wedge I_2SM) \supset I_1SP$	A17.	$I_3SP \equiv \neg A_1SP \wedge \neg A_2SP$
A9.	A_1SS		

Единственное правило вывода – *modus ponens*.

Полнота и непротиворечивость системы доказана В. И. Маркиным и Д. В. Зайцевым [2].

Связь между системами C4 и IL2

Нетрудно показать, что система **IL2** является консервативным расширением системы **C4**. Для этого воспользуемся определением В. А. Смирнова [4, с. 57]:

Определение 1. T_2 есть *консервативное расширение* T_1 тогда и только тогда, когда T_2 есть расширение T_1 и для всякого предложения A, сформулированного в терминах теории T_1 если A доказуемо в T_2, то оно доказуемо в T_1, т.е. T_2 — консервативное расширение T_1, если и только если

$$\underset{A \in L_{T_1}}{\dot{\forall} A}\ (T_1 \vdash A \Leftrightarrow T_2 \vdash A)$$

Исходя из определения, сначала необходимо показать, что **IL2** является расширением **C4**. Воспользуемся для этого также определением В. А. Смирнова [4, с. 57]:

Определение 2. Теория T_2 является *расширением* теории T_1, если и только если всякое предложение, доказуемое в T_1, доказуемо и в T_2.

Прежде чем приступить к доказательству, необходимо оговорить, что данные определения подходят только для теорий, сформулированных в одном языке. Исходя из семантик систем **IL2** и **C4** можно сформулировать последнюю в языке силлогистики Васильева, воспользовавшись следующим переводом $^{\#}$:

$$SaP^{\#} = A_1SP;$$
$$SiP^{\#} = I_1SP.$$

Тогда схемы аксиом исчисления **C4** будут выглядеть следующим образом:
A0. Аксиомы классической логики высказываний;
A1. $(A_1MP \wedge A_1SM) \supset A_1SP$;
A2. $(A_1MP \wedge I_1MS) \supset I_1SP$;
A3. A_1SS;
A4. I_1SS.

После задания схем аксиом таким образом уже становится очевидно, что все аксиомы **C4** являются теоремами **IL2**. Аксиомы **A1.** и **A3.** совпадают, а аксиомы **A2.** и **A4.** выводятся с помощью аксиом **A5.** и **A9.**, **A14.** исчисления **IL2** соответственно (см. [1]).

Теорема 1. *Исчисление* **IL2** *является расширением исчисления* **C4**, *то есть*

$$\dot{\forall} A(\mathbf{C4} \vdash A \Rightarrow \mathbf{IL2} \vdash A)$$

Доказательство данной теоремы ведется прямой индукцией по построению формулы A.

Теорема 2. *Исчисление* **IL2** *является консервативным расширением исчисления* **C4***, то есть*

$$\underset{A \in \mathbf{C4}}{\dot{\forall} A} \, (\mathbf{C4} \vdash A \Leftrightarrow \mathbf{IL2} \vdash A)$$

Данная теорема доказывается с использованием **Теоремы 1** и также индукцией по построению формулы A.

Итак, мы показали, что воображаемая логика Васильева **IL2** не только семантически соотносится с интенсиональными идеями Лейбница, но и синтаксически содержит в себе традиционную силлогистику **C4**. Данный результат важен для исследования связей между различными силлогистическими системами, в том числе сформулированными в разных языках.

Исследование Легейдо М. М. выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-311-90043.
M. Legeydo is supported by RFBR according to the research project № 20-311-90043.

Литература

[1] Конькова А. В. *Воображаемая логика-2 Н. А. Васильева как силлогистическая теория.* // Логические исследования. 2019. Т. 25. № 2. С. 94–113.

[2] Зайцев Д. В., Маркин В. И. *Незамеченная логическая система Н. А. Васильева: Воображаемая логика - 2 или Логика понятий* // Материалы 2-й конференции «Смирновские чтения по логике», Москва: ИФРАН, 1999. С. 107–109.

[3] Маркин В. И. *Интенсиональная семантика традиционной силлогистики.* // Логические исследования. 2001. Вып. 8. С. 82–91.

[4] Смирнов В. А. *Логические методы анализа научного знания.* М.: ЛЕНАНД, 2021. 264 с.

О компендиуме «Умословие – Логика – Риторика» Ивана Рижского

Малюкова О. В.
ФГБОУ ВО «Московский государственный юридический университет (МГЮА) имени О.Е. Кутафина», профессор кафедры философии и социологии
o.maliukova@list.ru

Аннотация: В статье рассматривается предметное соотношение логики и риторики на примере компендиума «Умословие – Логика – Риторика» Рижского И. С., написавшего учебники по логике и риторике в конце XVIII века. Формат заложенного им соотношения этих наук во многом сохранился до нашего времени. Учебник «Опыт риторики» можно считать оформлением самостоятельного пути риторики, которая, в отсутствии логики, становится софистикой. Логика же при подобном подходе (до появления символической логики) стала восприниматься как второстепенное знание, составная часть российской словесности.

Ключевые слова: *риторика, умословие или умственная философия, классический риторический канон, аргументация, доказательство.*

About the compendium “Mental philosophy – Logic – Rhetoric” by Ivan Rizhsky

Malyukova Olga V.
Moscow State Law University, PhD, professor of the Department of Philosophy and Sociology
o.maliukova@list.ru

Abstract: The article considers the substantive relationship of logic and rhetoric on the example of the compendium "Intelligence - Logic - Rhetoric" by IS Rizhsky, who wrote textbooks on logic and rhetoric at the end of the 18th century. The format of the relationship between these sciences laid down by him has largely survived to our time. The textbook "The Experience of Rhetoric" can be considered the design of an independent path of rhetoric, which, in the absence of logic, becomes sophistic. With this approach, logic (before the appearance of symbolic logic) began to be perceived as secondary knowledge, an integral part of Russian language art.

Keywords: *rhetoric, intelligence or mental philosophy, classical rhetorical canon, argumentation, proof.*

I. *Современное состояние компендиума*

Современная риторика, воскресшая как Феникс из пепла во второй половине XX века, аналогично античной древнегреческой риторике основана на двух фундаментальных конструкциях, а именно, на монологе и диалоге.

Монологическая конструкция представлена классическим риторическим каноном. Наиболее значимыми, как для составления речей, так и для целей сопоставления риторического знания с философскими и общенаучными технологиями являются инвенция и диспозиция. Вторая или диалогическая конструкция – это межличностная коммуникация, которая представляет собой различные виды споров. В это проблемное поле попадают технологии речевой конфронтации, которые включают в себя различные приемы убеждения и уловки в споре. В структуру инвенции попадают теория простого и сложного периодов и топика (4). Наиболее известными и применяемыми топами являются: «Род-вид», «Определение», «Целое-части», «Свойства», «Сопоставление», «Причина и следствие», «Обстоятельства„ «Пример», «Свидетельство», «Имя» - всего десять. В структуру диспозиции попадает логическое содержание аргументации, а именно, тезис, аргументы и сама демонстрация, которая может быть основана на логическом знании, а может и не быть, являясь чисто убеждающей технологией. Минимальная аргументационная конструкция представлена прямой строгой хрией, состоящей из восьми частей – приступа, парафразиса, причины, подобия, противного, примера, свидетельства и заключения.

Большинство вышеперечисленных элементов инвенции и диспозиции имеют существенное значение исключительно в проблемном поле риторики, однако некоторые из этих элементов имеют общефилософское и общенаучное значение, т.е. пересекаются с проблемными полями философии, логики и науки вообще. К этим элементам следует отнести такие топы, как: «Род-вид», «Определение», «Целое-части», «Свойства», «Сопоставление», «Причина и следствие», а также такие части строгой хрии, как парафразис, причина, подобие и противное. Все эти элементы являются объектами изучения философии, логики и науки. Причинно-следственные связи, понятия свойств и отношений, теория определения, теория доказательства – эта тематика на протяжении веков определяет развитие научного знания. Именно в этих сферах достигнуто существенное приращение знания, каковое приращение можно охарактеризовать как революционное преобразование. Было бы естественным предположить, что и в области современной риторики используются современные представления о свойствах, причинно-следственных связях и т.д. Однако на самом деле ситуация в риторике выглядит совершенно противоположным образом.

Для иллюстрации ситуации в риторике воспользуемся топами «свойства» и «причина-следствие» из современного учебника «Риторика для юристов» 2020 года, рекомендованным РИО МГЮА имени О. Е. Кутафина в качестве учебного пособия для студентов юридических факультетов и вузов, обучающихся по программе бакалавриата (1). «Смысловая модель «свойства» включает в себя топы «признаки», «качества», «функции». В текстах-описаниях топ «свойства» занимает, естественно, важнейшее место. Умение хорошо описывать подразумевает умение выделять важнейшие свойства и характерные признаки предмета речи. Для правильного использования топа «свойства» нужно: 1) отбирать только существенные, характерные признаки, функции, качества объекта, причем такие из них, которые делают его действительно интересным как предмет речи и для говорящего, и для адресата; 2) не избегать при этом выражения собственных оценок, эмоций» (1, с. 61–62). Далее идет ссылка на мнение одного автора, который, в свою очередь, ссылается на книгу другого автора. Топ «свойства» описан. Посмотрим на рекомендации по применению смысловой модели «причина и следствие»: «Умение обнаружить причинно-следственные отношения между явлениями, показать их в речи, использовав как живой и благодатный источник изобретения содержания, составляет одно из главных достоинств хорошего оратора. Топ «причина - следствие» для создания текста используется в двух главных разновидностях: 1) «веерной», когда определяется набор причин одного явления или его возможных следствий; 2) «цепной», когда ряд умозаключений «от причины к следствию» составляет рассуждение и приводит к некоему выводу. При разработке смысловой структуры речи – рассуждения (аргументирующей речи) топы «причина» и «следствие» могут занимать первостепенные позиции, исчерпывая по существу все содержание. Так, для обвинительной и защитительной речей, произносимых в судебных прениях, этот топ является структурообразующим» (1, с. 63–64). Теоретическая часть дополняется двумя примерами, имеющими некоторое отношение к причинно-следственным связям. На основании приведенных примеров можно, по крайней мере, усомниться в том, что современная риторика в формате топики соотносима с ныне действующими представлениями о свойствах или причинно-следственных связях. Топ «свойства» напрямую исходит из позиции эссенциализма, которая давным-давно устарела (2, с. 23–26), а причинно-следственные отношения раскрываются иначе, по меньшей мере, со времени появления методов Бэкона – Милля.

Вторая или диалогическая риторическая конструкция может быть рассмотрена, хотя это и не исчерпывает ее содержание, как совокупность различных приемов, методов и уловок, которые используются в процессах аргументации или спора. Большинство этих аргументационных приемов известны с античных времен и хорошо описаны в любом пособии по риторике. В совокупности они представляют собой софистические приемы ведения дискуссии, ставят своей целью победу в споре и, чаще всего, не используют логические методы доказательства, а базируются на убедительности и на заведомом обмане оппонента и публики. Собственно говоря, риторика, лишенная логики, становится софистикой. Именно появление логики в античности положило конец софистическому «беспределу» в области судопроизводства (6). Теоретическое обоснование этих уловок обычно оказывается ничтожным, т.е. они не базируются на некоем философском или общенаучном знании. На основании вышеприведенных аргументов можно сделать вывод о некоем самостоятельном пути риторики, во многом противоположном пути, традиционно реализуемому наукой.

II. *Компендиум Ивана Рижского «Умословие – Логика – Риторика»*

«Ты помнишь, как все начиналось». В нашей стране это начиналось в XVIII веке на фоне становления российской системы образования. Образованность XVIII века – это, в том числе, знание логики и риторики. В силу неизвестных причин риторика вырывается в лидеры. Количество трудов по риторике превосходит издания по логике. Более того, происходит расцвет риторики, тогда еще называемой элоквенцией. У М. В. Ломоносова – труды по риторике есть, а по логике нет. В этом ключе необычно выглядит личность И. С. Рижского. Кто же он такой? Рижский Иван Степанович (родился 7 сентября1759 в Риге, отсюда и фамилия, умер 15 марта 1811 в Харькове) – это незаслуженно забытый русский филолог, логик, доктор философии, профессор и первый ректор Императорского Харьковского университета, автор одного из первых в России учебников по логике и риторике. Он учился в Псковской семинарии, затем в семинарии Троице-Сергиевой лавры, там же он преподавал философию, логику и риторику. С 1786 по 1803 гг. преподавал в Санкт-Петербургском Горном училище (военизированное учебное заведение для дворян и не только, ныне Санкт-Петербургский горный университет, один из крупнейших вузов по горному делу и первое высшее техническое учебное заведение России.). С 1803 г. он становится профессором Харьковского университета, а также его первым ректором (в 1805 г.). В 1790 г. он пишет учебник по логике под названием «Умословие, или умственная философия» (7) (243 с.) для студентов / кадетов Горного училища, в котором перерабатывает труды Ф. Х. Баумейстера (Логика 1735 г., переведена на русский язык в 1760 г.), Х. Вольфа (1728 г. – Philosophia rationalis sive logica, 1765 г.) и Г. Голльмана (последователя Вольфа). В 1796 г. он пишет «Опыт риторики, сочиненный и преподаваемый в С.-Петербургском Горном Училище» (8), посвященный управляющему Горным Училищем В. Попову (396 с.).

В настоящее время оба учебника оцифрованы и доступны для изучения. «Умословие» представляет собой совокупность знаний по философии, логике и эмпирическим исследованиям (5). Логика изложена без применения формул и собственных идей автора, даже «Оглавление» практически совпадает с оглавлением «Логики» Ф. Х. Баумейстера. Перспективы логики явно не просматриваются. А вот интерес к постижению истины с помощью эмпирических исследований присутствует, в этом разделе автор идет в ногу с грядущей тенденцией позитивизма. Учебник по риторике, хотя и составленный по тем же канонам, оставляет другое впечатление. Здесь риторика представлена как значимая наука и важный аспект деятельности. К чести автора надо отметить: он включает в состав риторики собственно логический раздел, чего обычно избегают современные авторы, за исключением А. А. Волкова с его «Курсом русской риторики» (3).

Учебник «Опыт риторики» можно считать оформлением самостоятельного пути этой дисциплины, в ущерб логике, которая при подобном подходе стала восприниматься как второстепенное знание, составная часть российской словесности. Отголоски этой ситуации наблюдаются в филологии и в наше время. Зато логика, как известно, пошла другим путем, но это уже совсем другая история.

Литература

[1] Абрамова Н. А., Никулина И. А. *Риторика для юристов: учебное пособие.* – Москва : Проспект, 2020. – 336 с.

[2] Анисов А. М. *Современная логика.* – Москва : ИФРАН. 2002. – 273 с.

[3] Волков А. А. *Курс русской риторики.* — М., 2001. – 480 с.

[4] Малюкова О. В. *Фейковые традиции и риторическая картина мира.* // Credo new, 2019, № 2.

[5] Орлова Н. Х., Соловьев С. В. *Из истории логики в дореволюционной России: стратегии академического взаимодействия.* // Логические исследования, 2016, т.22, № 2.

[6] Пономарев Д. Е. *Право и рациональность: у истоков юридического мышления.*// Российский юридический журнал, 2020, №3.

[7] Рижский И. С. *Опыт риторики.* `https://dlib.rsl.ru/viewer/01003337075#?page=1`

[8] Рижский И. С. *Умословие или умственная философия.* `https://dlib.rsl.ru/viewer/01005514094#?page=1`

К вопросу адекватного понимания логики Дж. Буля

Пушкарский А. Г.
БФУ им. И. Канта, Калининград
pushcarskiy@mail.ru

Аннотация: Считается, что работы Дж. Буля напрямую повлияли на становление современной логики, хотя в его логической системе отсутствуют некоторые важнейшие элементы отличающие современную логику от традиционной. Для адекватного понимания его логики и ее значения в истории логики требуется тщательный анализ влияния на нее предшествующей логической традиции.

Ключевые слова: *история логики, Дж. Буль, алгебра логики, аристотелевская логика, перевод гипотетических суждений, «гипотетический универсум», знак «+» и исключающая дизъюнкция*

On the issue of an adequate understanding of the logic of G. Boole

Pushkarsky A. G.
IKBFU, Kaliningrad
pushcarskiy@mail.ru

Abstract: It is believed that the work of G. Boole directly influenced the formation of modern logic, although his logical system lacks some of the most important elements that distinguish modern logic from traditional. For an adequate understanding of its logic and its significance in the history of logic, a careful analysis of the influence of the previous logical tradition on it is required.

Keywords: *history of logic, George Boole, algebra of logic, Aristotelian logic, translation of hypothetical propositions, "hypothetical universe", "+" sign and excluding disjunction*

В статье посвященной анализу небольшой работы Джорджа Буля «Логическое исчисление» 1848 года [1], было отмечено, что: «...следует опасаться чрезмерной модернизации теорий Буля. Он не мог знать о теории множеств Георга Кантора, которая вошла в математику только в 1870-х годах, и его теория классов всегда была теорией части и целого, принятой в традиционной логике ... Только при большом желании, не особенно вдаваясь в тонкости логико-исторических исследований и проведя определенные усовершенствования булева логического исчисления можно найти в нем элементарное основание современной классической современной логики»[2, с. 271]. Традиционное представление об истории логики состоит в том, что Буля наряду с Августом Де Морганом следует считать пионером в использовании математических методов в логике. Данную точку зрения разделяли многие исследователи, роль которых в создании современной науки логики бесспорна. Например, можно вспомнить замечание А. Тарского о том, что «Непрерывное развитие математической логики начинается только к середине XIX в., с опубликования системы логики ирландского математика Дж. Буль ...» [6, p. 48]. Тем не менее, пишет Т. Гальперин: «Буль считал, что он первым применил математический подход к логике. Но гораздо раньше Лейбниц задумал идею создания такой формальной математической системы, которую можно было бы использовать для построения логических выводов» [6, p. 64]. И далее он отмечает, что: «Как мы теперь знаем, ни один из них не имел в своем распоряжении ясного и достаточно развитого формального аппарата для его применения в логических – то, что было доступно как Булю, так и Лейбницу, было не чем иным, как аристотелевской силлогистикой, сводом правил, которые не поддаются формулировке как алгебры эквационального типа ...» [6, p. 65]. На непосредственную зависимость логических разработок Буля от аристотелевской логики указывает и Е. Д. Смирнова, разбирая инновационный подход Г. Фреге: «...хотя именно Буль применил к логике математические, алгебраические, методы, его подход в принципе, в своих основаниях, ближе к традиционному, аристотелевскому методу. Ибо оба они начинают анализ с понятий (с объемов понятий), устанавливая определенные отношения между ними» [3, с. 15]. Именно невнимание к данной особенности булевого подхода, по мнению Ш. Намбиара, приводит историков логики к серьезному недопониманию работ Буля, которые как считается положили начало современной логике. Сопоставляя философские основания и методы логической системы Буля с принципами и методами «Элементов логики» Р. Уэйтли 1827 года, он приходит к выводу, что: «Это сравнение выявляет причины, по которым Буль считал себя последователем аристотелевской традиции. Философия логики положившая начало исследованиям Буля привела его к тому, что он увидел в ней завершение проекта, впервые предпринятого Аристотелем двумя тысячелетиями ранее» [7, p. 218].

Одно из центральных положений логики Уэйтли состоит в том, что все дедуктивные рассуждения могут быть сведены к аристотелевскому силлогизму. Для этого он пытается свести гипотетические суждения к категорическим, а правило вывода *Modus Ponens* – к модусу Барбара. Буль принимает данное положение как неотъемлемую и неизбежную часть своего подхода к логике. Он использует термин пропозиция и различает первичные и вторичные пропозиции. Первичные пропозиции выражают категорические суждения, а вторичные могут выражать гипотетические суждения. Буль разрабатывает метод выражения всех категорических суждений в виде алгебраических уравнений и полагает что тоже самое можно сделать и с предложениями естественного языка. Следуя Уэйтли, он пытается распространить свой метод на перевод гипотетических суждений в категорические, а не наоборот. Для этого он использует так называемый эквациональный язык символической алгебры, новой математической дисциплины, которая по замыслу ее создателей и приверженцев – Д. Пикока, Д. Ф. Грегори, Августа Де Моргана и самого Буля, должна была выражать наиболее общие принципы всех формальных алгебраических систем. Такой язык лучше подходит для формализации рассуждений и позволит радикально улучшить аристотелевскую логику. Булевских логический метод предполагает процесс перевода аристотелевских категорических суждений на свой алгебраический язык, а после осуществления вывода при помощи решения таких алгебраических уравнений, перевод обратно в категорические суждения. Метод перевода категорических суждений в уравнения он называет «выражением», а процесс перевода обратно из уравнений в категориальные предложения «интерпретацией». Однако, чтобы перевести гипотетические суждения в категорические Буль вынужден изменить «классический» универсум рассуждения тем, что он называет «гипотетическим универсумом». Такой гипотетический универсум содержит «все мыслимые случаи и стечения обстоятельств» [5, p. 49] и должен представлять собой множество логических возможностей или «возможных миров», которые конечно нельзя понимать в современном смысле реляционных семантик. А тогда обратная редукция алгебраических выражений, полученных в результате решения уравнений на этапе их булевской «интерпретации» и переводящая категорические суждения обратно в гипотетические, не позволяет дать адекватное выражение их истинностного значения. Безусловно, что Буль не мог знать современного логического аппарата семантики возможных миров и который только в середине XX века позволил решить проблему истинностной оценки высказываний о возможных мирах.

Нечто подобное проявляется в логике Буля и с количественной оценкой логических выражений, поскольку в его логической системе отсутствует приемлемая теория квантификации. Когда он переводит категорические суждения в свой алгебраический язык, он записывает общеутвердительные суждения как «$s(1-p)=0$», и это выражение означает, что пересечение класса S с дополнением к классу P есть пустой класс; общеотрицательное суждение записывается как «sp = 0», которое означает, что пересечение класса S с классом P – пустой класс. Тем не менее, частноутвердительное суждение не переводится им как отрицание «$sp=0$», а как «$sp=v$» или как «$vs=vp$». Буль называет v неопределенным или произвольным классом, и его правильная интерпретация до сих пор ставит в тупик исследователей логики Буля. И как отмечает Намбиар: «Поучительно сравнить логику Буля, которая, по его мнению, была развитием древней логики Аристотеля, с современными интерпретациями античной логики ... Удивительно, что работа Буля во многих отношениях была шагом назад по сравнению с работами Аристотеля. Язык Аристотеля и его дедуктивная система были определены гораздо более тщательно, но, несомненно, неверно утверждать тоже самое о Буле, несмотря на то, что он использовал уравнения» [7, p. 237].

Однако главным заблуждением историков логики в понимании логической системы Буля он считает неверную интерпретацию его знака «+», которая обычно трактуется как исключающая дизъюнкция, или в теоретико-множественном выражении как симметрическая разность, поскольку: «Знак плюс означает не логическую связку, а частичную функцию, определенную на непересекающихся классах ... для Буля «$x+y$» имеет смысл, только если x и y не имеют общих членов. Исключающее «или» всегда имеет смысл, а операция «плюс» – нет» [7, p. 229]. И если, например, у последователя Буля У. С. Джевонса «+» действительно означает обычную дизъюнкцию или теоретико-множественное объединение, то булевский «+» – это знак + «коммутативного кольца с единицей, не имеющее аддитивных или мультипликативных нильпотентов» [6, p. 68]. Поразительно, однако то, что: «ограничившись идемпотентами своей алгебры, Буль получил бы булеву алгебру - и мы по праву чествуем его, добавляя его имя к этой алгебре. Только Буль этого не знал. Он упорно отказывался признать любую операцию, кроме своего + ...» [6, p. 68].

И хотя у Буля мы не находим явных зачатков таких естественных для современной логики разделов как теория квантификации, логика предикатов и функции истинности, его работы напрямую повлияли на становление современной логики, и они заслуживают более тщательного исследования их генезиса.

Литература

[1] Буль Дж. *Логическое исчисление* // Логико-философские штудии. Том 18 (№3), 2020. С. 272–287.

[2] Пушкарский А. Г. *О «логическом исчислении» Дж. Буля* // Логико-философские штудии. Том 18 (№3), 2020. С. 264–272.

[3] Смирнова Е. Д. *Обобщающий подход к построению семантики и его роль в обосновании логических систем* // Логическая семантика: перспективы для философии языка и эпистемологии: Сборник научных статей, посвященных юбилею Е. Д. Смирновой. Москва: Креативная экономика, 2011. С. 14–37.

[4] Тарский А. *Введение в логику и методологию дедуктивных наук.* М.: Иностранная литература, 1948.

[5] Boole G. *The mathematical analysis of logic, being an essay towards a calculus of deductive reasoning.* Cambridge–London: Macmillan, 1847.

[6] Hailperin T. *Boole's Algebra Isn't Boolean Algebra (1981)* // A Boole Anthology. Recent and Classical Studies in the Logic of George Boole. Springer-Science+Business Media, B.Y. 2000. P. 61–78.

[7] Nambiar S. *The Influence of Aristotelian Logic on Boole's Philosophy of Logic: the Reduction of Hypotheticals to Categoricals* // A Boole Anthology. Recent and Classical Studies in the Logic of George Boole. Springer-Science+Business Media, B.Y. 2000. P. 217–240.

Логика «исцеления» – новый этап развития науки логики

Сайфуллаев Н. М., Худойдодзода Ф. Б.
Институт философии, политологии и права Национальной Академии наук Таджикистана
Таджикский национальный университет
farukh1984@mail.ru

Аннотация: В данном тезисе рассматривается некоторые вопросы силлогистики Ибн Сины в его энциклопедическом труде «Исцеления». Авторы отмечают, что логическое наследие Ибн Сины, особенно «Логика его энциклопедической книги «Исцеления» является величайшим достижением человечества в средние века. Авторы также отмечают, что мыслителем в книге «Исцелении» исследуются условно-соединительные и условно-разделительные силлогизмы, сокращенные силлогизмы, силлогизмы от противного, силлогизмы через невозможного, индукция, аналогия и др.

Ключевые слова: *Ибн Сина, логика, силлогизм, книга Исцеления, условные силлогизмы, индукция, аналогия.*

Logic of "healing" a new stage of development of the science of logic

Sayfullaev N.M., Khudoidodzoda F. B.
Institute of philosophy, political science and law of the National Academy of Sciences of Tajikistan,
Tajik National University
farukh1984@mail.ru

Abstract: This thesis examines some of the syllogistic issues of Avicenna in his encyclopedic work "Healings". The authors note that the logical legacy of Avicenna, especially "The logic of his encyclopedic book "Healing" is the greatest achievement of humanity in the Middle Ages. The authors also note that the thinker in the book "Healing" explores conditionally connecting and conditionally separating syllogisms, abbreviated syllogisms, syllogisms from the opposite, syllogisms through the impossible, induction, analogy, etc.

Keywords: *Avicenna, logic, syllogism, book of Healing, conditional syllogisms, induction, analogy.*

Абу Али ибн Сина является одним из создателей средневековой восточной науки логики и философии, его жизнь считается новой страницей мусульманского ренессанса. Вне всякого сомнения он был величайшим философом и логиком средневекового Востока. Мыслители этого времени Бахманяр, Ибн Батута, Абухамид Газали и другие в той или иной степени были знакомы с философской наследией Абу Али ибн Сина и в своих логических изысканиях в какой-то мере находились под влиянием его логики. Некоторые из них как Ибн Бутлон и Газали были идейными противниками Ибн Сины и подвергали его критике, но в интерпритации логических принципов находились под его влиянием.

Логическое наследие Ибн Сины, особенно «Логика» его энциклопедической книги «Исцелени» является величайшим достижением человечества в средние века. Логика для Ибн Сины это наука о формах и законах правильного мышления, наука о путях и методах постижения приобретенных знаний.

Логика Ибн Сины подразделен на пять совершенных трактатов – «Введение», «Категории», «Об истолковании», «Силлогизм» и «Доказательство» («Аргументация»). Следует подчеркнуть, что «Силлгогизм» и «Аргументация» составляют основную часть логической теории Ибн Сины.

В этом смысле несколько веков спустя выдающийся немецкий математик, логик и философ Г. Лейбниц писал: «Я думаю, что изобретение силлогистической формы есть из прекраснейших и даже важнейших открытий человеческого духа. Это своего рода универсальная математика, все значение которой еще недостаточно понятно. Можно сказать, что в ней содержится искусство непогрешимости, если уметь правильно пользоваться, что не всегда возможно» [2] Известно, что учение о силлогизме и теория умозаключения, а также теория доказательства в целом, это бессмертное открытие Аристотеля. Величайшее открытие, сделанное Стагиритом – это, то, что форма наших мыслей не зависят от их содержания.

В рамках логики Аристотеля впервые был создан аппарат дедукции, разработан дедуктивный метод вывода, т.е. логическое следование, суть которого в том, что следуя определенным правилам, мы из истинных посылок всегда получим истинное заключение.

Говоря о важном вкладе Ибн Сины в развитие и совершенствование теории силлогизмов, следует отметить, что Ибн Сина некоторые свои нововведения в данной области отмечает и сам (усовершенствование классификации силлогизмов, дополнения в доказательство от противного). Особенно велика его заслуга в развитии теории условных (гипотетических) силлогизмов, оставленных в свое время без внимания автором «Органона», несмотря на данное им в «Первой аналитике» обещание специально обратиться к этой теме [4].

Наиболее значительный вклад в исследовании важнейших проблем логики и её дальнейшее развитие как в мусульманском Востоке, так и в христианском Западе внес Ибн Сина, разработавший новые методы познания, и тем самым заложивший основы современной логики. К ним относятся разработанный им категорический силлогизм, который более совершенный, чем аналогичное учение Аристотеля, теория условного силлогизма, которая не встречается у Стагирита, а также многие другие виды силлогизма, в частности, модальные, лежащие в основу современной модальной силлогистики, что является «душой» современной неклассической логики.

Учение о силлогизме и теории доказательства является выдающейся заслугой Авиценны не только для арабофарсиязычных мыслителей эпохи средневековья, но безусловно, и для латинизированного Запада. Потому что уже начиная с XII в. логические труды мыслителя переводились на латинский, затем на другие европейские языки. Бесспорным является такой факт, что средневековая европа была ознакомлена с логическими трудами Ибн Сины, раньше чем с аналогичными произведениями Аристотеля. Логика Авиценны вообще и его теория силлогизма в частности – это диалектическое единство формы и содержания, попытка диалектически открыть фундаментальные основы логических форм силлогизма в самой действительности. Поэтому неудивительно, что Ибн Сина проводит четкую границу между научно доказательными силлогизмами и ненаучными софистическими силлогизмами. В этой связи он подчеркивает, что «Усвоение доказательных силлогизмов помогут нам избегать софизмов» [1, С. 36]. На самом деле, софистические силлогизмы дают кажущиеся истинные знания. Согласно нашему мыслителю, это происходит по той причине, что «в софистических силлогизмах, вообще говоря, посылки бывают ложными, хотя в некоторых случаях будут и истинными» [1, С. 37]. Далее он добавляет «Более того они дают результаты противоположные тому, что предусматривалось в первичных принципах или общеизвестной аксиоме. Поэтому они становятся [лишь] похожими тем принципам или общепринятым началам» [1, С. 37]. Диалектическая направленность авиценновской теории силлогистики проявляется в том, что он не всякий силлогизм называет доказательным, а лишь такой, силлогизм который ведет к установлению истинного знания.

Доказательством Ибн Сина называет такой силлогизм, который даст истинное или научное знания [1, С. 36]. Силлогизм нельзя отождествлять с доказательством вообще, констатирует мыслитель, ибо добавляет он, что есть доказательства, которые отличаются от силлогизма. Данную мысль Авиценна обосновывает тем, что силлогизм можно получить без определенных положений или причин, однако доказательство – нельзя, так как без них нельзя приобрести знание. Исходя из этого, можно с уверенностью сказать, что Авиценна в своих логических изысканиях широко исследует важнейшую проблему гносеологии – проблему истины. Поэтому его логику можно рассматривать и как теорию познания.

Пятую главу книги посвященной теории силлогистики, он начинает с приведения контраргументов против истолковании модальностей типа «абсолютное», «необходимое», «возможное» и «невозможное», неизвестными комментаторами логики Аристотеля. Правда, Авиценна нигде не называет их по имени, упоминая словами «группа ученных» или «они» и т.д. Вероятно, что такая практика цитирования преобладала в условиях средневековья.

Заметим, что Ибн Сина подробно рассматривает следующие виды необходимости: 1) «необходимость, связанная с качеством» - время, в течение которого субъект будет характеризоваться как субъект, как например, «всякое белое необходимо имеет цвет, раздражающий зрение»; 2) «необходимость, связанная с условным предикатом» – время, в течение которого предикат сказывается о субъекте, как например, «Зайд необходимо есть идущий, поскольку он идет»; 3) «необходимость, связанная с определенным временем» – конкретное время, которое неизбежно наступит: как например, «Луна необходимо затмевается, не всегда, а в какое-то конкретное время»; 4) «необходимость, связанная с неопределенным временем», как например, «всякий человек необходимо дышит» т.е. в какое-то время.

Среди условных силлогизмов особого внимания заслуживают сочетательные силлогизмы, образуемые из предикативного и соединительного суждений при общности в консеквенте. Ибн Сина анализируя данный силлогизм для первой фигуры определяет шестнадцать модусов и столько же модусов для второй фигуры. А третья фигура имеет больше чем первый и второй фигуры модусов. Все эти модусы определены в 4-ой главе 6-й части книги «Силлогизм» раздела «Логика» «Исцеления». О соединительном силлогизме образуемом из предикативного и условного суждения, при общности в антецеденте, когда предикативное суждение выступает только в качестве меньшей посылки, он подчеркивает, что такие силлогизмы в познании наименее употребительны и в них труднее всего ясно разобраться.

Далее в книге достаточное место отводится анализу силлогизмов образуемых из разделительных и нескольких предикативных высказываний и для каждой из трех фигур выводятся правильные модусы. При этом продуктивность или непродуктивность силлогизмов доказывается методами обращения посылок, сведением к абсурду, методом гипотез и.т.п.

Если выразить современной терминологией, Условно-соединительные силлогизмы включают соединительные (конъюнктивные) и чисто условные (импликативные) силлогизмы; Как подчеркивает Ибн Сина, условно-соединительный силлогизм- это рассуждение, состоящее из двух соединительных (импликативных) суждений. Термины подобных суждений, состоят из антецедента и консеквента, которые выполняют функции субъекта и предиката. Соединительный силлогизм, подобно предикативному силлогизму, имеет четыре фигуры. Но Ибн Сина, поскольку рассматривал только три фигуры предикативного силлогизма, здесь также ограничивается исследованием трех фигур. Известно, что сам Аристотель ограничивался, рассмотрением только трех фигур категорического или предикативного силлогизма. По этому Ибн Сина также исследует три фигуры и для предикативного и для условного силлогизма.

Согласно мыслителю, все указанные силлогизмы являются совершенными:

Точно также он состоит из четырех правильных модусов для второй фигуры и шести правильных модусов для третьей фигуры условно-соединительного силлогизма.

Таким образом, условно-соединительные силлогизмы, в интерпретации Ибн Сины, это такие силлогизмы, в которых заключение явно и актуально не проявляются ни в одной из двух в нем заключенных посылок, а содержатся в них потенциально. Что касается исключительных силлогизмов, то они суть такие, заключение которых явно проявляется в их посылках.

Другим видом исключительного силлогизма является разделительный силлогизм. Здесь, Ибн Сина четко различая два вида разделительного суждения, довольно подробно их исследует: действительно-разделительное, которому в современной логике соответствует строгая дизъюнкция и недействительно- разделительное суждение, чему соответствует слабая дизъюнкция.

Согласно Ибн Сине, все четыре модусы такого силлогизма-правильные. Однако в недействительно-разделительном силлогизме две правильное, а остальные два неправильные, заключает наш мыслитель. В правильных модусах нужно от отрицании одного составляющего перейти к утверждению другого составляющего в заключении.

На самом деле, в условно-соединительных силлогизмах в заключение устанавливается связь между крайними терминами, на основании их связи, со средним термином в посылках (предикативный силлогизм) или между антецедентом и консеквентом в заключение на основании общности антецедента меньшей посылки или консеквента большей посылки в посылках условно-соединительного силлогизма, где роль терминов играют антецеденты и консеквенты двух посылок. В этой связи Ибн Сина говорит, что все логики уделяли особое внимание лишь силлогизмам, образуемым из предикативных суждений, полагая, что силлогизмы состоящие из условных суждений, могут быть только исключительными. Здесь новаторский дух мыслителя состоит в том, что он один из первых обстоятельно исследует условно- соединительные силлогизмы. В этом отношении никто не может приравниваться ему. Его программа исследования силлогизма существенно отличается от подобной программы его предшественников. Именно поэтому рассматриваемый Ибн Синой класс сочетательных силлогизмов слишком широк, потому что в него кроме предикативных силлогизмов входят условно-соединительные и условно-разделительные силлогизмы. Что касается исключительных силлогизмов, то они составляют отдельный класс.

Кроме того, мыслителем в книге «Исцелении» исследуются сокращенные силлогизмы, сложные силлогизмы – сложно-соединительные и сложно-разделительные силлогизмы, силлогизмы от противного, силлогизмы через невозможного, индукция, аналогия и др.

Литература

[1] Ибн Сина. *Сочинение.*Т.6. Душанбе, 2019.

[2] Лейбниц Г.В. *Сочинения в 4-х тт.* Т.2. М, 1983.

[3] Сайфуллаев Н.М. *Логика Ибн Сины.* Душанбе, 1996.

[4] Худойдодов Ф.Б. *О некоторых особенностях авиценновской теории силлогизмов* // Вестник таджикского национального университета. Душанбе 2014, №3/8 (150).

Львовско-Варшавская школа и Мария Кокошиньская-Лутманова

Саргсян М.
Польша, Зелёногурский университет
m.sargsyan93@gmail.com

Аннотация: Настоящий доклад рассматривает вклад в развитие логики и связей Львовско-Варшавской школы и Венского кружка Марией Кокошиньской-Лутмановой, которая представляет собой замечательный пример отношения к женщинам-логикам со стороны К. Твардовского.

Ключевые слова: *Львовско-Варшавская школа, женщины-логики, Мария Кокошиньская-Лутманова*

Lvov-Warsaw School and Maria Kokoshynska-Lutmanova

Sargsyan M.
Poland, University of Zielona Gora
m.sargsyan93@gmail.com

Abstract: This report examines the contribution to the development of logic and relations between the Lvov-Warsaw School and the Vienna Circle by Maria Kokoszynska-Lutmanova, which is an excellent example of K. Twardowski's attitude to women-logicians.

Keywords: *Lviv-Warsaw school, women-logicians, Maria Kokoshynska-Lutmanova.*

В истории логики не так много женщин, которые оставили свой вклад. Об этом нужно говорить, особенно на Смирновских чтениях, поскольку мы затрагиваем работы не только Владимира Александровича Смирнова, но и Елены Дмитриевны.

Трудно переоценить то место, которое в истории логики занимает Львовско-Варшавская школа. Однако и в самой истории данной школы есть моменты, практически не известные отечественному читателю. Эти моменты связаны с тем вкладом, который был сделан женщинами-логиками, ученицами К. Твардовского. Цель предлагаемого доклада – осветить роль и место учениц Твардовского в развитии логики, в установлении и поддержании связей Львовско-Варшавской школы с Венским кружком, что позволит увидеть логические исследования польских логиков в более широком философском контексте.

Присутствие женщин в Львовско-Варшавской школе в 1920-е гг. и 1930-е гг. было следствием того, что К. Твардовскому, ученику Франца

Брентано в Вене, было предложено создать кафедру философии в рамках Польского университета во Львове. Чтобы женщины могли поступать в университет, Твардовский позаботился о том, чтобы для них была основана средняя школа в том же городе. Одними из самых ярких представительниц, подготовленных школой являются: Яна Ина Хосиассон, Изидора Дламабска, Мария Оссовская, Янина Ко Тарбинска и Мария Кокошиньская-Лутманова. Однако, в фокусе нашего внимания будет находиться М. Кокошиньская-Лутманова.

После получения степени доктора философии, защитив диссертацию «Общие и неоднозначные имена» под руководством Твардовского, Кокошиньская-Лутманова стала его помощницей, а вскоре, после второй мировой войны сама организовывала занятия по логике во Вроцлавском университете. В рамках Львовско-Варшавской школы, Кокошиньская-Лутманова защитила тезис о том, что научная метафизика возможна и не следует ограничивать логику науки синтаксисом. Кроме того, она критиковала более ранние, более радикальные интерпретации идеи единства науки. На ее взгляды также повлиял А. Тарски, она проанализировала и популяризировала результаты его работ о семантике. В 1930-е годы Кокошиньская-Лутманова поддерживала контакты с членами Венского кружка и стала своеобразным связующим звеном между польскими логиками и венской группой. В Польше она излагала взгляды членов Венского кружка, а в Вене, подчеркивала результаты своих польских коллег. Ее защита семантического понятия истины Тарского и собственное семантическое объяснение истины, возможно, способствовали дальнейшему положительному восприятию Тарского членами Венского кружка. Карнап, в частности, убедился, что возможна логическая семантика и точное определение определенной роли истины.

Кокошиньская-Лутманова интересовалась теорией языка и методологией науки. В области семантики она предоставила анализ сентенциальных функций, концепции аналитичности и концепции истины. В области методологии науки,она сосредоточилась на различении дедуктивных и не дедуктивных наук, идее единства наук и статуса метафизики. В рамках Львовско-Варшавской школы философ представляла мнение согласно которому наука считается системой предложений с единой логической структурой, и поэтому ее можно проверить и скорректировать, используя теоретические инструменты логики, методологии или логической семантики. Наряду с этим особое внимание она уделяла вопросу логической формы предложений и их обоснованности. Она была сторонницей точки зрения, согласно которой переменные, появляющиеся в пропозициональных функциях значимы и что их значение является неотъемлемым компонентом смысла всех замен; другими словами, это значение, разделяемое всеми этими заменами. По логике позитивистов (особенно Карнапа) истина, а также некоторые другие очевидно семантические понятия – могут (и должны быть) определены в терминах синтаксиса и, таким образом, вся метанаучная рефлексия сводится к синтаксическому анализу языка науки. Кокошиньская-Лутманова противопоставила такой позиции предложения, изложенные Тарским и Гёделем и пришла к выводу, что программа позитивистов слишком радикальна, поскольку семантика неизбежна и необходима, что проистекает особенно из работ Тарского.

Существенна также критика Кокошиньской-Лутмановой идеи, провозглашенной Венским кружком, хотя она сопровождается уважением и восхищением их вкладом в развитие философии – философ не останавливается на указанном разногласии. В своих более поздних работах она вернулась к предупреждению о том, что принцип примата чистого синтаксиса заходит слишком далеко. Одной из основных причин для неопозитивистов установить этот принцип, была их идея единого научного языка. Они считали, что такого единства может достичь на этом очень абстрактном уровне только чистый синтаксис. Кокошиньская-Лутманова указала, что такое отношение либо: (а) бесполезно – поскольку это просто предположение, что все эмпирические научные утверждения могут быть выражены на одном универсальном языке, и на самом деле нет убедительных доказательств, чтобы принять это предположение как правильное; или (б) неверно - потому что было неопровержимо доказано, что логическое знание не может быть выражено на одном языке, поскольку семантические утверждения всегда требуют выражения другого языка, а именно метаязыка.

Можно сказать, что, несмотря на негативную оценку некоторых способов, которыми неопозитивисты реализовывали свою программу, Кокошиньская-Лутманова в целом делилась своими основными философскими идеями. Ее критика была направленане на то, чтобы подавить логический позитивизм, а, скорее, на признание его слабости в некоторых пунктах и, таким образом, дать возможность пересмотреть эту теорию и, в конечном итоге, укрепить ее. Хотя верно, что Львовско-Варшавская школа противостоит любым формам спекулятивной метафизики, философ не поддерживала тезис логического позитивиста о том, что метафизические предложения бессмысленны. Как утверждала Кокошиньская-Лутманова, эмпирическую неразрешимость и бессмысленность следует различать, утверждения могут быть расплывчатыми или, если они ясны, спорными, но они не лишены смысла.

В 30-е годы, когда программа Венского кружка приняла окончательные формы, ее прокомментировали во Львове и Варшаве и сравнили с результатами польских логиков и философов. В своих статьях Кокошиньская-Лутманова отмечает, что концепция идеи единства науки «никогда удовлетворительно не разъясняется в Венском кружке». Она предложила объяснение этой идеи единства науки и высказывала свои оговорки к этому. Философ отмечала, что эта идея состоит из двух частей: положительной и отрицательной. Отрицательный – следствие взгляд Венского кружка на метафизику. Смысловые предложения встречаются только в науке:

в этом смысле наука это единство. Метафизики только выражают свои чувства и ничего не заявляют, поскольку их взгляды не поддаются эмпирической проверке. По мнению Кокошиньской-Лутмановой, самый сомнительный элемент идеи единства науки – это утверждение, что все научные предложения могут быть выражены только одним языком. То, что такое утверждение ложно, уже было показано семантическим анализом, предложенным в Львовско-Варшавской школе: чтобы определить даже самые простые семантические концепции, нужно нужен метаязык, который отличается от объектного языка.

Женщины не только стали полноправными участницами философский дебатов, но и важным связующим звеном между различными школами и идеями. Вклад женщин-логиков в истории логики, на примере Кокошиньской-Лутмановой, показывает свою разнородность и несомненную важность.

Литература

[1] Brozek A. *Maria Kokoszyńska: Between the Lvov-Warsaw School and the Vienna Circle* // Journal for the History of Analytical Philosophy Volume 5, №2, 2017. P. 18–36.

[2] Brozek A., Stadler F., Wolenski J. (eds.) *The Significance of the Lvov-Warsaw School in the European Culture.* (Vienna Circle Institute Yearbook). Springer. 2017. 355 p.

[3] Garrido A., Wybraniec-Skardowska U. (eds.) *The Lvov-Warsaw School: Past and Present. "Studies in Universal Logic"* Springer International Publishing AG. 2018. 802 p.

[4] Kokoszynska M. *W sprawie walki z metafizyk, [On the Battle against Metaphysics]* // Przegl, ad Filozoficzny 41, 1938. P. 9–24.

[5] *Warsztaty Filozoficzne Centrum Badań nad Tradycją Szkoły Lwowsko-Warszawskiej.* Philosophy Workshops Research Center on the Tradition of the Lviv-Warsaw School `https://sites.google.com/uw.edu.pl/lws-workshop/warsztaty-cbslw?authuser=1`

Эпистолярий как источник историко-логического исследования: два примера

Скрипник К. Д.
Южный федеральный университет
skd53@mail.ru

Аннотация: Цель доклада – рассмотреть переписку между учеными в качестве важного источника исторического и концептуального исследования развития логики. Переписка представляет интерес не только с точки зрения биографической, но как самостоятельное явление, если учесть, что обычно в письмах идеи автора представляются в более ясном и простом виде. В то же самое время понятно, что переписка не может рассматриваться в качестве единственного источника информации, и ее изучение должно быть делом профессиональной работы и проходить с учетом широкого контекста. В качестве примеров переписки как источника историко-логического исследования представлены письма Фреге Витгенштейну, в особенности те, что посвящены «Логико-философскому трактату», а также переписка между леди Викторией Уэлби и Расселом, в частности, письма, посвященные обсуждению проблемы значения – центральной темы сигнифики Виктории Уэлби как науки о знаке, значении и значимости в широком смысле слова.

Ключевые слова: *эпистолярий, история логики, значение, Фреге, Витгенштейн, Уэлби, Рассел*

The Epistolary Heritage as a Source of the Study of the History of Logic: Two Examples

Skripnik K. D.
Southern Federal University
skd53@mail.ru

Abstract: The report considers correspondence between scholars as an important source of historical (and conceptual) research of development of logic. This source has not only a biographical, but also a substantive interest; especially since the presentation of ideas in letters is usually characterized by greater clarity and simplicity. At the same time, it should be understood that correspondence cannot be considered as the only source of information, the study should include both professional work and a broad context. Examples include Frege's letters to Wittgenstein, especially those dealing with the "Tractatus", and the correspondence between Victoria Lady Welby and Russell. Of particular interest are the letters that discuss the problem of meaning, which is the central theme of Welby's significs as a science of sign, meaning, and significance in the broadest sense of the word.

Keywords: *epistolary heritage, history of logic, meaning, Frege, Wittgenstein, Welby, Russell*

Эпистолярный жанр издревле использовался мыслителями не только как путь обмена мнениями или их обсуждения, но и как способ изложения своих взглядов в особой, более «простой», разговорной манере. Переписка многих известных ученых опубликована, стала неотделимой частью их трудов. Но вплоть до настоящего времени публикуются вновь обнаруженные письма известных ученых и философов, открывающие их взгляды с новой стороны, характеризующие неизвестные стороны их личности, знакомящие читателя с незнакомыми ранее или незаслуженно забытыми их корреспондентами и их идеями, выступая новым сортом текстуальных факторов. Сталкиваясь с перепиской, исследователь должен решить, отражает ли данная переписка просто некоторые биографические характеристики, не представляющие большого интереса для профессиональной деятельности, ведущие в никуда с точки зрения исторического или концептуального анализа, или же к переписке нужно относиться как к такому источнику, который не уступает профессиональным текстам.

Представляется достаточно очевидным, но, тем не менее, заслуживающим упоминания, тот факт, что письма сами по себе не могут обеспечить адекватную интерпретацию отношений между корреспондентами. Для обеспечения последней необходимо привлечь дополнительные материалы, создающие и определенный фон, широкий контекст, в который следует включить (при наличии) письма авторов к другим своим корреспондентам, письма данных корреспондентов к иным адресатам и, конечно же, профессиональные тексты и комментарии к ним. Исследования корреспонденции и аутентичных текстов представляются дополняющими друг друга: если во главу угла ставится текстологическое исследование, корреспонденция привлекается в качестве дополнительного источника и vice versa. Это, со своей стороны, подчеркивает, что было бы неверным рассматривать письма как источники, вообще не обладающие ценностью с точки зрения целей профессионального исследования, равно как и сводить историко-логическое (шире – историко-философское) исследование исключительно к биографическим, психологическим и иным личностным особенностям авторов. Изданием, которое может служить иллюстрацией данного тезиса, является книга под редакцией Ж. ван Хейеноорта [1]. Книга включает полные тексты таких известных работ как *Begriffsschrift Фреге, Mathematical Logic as based on the theory of types* Рассела, *On the infinite* Гильберта и еще 34 статьи известных логиков; но помимо статей в сборник включены и письма Дедекинда Keферштайну, Кантора – Дедекинду, Рассела – Фреге и Фреге – Расселу.

К рассмотрению предлагается два примера, первый из которых – письма Фреге Витгенштейну [2], из числа которых выбрано 4 письма 1919–1920 гг., связанных с «Логико-философским трактатом». Письма опубликованы лишь в 1989 году, используемое издание содержит немецкоязычный оригинал и перевод его на английский язык. Интерес представляют признания Фреге в том, что он не понимает присланный ему Витгенштейном текст, объяснения этого непонимания, связанные с замечаниями в адрес сформулированной цели трактат, его стилем и манерой изложения. Фреге делает ряд концептуальных замечаний, связанных, в частности, недостаточностью или отсутствием детальных обоснований предложений «Трактата», и формулирует ряд требований, которым должен удовлетворять логический текст, На основе анализа указанных писем предпринимается попытка ответа на вопрос о том, какую роль сыграли замечания Фреге, сделанные в переписке, в профессиональных текстах Витгенштейна, насколько правильным является утверждение некоторых комментаторов о том, что высказывание Фреге о том, что текст «Трактата» оказывается скорее художественным, нежели научным достижением, (аналогичную оценку можно найти и у таких современных исследователей как Монк [3]) повлияло на формирование дихотомии аналитической и континентальной философии.

В качестве второго примера приводится переписка леди Виктории Уэлби и Рассела[4]. Имя Виктории Уэлби постепенно входит в профессиональный круг философов, логиков, лингвистов и семиотиков. Одним из самых примечательных достижений Уэлби, помимо создания новой науки о знаках, значении и сигнификации, стало формирование «эпистолярного» клуба: она поддерживала активную переписку более чем с 450 известными мыслителями и общественными деятелями. Первое письмо Расселу датируется 01.02.1904, вскоре после того, как Пирс объединил в одной своей рецензии для журнала “*Nation*” книги “*What is meaning?*” Уэлби и “*The Principles of Mathematics*” Рассела. Из переписки предлагается обратить внимание на четыре письма, написанные в 1905 году, в фокусе внимания которых находится проблема значения с точки зрения того, что ныне именуется «референциальной семантикой». Уже Пирс обратил внимание на имеющиеся содержательные связи между исследованиями Уэлби и Рассела, и сама Виктория Уэлби неоднократно обращает внимание на сходство их позиций, отмечая важность математики для исследования процессов сигнифики в самом широком смысле слова. В частности, она обращает внимание на важность «перевода» между различными знаковыми системами и языками, включая «перевод» с языка математики на язык философии, понимая «перевод» как метод исследования. Среди прочих тем обращает на себя внимание предлагаемое Уэлби оригинальное прочтение проблем, связанных с пониманием предложения «Нынешний король Франции лыс», с помощью предлагаемого сигнификой выделения трех уровней значения – смысла, значения и значимости. Уэлби неоднократно акцентирует важность математики и логики для теории значения и для необходимости перевода языка математики на язык философии для обеспечения ясного и корректного мышления. Уже по прошествии лет Рассел в рецензии на известную книгу Огдена и Ричардса [7] признает, что он не знал ничего о проблеме значения, пока не познакомился с книгой леди Уэлби (правда, отношение Рассела к ее работам, особенно в первые годы знакомства, вряд ли можно назвать благожелательным).

Представляется, что подробное изложение содержания переписки, упомянутой в приведенных примерах, будет в достаточной степени поддерживать тезис о важности эпистолярия в исторических и концептуальных исследованиях становления и развития логики.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №20–011-00261

Литература

[1] Heijenoort van J. (ed.) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic*, 1879–1931. Cambrdge, Mass.: Harvard University Press, 1967. 660 p.

[2] De Pellegrin E. (ed.) *Interactive Wittgenstein. Essays in Memory of Georg Henrik von Wright.* Dordrecht: Springer, 2011. 208 p.

[3] Monk R. *How to Read Wittgenstein.* London: Granta Books, 2005. 114 p.

[4] Petrilli S.*Signifying and Understanding.* Berlin: Walter de Gruyter, 2011. 1048 p.

[5] Russell B. *"The Meaning of Meaning": Review of Ogden and Richards "The Meaning of Meaning"* // Frohmann B., Slater J G. (eds.) The Collected Papers of Bertrand Russell. Vol. 9. London, Routledge, 1988. 720 p.

О понимании логики у Адольфа Тренделенбурга и Германа Когена

Сокулер З. А.
Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова, Философский факультет.
zasokuler@mail.ru

Аннотация: Понятие логики получало много разных истолкований в истории философской мысли. Адольф Тренделенбург, выступая против Гегелевского понимания логики, выдвинул требование, чтобы логика опиралась на методологию конкретных эмпирических наук. Подобное понимание логики развивал далее Германн Коген. С его точки зрения, логика чистого познания является ни чем иным как методологией математизированного естествознания.

Ключевые слова: *Адольф Тренделенбург, Германн Коген, логика, методология эмпирических наук как логика*

On the Understanding of Logic by Adolf Trendelenburg and Hermann Cohen

Sokuler Z. A.
Moscow, Lomonosov Moscow State University, Department of Philosopy
zasokuler@mail.ru

Abstract: The concept of logic has received many different interpretations in the history of philosophical thought. Adolf Trendelenburg, opposing the Hegelian understanding of logic, demanded that logic be based on the methodology of the concrete empirical sciences. This understanding of logic was continued and developed by Hermann Cohen. For him, the logic of pure cognition is the methodology of mathematical natural science.

Keywords: *Adolf Trendelenburg, Hermann Cohen, logic as a scientific metodology*

Понятие «логика» имеет много значений; это слово присутствует в названиях многих трудов, составлявших веху в истории философии. «Наука логики» Гегеля, «Логика чистого познания» Когена, «Логические исследования» Тренделенбурга и «Логические исследования» Гуссерля, – эти названия суть исторические свидетельства многообразия пониманий того, что такое логика, а также попыток придать этому богатому ассоциациями слову свой смысл. Среди них формальная логика оказывается одной из возможных логик. Не будем забывать, что сама идея формальной логики связана с аристотелевской метафизикой материи и формы.

Идею не формальной, а содержательной логики высказал Кант. В его понимании, трансцендентальная логика исследует то содержание, которое привносит в изучаемый объект сам познающий субъект, и суждения, которые становятся истинными на этой основе. Впоследствии Гегель объявил логику наукой о мышлении, которое само создает свою материю, свой предмет. Будучи наукой о мышлении, она должна одновременно быть наукой о всеобщем, которое охватывает все особенное. Такое понимание логики неразрывно с гегелевской метафизикой.

Важную роль в критике гегелевской системы, прежде всего гегелевского понимания логики, сыграл Адольф Тренделенбург. Принципиальный его изъян он видел в том, что: «философия Гегеля не предложила такой модели логики, которая была бы применина в частных науках. Упрекая в несостоятельности «Науку логики», Тренделенбург сформулировал новое требование к философии: отныне она должна разработать логику, соотносимую с потребностями частных наук» [1, с. 3]. М. Р. Демин отмечает, что заявленное Тренделенбургом новое понимание логики вызвало в немецкой философии бурную дискуссию, получившую название «логический вопрос» (в течении примерно трех или четырех десятилетий после критической публикации Тренделенбурга, 1843 г.). Итак, Тренделенбургом было заявлено, что философия должна ориентироваться на развитие *частных наук*, а логика и должна быть теорией реального, эмпирического познания.

Первое издание основного труда Тренделенбурга «Логические исследования» вышло в 1842 г. По мнению Тренделенбурга, любая частная эмпирическая наука своим особым путем ведет к метафизике, т.е. пониманию связи частного и всеобщего. В то же время каждая наука имеет свой метод. Однако в своеобразии этих методов «обнаруживается одно и то же мышление, которое так или иначе умеет всегда приноровиться к предмету, чтобы его постигнуть» [2, с 11]. Во всех научных методах «мышление обличает свое единое, верное себе существо, могучее при весьма немногих средствах» [2, с 11]. То общее в научных методах, в чем открывается мышление как таковое, и должно стать предметом логики. Центральными понятиями логики в таком истолковании оказываются понятия части и целого.

Дальнейшее развитие идеи о неразрывной связи логики с теорией науки мы находим в основном труде Г. Когена «Логика чистого мышления». Чистое мышление для него равнозначно чистому, т. е. не имеющему другого источника, кроме самого мышления, познанию. А таковое познание представлено прежде всего методологией точного математизированного естествознания.

«Логика чистого мышления» это очень сложная, объемная и многоплановая работа. Не пытаясь представить в ограниченном объеме ее резюме, обратим внимание на некоторые своеобразные черты представленного в ней понимания логики. Коген выстраивает логику чистого мышления как логику суждения; именно суждение, а не понятие и не умозаключение представлены как операциональная единица чистого мышления. Ведь в суждении выражается *деятельность* чистого мышления, тогда как понятия и категории представляют образы этой деятельности [3, s. 586]. Можно было бы сказать, что суждение в понимании Когена оказывается «векторной» величиной, оно указывает на направление движения мысли, тогда как понятия и категории выступают величинами «скалярными»; впрочем, сказанное не отменяет тесной связи между ними.

Что касается умозаключений, то на них лежит важная функция: выстраивая мысли в цепи заключений, они позволяют контролировать их, обнаруживать слабые звенья, различать их доказательную силу. [3, s. 175]. Однако, утверждает Коген, традиционная силлогистика не в состоянии выполнить эти задачи. Силлогистика Аристотеля, по его мнению, это метафизическая теория, претендующая на открытие истины и использующая метафизическое понятие всеобщего, от которого Коген предостерегает логику чистого познания. Здесь уместно вспомнить, что Г. Фреге, который строит свою новую логику как логику математического мышления (и он считает ее логикой чистого мышления) тоже отказывается от аристотелевской силлогистики.

Логика чистого познания строится Когеном на основе его осмысления того направления в развитии точного математизированного естествознания, которое оно приняло в конце XIX века. Такой подход, на наш взгляд, имеет преимущества перед подходами, которые пытаются вложить методологии конкретных наук в выстроенные внутри логики исчисления. Нам представляется, что понимание логики, заданное работами Тренделенбурга и Когена, может оказаться продуктивным для современных логических исследований и для философии логики. Но в то же время надо признать, что логика такого рода оказывается уязвимой: ее построения могут быть поставлены под вопрос дальнейшими научными революциями.

Литература

[1] Демин М. Р. *Проект «теории науки» и логические исследования Адольфа Тренделенбурга.* `https://cyberleninka.ru/article/n/proekt-teorii-nauki-i-logicheskie-issledovaniya-adolfa-trendelenburga`. Дата обращения 2 мая 2021.

[2] Тренделенбург А. *Логические исследования. Часть 1. Перевод. Е. Корша* М., 1868.

[3] Cohen H. *Logik der reinen Erkenntnis. Dritte Auflage.* Berlin, Bruno Cassirer Verlag, 1922.

«Логика» Евгения Сырейщикова: перевод или авторское сочинение?

Тоноян Л. Г.
Санкт-Петербург
tonoyan2003@list.ru

Аннотация: Доклад посвящен рукописному учебнику по логике, написанному Евгением Борисовичем Сырейщиковым (1757–1791) в 1788 году. Первоначально он преподавал логику в Московском университете, а с 1784 года – в Санкт-Перербургском главном народном училище. Рукопись принадлежит к числу наиболее известных сочинений по логике, написанных в России в 18 веке. До настоящего времени ни сама рукопись, ни какое-либо посвященное ей специальное исследование, не опубликованы. В данном докладе дается ответ на вопрос, является ли рукопись простым переводом учебника И. Г. Г. Федера.

Ключевые слова: *Е. Б. Сырейщиков, история логики в России, учебники по логике 18 века*

Evgeny Syreishchikov's "Logic": Translation or Author's Work?

Tonoyan L. G.
Saint-Petersburg
tonoyan2003@list.ru

Abstract: The subject of analysis in the report is a handwritten textbook on logic, compiled by Evgeny Borisovich Syreishchikov (1757–1791) in 1788. He taught logic first at Moscow University, and from 1784 at the St. Petersburg Main People's School. The manuscript is among the top ten works on logic written in Russian in the 18th century. Until now, neither the textbook itself nor research on it has been published. The report is devoted to answering the question of whether the manuscript is a simple translation of the textbook by I.G.G. Feder.

Keywords: *E. B. Syreishchikov, history of logic in Russia, textbooks of the logic of the 18th century*

«Логика» Е. Б. Сырейщикова [3] – одно из первых учебных пособий по логике, написанных на русском языке, сложившемся в ломоносовскую эпоху. Учебник, предназначенный «для употребления будущих Университетов и гимназий», был заказан автору Комиссией об учреждении народных училищ Министерства народного просвещения, а представленная рукопись была признана «весьма способною» к употреблению. Тем не менее, рукопись не была опубликована и даже не числится среди сочинений

Е. Б. Сырейщикова. Несомненно, рукопись заслуживает более пристального внимания и может заполнить неизвестную страницу истории логики в России XVIII века.

Сырейщиков Е. Б. (1757-1791) – русский философ, педагог, филолог, писатель и переводчик, экстраординарный профессор Императорского Московского университета, а впоследствии, а с 1784 г. и до смерти – преподаватель Санкт-Петербургского Главного народного училища. В 25-ти томном Русском биографическом словаре приводятся более подробные сведения о нем: «Сырейщиков, Евгений Борисович, педагог-писатель и переводчик, экстраординарный профессор Московского университета; учился в Московском университете, куда вступил студентом в 1770 г. на историко-филологический факультет. Университетский курс проходил под руководством проф. Барсова и кончил с похвалою. 11 сентября 1779 г. был назначен преподавателем правил российского слога и славянского языка, а также логики и нравственности в университетской гимназии. Вместе с тем он исправлял должность переводчика и издателя «Московских Ведомостей». Во внимание к его «способностям, усмотренным во время его службы при гимназии», С. произведен был в экстраординарные профессора. 22 мая 1784 г. был переведен на службу в Петербург, в комиссию об устройстве народных училищ, и стал одним из сотрудников Янковича де Мириево по подготовке учителей и составлению учебников для народных школ. В организованной Янковичем учительской семинарии С. преподавал российский и славянский языки, российскую словесность, логику, нравственность, т. е. особенно ответственные предметы, и состоял редактором журнала «Растущий Виноград», в котором главным образом сотрудничали ученики учительской семинарии. В «Растущем Винограде» помещены некоторые переводы его из Тацита. Умер С. в Петербурге в 1790 г. Из учебников им составлены «Краткая российская грамматика в пользу юношества» (Москва, 1793), «Краткая российская грамматика, изданная для народных училищ», выдержавшая 7 изданий (СПб., 1787–1805). Напечатаны две его речи: «Слово на высокоторжественный день рождения Импер. Екатерины II, произнесенное в публичном университетском собрании 24 апреля 1780 г.» (М., 1780) и «Речь о пользе нравоучения при воспитании юношества, произнесенная в университетском собрании 30 июня 1783 г.» (М., 1783). Из переводов его вышли в свет: «Открытое зеркало для всех, или редкое чудо нынешнего века, о свойствах дружества», соч. Карачкиоли, с французского (М., 1775); «Опыт истолкования гиероглифов и надписей, находящихся на некоторых древних монетах», соч. Ивана Коха, с латинского (СПб., 1788.); «Крестьянка-философка, или приключения графини М. А. Де-Румие», с немецкого (М., 1767 г., изд. 2-е, 1788 г.); «Опыт изъяснения свингов» соч. И. Коха, с латинского (СПб., 1798 г.) [2, с. 223–224].

Как видим, «Логика» среди сочинений Е. Б. Сырейщикова даже не упомянута. Автор интересен нам тем, что он преподавал много лет логику, как в Москве, так и в Санкт-Петербурге, в городах, в которых складывались свои собственные традиции преподавания логики. Е. Б. Сырейщиков, по-видимому, имел возможность сравнить эти школы. Интересующая нас «Логика» написана в Санкт-Петербурге в 1788 г. То, что дореволюционные издания не содержат сведения о его «Логике», объясняется тем, что «Логику» он написал незадолго до смерти, будучи уже не профессором Московского университета, а преподавателем учительской семинарии при Санкт-Петербургской Комиссии об устройстве народных училищ. В современных справочниках по истории русской философии, истории логики встречаются лишь краткие упоминания об этом учебнике.

Рукопись была обнаружена в 1956 г. студентами философского факультета ЛГУ в Центральном государственном архиве СССР (ЦГИАЛ, сейчас РГИА). Обучавшийся на кафедре логики ЛГУ студент Зверев В. М., позже защитивший кандидатскую диссертацию по истории логики в России, приступил к исследованию рукописи, однако, результаты этого исследования также, к сожалению, не были опубликованы. Перепечатка рукописи и некоторые материалы данного исследования, а именно, выписки из архива комиссии об учреждении народных училищ Министерства народного просвещения были переданы им на кафедру логики и находятся в данный момент у автора доклада. В общих чертах можно о «Логике» Сырейщикова сказать следующее. Рукопись занимает 75 листов размером 20 на 31 см. Текст выписан каллиграфическим подчерком. Написана «Логика» ясным, понятным русским языком. Латинским логическим терминам, приведенным в скобках, везде находится русский аналог. В этом также чувствуется явное влияние деятельности М, В. Ломоносова в области создания логической терминологии на русском языке. «Желающим более успеть в сей науке» Е. Б Сырейщиковым рекомендован обширный список литературы, который весьма примечателен. Это учебники на латинском (8 названий), немецком (3 названия), французском языках (6 названий, среди которых обращают на себя внимание труды Мальбранша и Локка). Какой же из этих учебников стал основным источником для Е. Б. Сырейщикова?

А. Н. Круглов в статье «Преподавание логики в Императорском Московском университете XVIII» подробно описывает учебники по логике, используемые тогдашними профессорами университета и гимназии. Упоминается им также и рукопись Е. Б. Сырейщикова и по ее поводу делается следующая приписка: «Является ли это собственным сочинением Сырейщикова или переводом – в этом случае наиболее вероятен Федер как автор – без знакомства с рукописью сказать невозможно» [1, с 165]. Учебники И. Г. Г. Федера на немецком и латинском языках получили тогда в Германии и в России очень широкое распространение. По этому учебнику читал логику с 1788 г. в Московском университете и А. А. Барсов, учитель Е. Б. Сырейщикова. А. Н. Круглов отмечает также, что готовился на русском языке и перевод учебника Федера [4], которым в 1786 году занимался покинувший университет Сырейщиков [1, с. 174]. Упоминает учебник Федера и сам Сырейщиков в списке рекомендуемой литературы. Кроме того, тогда же Е. Б. Сырейщиков перевел и «Философию» Федера. Не вызывает сомнения то, что Сырейщиков был знаком с «Логикой» Федера. Доклад будет посвящен выяснению вопроса о том, является ли рассматриваемая рукопись простым переводом «Логики» Федера, или автором были использованы иные источники.

Исследование проводится при поддержке гранта РНФ №18-78-10051 «Византийский фактор в формировании русской логической традиции».

Литература

[1] Круглов А. Н. *Преподавание логики в Императорском Московском университете XVIII века* //Логико-философские штудии, издательство Региональная общественная организация Санкт-Петербургское философское общество. СПб, том 18, №2, СПб, 2018.С. 161–195.

[2] *Русский биографический словарь в 25 томах.* СПб. М., 1896–1918. т. 20 (1912). С. 223–224.

[3] Сырейщиков Е. Б. *Логика коллежского асессора Сырейщикова: для употребления будущих университетов и гимназий.* 1788. Рукопись. РГИА, ф. 732, оп. 1, без даты, д. 471, лл. 1–75.

[4] Feder Johann Georg Heinrich. *Lehrbuch der Logik und Metaphysik.* Göttingen, 1769.

Логика в Ленинградском государственном университете в период Саратовской эвакуации (1942–44 гг.) по документам Цетрального Государственного Архива Санкт-Петербурга.

Черноскутов Ю. Ю.
Санкт-Петербургский Государственный Университет
chernoskutov@mail.ru

Аннотация: На основе архивных документов описывается история возобновления преподавания логики в ЛГУ, совпавшая по времени с периодом эвакуации в Саратов в 1942 г. Рассматривается роль и место логики в учебных планах и расписании на 1942/43 и 1943/44 учебные годы. Отдельное внимание уделяется учебной программе курса логики, разработанной проф. Шемякиным в 1942 г.

Ключевые слова: *Логика, Ленинградский университет, Саратовская эвакуация, учебный план, учебная программа*

Logic in Leningrad State University during evacuation in Saratov (1942–44) on the materials of Saint-Petersburg Central State Archive.

Chernoskutov Yu. Yu.
Saint-Petersburg State University
chernoskutov@mail.ru

Abstract: Grounding on the archive materials, we try to describe the renascence of logic teaching in Leningrad University when the latter has been evacuated to Saratov in 1942. The role and place of logic in the curriculum and alumni of that period is disclosed. Special attention is paid to exposing the first program of logic course, developed by prof. A. N. Shemyakin in 1942.

Keywords: *Logic program, curriculum, Leningrad university, evacuation in Saratov*

Согласно рукописному учебному плану, написанному деканом философского факультета М. В. Серебряковым [1, д. 731], который утвержден проректором по учебной части А. Комаровым 21.07.1942 г., преподаваемые на философском факультете учебные дисциплины разбиты на четыре «комплекса». Первый, «важнейший», включил в себя исторический и диалектический материализм, основы марксизма-ленинизма и политэкономию. Второй образован «философскими» науками и включает в себя логику, историю философии и другие частные историко-философские дисциплины. Третий – «исторические» науки, помимо собственно исторических курсов от доклассовых обществ до истории народов СССР, он содержит также историю литературы – русской и «всеобщей». Наконец, четвёртый комплекс образован естествознанием: основы высшей математики, физики, химии, биологии, психологии, астрономии и космогонии.

На изучение логики по этому плану отведено 134 часа, из них 100 часов лекций и 34 часа семинаров, завершиться оно должно экзаменом в шестом семестре.

Учебный план на следующий, 1943/44 учебный год [1, д. 811], тоже подготовленный деканом М. В. Серебряковым, предусматривает разделение факультета на два отделения: 1) философии, 2) логики и психологии. Теперь преподаваемые дисциплины разбиты на три «концентра». В первый входят те, которые читаются всем студентам факультета, во второй – для одного из двух отделений, в третий – курсы, предназначенные для той или иной специализации. В первый концентр включен общий курс логики; на отделении логики и психологии должны читаться (начиная с 5-го семестра) формальная и диалектическая логика, психология, педагогика и физиология чувств. Любопытно, что курс «основы высшей математики» предусмотрен для отделения философии, но не логики и психологии. С седьмого семестра должно начинаться изучение спецкурсов, в число которых для специальности «логика» входят история логики и экспериментальная психология.

Помимо философского факультета, в 1943/44 учебном году 34-часовой курс логики читался для всех трёх специальностей исторического факультета; на факультете политэкономии 100-часовой двухсеместровый курс логики предлагался в качестве факультативного.

Программу общего курса логики подготовил профессор Анатолий Николаевич Шемякин. В архиве сохранился отпечатанный на машинке экземпляр этой программы с подписью Шемякина, и объяснительная записка к ней, тоже с подписью Шемякина, датированная 1/XII 1942 года. Кроме того сохранилась написанная им же от руки записка, адресованная проректору, следующего содержания:

«Представляю, разработанный мною, проект программы по курсу логики. Прошу размножить его в количестве 5 экз.

25/I-43 г.

профес. Шемякин» [1, д. 736, л. 80].

Программа занимает тринадцать тетрадных страниц «в клеточку» большого формата. Состоит она из шести разделов. Два из них, вводный и заключительный «обзорный», занимают в совокупности одну страницу. К основным относятся разделы, озаглавленные как исторический («История понимания предмета и основные направления в логике XIX и XX в.в.»), номографический («элементарная логика»), методологический («методы и приёмы логического исследования») и обобщающий («мышление как психологический и логический процесс»). Содержательно программа выглядит довольно добротно, но для начала 1940-х гг. несколько архаично. В ней не отражены достижения символической логики предшествующих десятилетий, не упоминаются имена Фреге, Рассела или Гильберта. Суждения, помимо качества и количества, «по старинке» делятся на категорические, гипотетические и разделительные, а также проблематические, ассерторические и аподиктические. Немного забавно, что математическая логика XIX века характеризуется «как завершение формальной логики средневековья» [1, д. 736, л. 82об] и среди её представителей указаны Гербарт, Дробишь, Луи Льяр, Д.Бентам, Гамильтон, Томсон, де-Морган, Буль, Грассман (именно так эти имена написаны в оригинальном тексте). Вместе с тем в методологическом разделе неожиданно подробно (для такого типа логического курса), в шести строках, расписаны вероятностные методы с упоминанием закона больших чисел, теорем сложения и умножения вероятностей, теории ошибок.

В целом, программа производит впечатление не вполне гармоничного соединения двух частей. Первая из них – второй и третий разделы – отражает взгляды, характерные для ведущих Петербургский логиков в начале XX века. Вторая, содержащаяся в четвёртом и пятом разделах, представляет собой непростой сплав серьёзного изложения некоторых проблем методологии науки и философии логики с официальной философией того времени.

Согласно расписанию занятий философского факультета на 1942/43 учебный год, А. Н. Шемякин вёл занятия по логике на первом и третьем курсе [1, д. 748, л. 30]. Второй курс фактически не существовал по причине отсутствия студентов. На нём должны были бы учиться студенты, зачисленные на первый курс в 1941 году; в целом по университету, этот курс был самым малочисленным. Поскольку же философский факультет был учреждён только в 1940 г., третий курс был на нём самым старшим. В 1942/43 учебном году, в Саратовской эвакуации, он насчитывал лишь двух студентов. На первый курс в 1942 году было зачислено шесть человек.

Чуть ранее Шемякин подготовил также программу курса «Психология». Сохранившаяся объяснительная записка к ней написана автором от руки и датирована 14/X 1942 г. Эта программа представляла собой сокращённую программу такого же курса для педагогических вузов, изданную наркоматом просвещения в 1938 году. В своей записке проф. А. Н. Шемякин, объясняет это сокращение следующим образом: «Так как, программа педвузов рассчитана на 80 лекц. часов – её необходимо сократить, учитывая, что в Л.Г.У. отводится на весь курс всего 52 лекц. часов». [1, д. 736, л. 90]. Кроме философского, Шемякин вёл этот курс и на филологическом факультете, где он был включен в учебный план и внесён в расписание. Наконец, согласно расписанию, проф. Шемякин читал курс философии на физическом и математико-механическом факультетах. Занятно, что на остальных факультетах в расписании значится курс не философии, но диалектического и исторического материализма, который читала Е. Х. Гимельштейн.

Общая картина преподавания логики в следующем, 1943/44 учебном году, представляемая архивными документами, выглядит неоднозначно. С одной стороны, как уже отмечалось выше, ей отведено важное место в учебном плане. В штатном расписании ЛГУ появляется кафедра логики и психологии в составе зав. кафедрой, профессора и доцента [1, д. 819, л. 46]. Это находит отражение в штатном формуляре профессорско-преподавательского состава (с тем исключением, что в нём отсутствует должность доцента); профессором кафедры логики, обязанным преподавать логику и психологию, в него вписан А. Н. Шемякин. С другой стороны, в расписании занятий философского факультета за этот учебный год как в первом, так и во втором семестре, логика отсутствует. Более того, в объяснительной записке к штатному расписанию (к сожалению, без точной даты) декан М. В. Серебряков сообщает, что «В профессорско-преподавательском составе Философского ф-та не имеется специалистов по логике и истории логики, по истории русской философии, социологических и этических учений. Ныне они не читаются и не включены в годовые часы наличного персонала» [1, д. 818, л. 66].

Как можно видеть, на данный момент общую картину с преподаванием логики в ЛГУ в период 1942-44 гг. трудно назвать полной и отчётливой. Мы также не располагаем достаточным объёмом достоверных сведений о биографии и научной карьере А. Н. Шемякина, чтобы делать твёрдые предположения о подлинной степени его участия в разработке программы курса логики. До первой мировой войны он закончил два курса Читинского учительского института. По некоторым сведениям, уже после Гражданской войны он закончил своё образование в том же учебном заведении, которое было преобразовано в Институт народного образования. Однако в штатном формуляре ППС ЛГУ это не отражено. В декабре 1934 г. наркомпросом Татарской АССР ему было присвоено звание профессора, несмотря на отсутствие научной степени (по крайней мере, об этом нет документальных свидетельств). Осенью 1944 г., уже в Ленинграде, Б. Г. Ананьев включил его в состав только что образованной кафедры психологии; в 1947 г. Шемякин защитил докторскую диссертацию по психологии под руководством того же Ананьева. С 1951 по 1968 год он возглавлял им же организованную кафедру психологии и педагогики в Уральском Государственном университете. О каких-либо публикациях А. Н. Шемякина по логике нам ничего неизвестно.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ, грант №20-011-00144.

Литература

[1] *ЦГА.* Фонд 7240, опись 14.

Логическое учение Л. Г. фон Якоба в контексте критической философии

Шевцов А. В.
Москва
ashevzov@mail.ru

Аннотация: В статье рассматривается логическое учение Людвига Генриха фон Якоба (1759–1827), немецкого философа конца XVIII – начала XIX вв. Сочинение Якоба по логике называлось «Начертание всеобщей логики и критические начала всеобщей метафизики» (1788), в этом фундаментальном труде Л. Г. фон Якоб развивал идею о том, что в науке логики надо использовать символы и формулы математики, которые в логике будут являться знаками. Поэтому логику по мысли Якоба надо редуцировать к математике, чтобы приблизиться к точности и порядку. Цель своего труда Л. Г. фон Якоб определял в качестве плана сделать введение в научное изучение философии. Для этого необходимо изучать законы, по которым мыслит рассудок, и условия, под которые он должен подстраиваться, чтобы с их учетом правильно мыслить. Л. Г. фон Якоб разрабатывал в своей логике учение о сорите, о гипотетических суждениях. Якоб являлся собеседником Канта. Около 10 лет Л. Г. фон Якоб жил и работал в России.

Ключевые слова: *Л. Г. фон Якоб, логика, критическая философия, Кант, сорит, гипотеза, имманентная философия, В. Шуппе, математика, формализация логики*

The Logical Doctrine of L. H. von Jakob in the Context of Critical Philosophy

Shevtsov A. V.
Moscow
ashevzov@mail.ru

Abstract: The report deals with the development of the logical teachings of Ludwig Heinrich von Jakob (1759–1827), the German philosopher of the late XVIII – early XIX centuries, the interlocutor of I. Kant, and in many ways the successor of his critical philosophy. The treatise of L. H. von Jakob “The outline of universal logic and the critical principles of universal metaphysics” (1788) is analyzed, parallels are drawn with individual ideas of Kant’s logic. Views on von Jakob’s logic are compared with the theory of logic by W. Schuppe and inherent philosophy.

Keywords: *Ludwig Heinrich von Jakob, logic, critical philosophy, Immanuel Kant, logical sorit, hypothese, inherent philosophy, Wilhelm Schuppe, mathematic, formalization of logic*

Логическое учение было изложено Людвигом Генрихом фон Якобом в основательном сочинении «Начертание всеобщей логики и критические начала всеобщей метафизики», первое издание которого вышло в 1788 г. Мы здесь будем пользоваться четвертым изданием, вышедшем в 1800 г. С первых страниц, Якоб подчеркивает, что он идет вслед за Кантом, но, может быть, более рельефно оттеняя опорные места критической философии. Так, первая часть сочинения Якоба «Начертание ...» содержит два раздела, в первом разделе «Всеобщая логика», первая часть – это «Аналитика» и «Логическое учение о методе», Вторая часть этого сочинения называется «Диалектика или критика истины». Во второй части, скорее, во второй книге, соответствующие главы посвящены критической реконструкции и разбору сочинений Канта, поэтому и озаглавлены Якобом как «Критика силы суждения» и «Критика практического разума», отдельные параграфы Якоб посвятил критике всякой онтологии, всякой трансцендентальной психологии, трансцендентальной космологии и трансцендентальной теологии.

Л. Г. фон Якоб просматривает современную ему логику, с похвалой отзываясь о фундаментальном учении Вольфа, обновившем Органон по логике. Далее Якоб упоминает Ламберта. Затем Якоб приходит к выводу, что надо начинать с постройки системы, чтобы новый Органон стал определенным каноном, надо учитывать антропологию, психологию и собственно критику. Для этого требуется переоценить выводы, которые сделал г-н проф. Кант (и Якоб далее везде с почтением обращается к Канту, и относится к нему с пиететом и щепетильностью). Якоб писал, что в науке логики надо использовать формулы, поэтому логику надо редуцировать к математике, чтобы приблизиться к точности и порядку. Цель своего труда Якоб определял как сделать введение в научное изучение философии. Для этого необходимо изучать законы, по которым мыслит рассудок, и условия под которые он должен подстраиваться, чтобы с их учетом правильно мыслить. Второе, чтобы силы своего собственного разума определяли границы своего познания, и первым делом здесь для своих исследований надо построить правильную методологию, а для этого надо изучить высшие принципы познания и действия. Поэтому надо начинать с логики как пропедевтики к метафизике, основные положения которой содержаться в Критике разума и метафизике. Венчает Аналитику первого раздела книги Якоба учение о логическом сорите, где каждый сорит состоит из гипотетических суждений [2, с. 110]. Первая часть есть прогрессивная (gemeine), а последняя часть – регрессивная часть гипотетического сорита. Во второй части книги Якоб писал о логическом совершенстве человеческого познания, и эта часть посвящена субъективным условиям человеческого мышления. В части, где Якоб говорил о диалектике, речь шла о критике истинного, это место посвящено субъективным условиям человеческого мышления [2, с. 111]. Эта часть сочинения Якоба касается практики речи [2, с. 210–239], [6, с. 210–239]. Заметим, что и в других работах Якоба многие рассуждения у него производились с опорой на Канта, его критическую философию и, в частности, на логическое учение Канта. Например, здесь [1, с. 42] или здесь [1, с. 216], или вот здесь [3], когда Якоб писал свое «Испытание Мендельсоновых «Утренних часов» ...», против сочинения Мендельсона, направлявшегося против Кантовской философии, Якоб также опирался на критическую философию Канта и его логическое учение. Видоизменение логического учения у Якоба затронула те моменты логики, что она сближалась с имманентной философией [8, с. 131].

Литература

[1] Jakob L. H. von. *Beweis für die Unsterblichkeit der Seele aus dem Begriffe der Pflicht.* Züllichau. 1797. Pp. 240.

[2] Jakob L. H. von. *Grundriss der allgemeinen Logik und kritische Anfangsgründe der allgemeinen Metaphysik. Vierter vermehrte Auflage.* Halle. 1800. Pp. 423.

[3] Jakob L. H. von. *Prüfung der Mendelssohnschen Morgenstunden oder aller spekulativen Beweise für das Daseyn Gottes.* Halle. 1786. Pp. 334.

[4] Якоб Л. Г. фон. *Доказательство бессмертия души из понятия долга* / пер. А. В. Шевцова. М.: Изд-во URSS, 2021. (в печати).

[5] Якоб Л. Г. фон. *Испытание Мендельсоновых Утренних часов или всех спекулятивных доказательств в пользу бытия Бога* пер. А. В. Шевцова. М.: Изд-во URSS, 2021. (в печати).

[6] Шевцов А. В. *Классические и неклассические логики в историко-философском аспекте: основные принципы и понятия. Учебное пособие.* М.: Инфра-М, 2020.

[7] Шевцов А. В. *Имманентная философия Вильгельма Шуппе в контексте неокантианства (к вопросу о ее рецепции в русской философии начала XX в.)* // Христианское чтение. №4, 2018. С. 167–180.

[8] Шевцов А. В. *«Познавательно-теоретическая логика» В. Шуппе и концепция логики М. И. Каринского*// Одиннадцатые Смирновские чтения: материалы Международной Научной конференции, Москва, 19–21 июня 2019 г. М.: Современные тетради, 2019. С. 130–132.

Логика научного познания

О нейронных коррелятах логических операций

Бажанов В. А., Шевченко Т. В.
Ульяновский государвственный университет
vbazhanov@yandex.ru, tata_bazh@mail.ru

Аннотация: Предпринимается попытка связать некоторые логические и математические операции с активностью определенных зон мозга. Эмпирические данные, которые относятся к возбуждению тех или иных областей мозга показывают, что логические и математические операции преимущественно активизируют разные зоны мозга. Это позволяет с достаточной степенью правдоподобия высказать мысль, что идея логицизма может быть оспорена с позиций современной нейронауки.

Ключевые слова: *логические операции, математические операции, нейронаука, логицизм/неологицизм*

On neural correlates of logical operations

V. A. Bazhanov, T. V. Shevchenko
Ulyanovsk
vbazhanov@yandex.ru , tata_bazh@mail.ru

Abstract: An attempt made to link logical and mathematical operations with certain areas of brain activity. Experiments reveal these operations dominantly activate various areas of the brain. Hence, we are prone to conclude that logic cannot claim a more fundamental status compared to mathematics, and thus the idea of logic primacy is hardly promising.

Keywords: *logical operations, mathematical operations, neuroscience, logicism/neologicism*

1. Развитие современной нейронауки касается поиска нейронных коррелятов как логических (типа «если A, то B»), так и математических (типа «$1 + 2 = 3$») операций. Такое исследование стало возможным благодаря интенсивному прогрессу в методах функциональной магнитно-резонансной (фМРТ), позитронно-эмиссионной и других видов томографии. Какие области мозга активизируются при логических операциях? Совпадают ли эти

области с теми, которые активны при математических операциях или нет? Допустимо ли считать логические операции «приоритетными» по отношению к математическим? Возможно ли найти в нейронауке аргументы в пользу логицизма/неологицизма, восходящего еще к Р. Дедекинду, Г. Фреге, Б. Расселу. Г. Генцену? Стоит сразу же оговориться, что исследования, проводившиеся в XXI веке, не позволяют расставить все точки над i, но способны подвести к достаточно правдоподобным заключениям.

2. Эксперименты с помощью фМРТ, проводившиеся V. Goel et al, показали, что нейронные сети (матрицы), которые связаны с «обработкой» логико-лингвистической или визуально-пространственной информацией, активируются в тех случаях, когда эта информация предполагает или не предполагает семантический аспект. Центр Брока мозга (и ряд других областей преимущественно передней части левого полушария) активируется в процессе дедуктивных умозаключений, что говорит в пользу довольно тесной связи логических и лингвистических компонентов в рассуждениях такого рода [1]. Более того, наблюдение над интеллектуальной эволюцией детей показывает, что их способности к логическому мышлению резко возрастают, когда они осваивают язык и приобретают развитые языковые навыки. В случае же операций, не предполагающих семантических аспектов (типа «если A, то B; если B то C; значит, если A, то C»), в наибольшей степени активируются области мозга, «обслуживающие» визуально-пространственные операции.

3. Обучение навыкам логических приемов и, вообще, логике приводит к тому, что определенная нагрузка с центра Брока перемещается на передние области мозга. Эти особенности наиболее оказываются выраженными у взрослых людей [2, p. 279 – 280]. У детей дошкольного возраста обучение логическим навыкам идет успешнее в том случае если они могут генерировать и высказывать идеи различного рода, чем отсеивать нерелевантную информацию [3, 210 – 212].

4. Логицизм и неологицизм, как известно, склонны придавать логике более фундаментальный статус, чем математике. Грубо говоря, это означает, что математика как бы надстраивается над логикой. Действительно ли это так с точки зрения нейронауки? В случае положительного решения, вероятно, в математических операциях преимущественно должны были бы активизироваться те же самые части мозга, что и при логических операциях.

5. Еще в конце XX столетия K. Wynn в опытах на младенцах убедительно показала, что они способны совершать простейшие арифметические действия еще до освоения языка. Эти действия напрямую не связаны с универсальным для живых организмов «чувством числа», открытым S. Dehaene (number sense; иногда называемым numerosity). Основные области мозга, которые возбуждаются при этом, относятся к визуально-пространственным нейронным сетям. По мере взросления детей всё больше акцент переносится на части мозга, которые связаны с действиями, пред-

полагающими символические и лингвистические компоненты. При этом действия с целями числами в пределах перисильвийской зоны, а действия, в которых задействованы приближения, вовлекают теменную кору мозга и его визуально-пространственные области. Тем самым при совершении логических и математических операций возбуждаются, вообще говоря, различные, лишь частично пересекающиеся области мозга. В онтогенетическом аспекте логика вряд ли может претендовать на более фундаментальный статус, чем математика, имея в виду необходимость признания высокой степени автономии и самодостаточности математического мышления как такового. Идея логицизма/неологицизма с позиций нейронауки может быть оспорена.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект №19-011-00007а

Литература

[1] Luo J., Tang X. et al. *The neural correlates of belief-bias inhibition: The impact of logic training* // Biological Psychology. 2014. Vol. 103. P. 276–282.

[2] Houde O., Zago L., et al. *Shifting from the perceptual brain to the logical brain: The neural impact of cognitive inhibition training* // Journal of Cognitive Neuroscience. 2000. Vol. 12. P. 721–728.

[3] Chantal de P. - L., Markovits H. *The capacity to generate alternative ideas is more important than inhibition for logical reasoning in preschool-age children* // Memory and Cognition. 2017. Vol. 45. P. 208–220.

О теории алгоритмов и доказуемости

Баранец Н. Г., Веревкин А. Б.
Ульяновский государственный университет
n_baranetz@mail.ru

Аннотация: В статье анализируются взгляды математиков на теорию алгоритмов, вычислимость и доказуемость. Излагаются результаты математических исследований проблемы доказуемости.

Ключевые слова: *доказуемость, теория алгоритмов, В. Н. Латышев, Ю. И. Манин*

On the theory of algorithms and provability

Baranets N. G., Verevkin A. B.
Ulyanovsk State University
n_baranetz@mail.ru

Abstract: In the article the mathematicians' views on the theory of algorithms, computability and provability are considered. The results of research of mathematicians' views on the problem of provability are observed.

Keywords: *provability, theory of algorithms, V. N. Latyshev, Yu. I. Manin*

В 1935–36 гг. были даны уточнения лейбницева понятия алгоритма, впоследствии оказавшиеся эквивалентными. Они формализовали понимание того как решаются математические задачи, и позволили исследовать возможность такого решения. Теория алгоритмов была создана Черчем, Тьюрингом, Постом, Клини, Марковым [2] под влиянием идей Гильберта, изложенных при постановке его проблем (в особенности 10-й) в 1900 г. [3] и его работ по основаниям математики. Сам Гильберт ранее различал принципиальную разрешимость математической задачи и ее разрешимость за конечное число операций [1]. В настоящее время под эффективной разрешимостью понимают алгоритмическую разрешимость, что отражает суть «тезиса Черча», имеющего много косвенных подтверждений.

Алгоритмические средства бедны, – многие математические задачи неразрешимы. Даже по соображениям мощности алгоритмами нельзя охватить все подмножества натуральных чисел или все действительные числа. Поэтому существуют неперечислимые множества натуральных чисел и множества с нераспознаваемостью вхождения элементов. Более того, существуют бесконечные множества без перечислимых счетных подмножеств. Счетными являются алгоритмически порождаемые, диофантовы вещественные числа. Они содержат алгебраические числа и счетный набор чисел трансцендентных, а для прочих даже не хватает конечных имен.

В теории алгоритмов почти сразу обнаружилось существование алгоритмически невычислимых арифметических функций, из чего в 1936 г. Черч вывел алгоритмическую неразрешимость формальной арифметики и элементарного исчисления предикатов.

В 1970 г. Ю. В. Матиясевич окончательно опроверг гипотезу Гильберта (его десятую проблему), доказав алгоритмическую неразрешимость проблемы существования целочисленного решения нелинейного диофантова уравнения. Для контраста отметим, что сходная проблема для системы линейных уравнений очевидным образом разрешима, как разрешима и проблема существования целого корня диофантова полинома от одной переменной.

Разрешимой, непротиворечивой и полной является теория исчисления высказываний, поскольку здесь истинное высказывание является тавтологией, что может быть проверено с помощью истинностной таблицы. Тарский доказал разрешимость элементарной алгебры и элементарной геометрии. Элементарное исчисление предикатов является непротиворечивым и может быть расширено до полной непротиворечивой системы, но, возможно, не будет эффективно аксиоматизированным и разрешимым. Гедель доказал полноту элементарного исчисления предикатов, а Черч – неразрешимость этой теории.

Непротиворечивыми, полными и разрешимыми оказались элементарные теории алгебры и абелевых групп. В теориях полугрупп, групп и колец неразрешима проблема равенства элементов, что следует из неразрешимости проблемы остановки алгоритмов. До сих пор открыта проблема Бокутя о разрешимости проблемы равенства в ассоциативной алгебре с одним определяющим соотношением.

Как и предполагал Гильберт, наиболее сложными оказались теория множеств и арифметика. 17 ноября 1930 г. австрийский математик Гедель представил в Monatshefte fur Mathematik und Physik статью, где доказал полноту исчисления предикатов, неполноту арифметики и отсутствие финитного доказательства непротиворечивости системы, формализующей все финитные рассуждения. Гедель в 1938 г. читал лекции в Геттингене, но никогда не общался с Гильбертом напрямую [4]. Из результата Геделя сразу следовало отсутствие доказательства непротиворечивости арифметики. В 1933 г. он показал, что из непротиворечивости интуиционистской арифметики без закона исключенного третьего следует непротиворечивость классической, и тем самым, интуиционизм Брауэра и Гейтинга в этом отношении не имеет преимуществ перед формализмом Гильберта. В 1936 Г. Генцен получил непротиворечивость классической арифметики нефинитными средствами, без использования закона исключенного третьего. Тарский выяснил, что в непротиворечивом расширении арифметики неразрешима проблема истинности, а множество истинных высказываний этой теории неперечислимо.

В настоящее время не установлена непротиворечивость аксиоматической теории множеств, но доказана независимость от нее аксиомы выбора, континуум-гипотезы и многих других утверждений. В аксиоматической теории множеств есть неожиданные результаты, похожие на парадоксы. Так, из теоремы Левенгейма и Сколема (1915, 1920) следует, что она имеет счетную модель, хотя в ней существуют несчетные множества в том смысле, что не осуществима их биекция с натуральным рядом. Много удивительных, интуитивно неприемлемых результатов влечет аксиома выбора.

Известный отечественный математик В. Н Латышев высказал свое мнение о рассуждениях коллег на тему сводимости математики к алгоритмам. «Юрий Иванович Манин давно стал интересоваться алгоритмами. И мне кажется, он придумал хороший тезис. Я не вижу, – если руководствоваться той системой аксиом, которой мы генетически пользуемся – Цермело-Френкеля, что он выводиться из остальных тезисов. Тезис такой – вот у вас некоторое множество символов задается исчислением. То есть, имеется конечное значение начальных символов и правила построения выражений из этих символов. Он сформулировал: если система символьных выражений задана исчислением, то она перечислима. Всегда существует эффективная нумерация этих выражений. Вот это он постулировал. Он сказал, что этим соображением стоит дополнить тезис Черча. Но как-то дальше я не видел, чтобы кто-то из математиков этим заинтересовался, а я в спецкурсе этот тезис использую – он удобен. Правильный перечислительный процесс будет виден всегда, какое бы исчисление мы не изобрели. Например, множество функций Черча, определенных на всем натуральном ряде исчислением не задается – оно неперечислимо, а все, что исчислением задается – перечислимо. В частности, все функции Черча перечислимы, то есть алгоритмы перечислимы, другое дело – нет алгоритма, чтобы распознать – два алгоритма задают одну и ту же функцию или нет. Это уже следующий вопрос, а сами алгоритмы они перечислимы, потому что это суперпозиция. Они строятся с помощью исчисления, и, значит, перечислимы. Специалисты по логике не вознесли Юрия Ивановича в тот же ранг, что и Черча, но мне кажется – это значимое высказывание, которое, однако же, логиками почему-то не выделяется. $<\ldots>$ С точки зрения современных модернистов-математиков, вообще, нельзя иметь дело с бесконечным множеством, которое мы мыслим одномоментно заданным. Вот, например, натуральный ряд, как фундаментальный математик мыслит, приведет к противоречию. Надо мыслить, что чисел неограниченно много. По существу, надо заниматься конечными множествами. А если мы говорим о задачах, мы не ограничиваем себя в вовлечении этих конечных множеств, число можно добавить. Мыслить бесконечные множества заданными одномоментно – опасно»[5].

Таким образом, аксиоматический метод в его современном понимании неспособен обосновать всю математику, а теория алгоритмов, возможно, недостаточна для описания всех эффективных способов решения задач.

Литература

[1] Гильберт Д.*Аксиоматическое мышление* // Гильберт Д. Избранные труды. Т. I. М.: Факториал, 1998, с. 415.

[2] Колмогоров А. Н., Успенский В. А. *К определению алгоритма* // УМН, 1958, т. 13, вып. 4(82), С. 3–28.

[3] *Проблемы Гильберта. Сборник под общей редакцией П. С. Александрова.* М.: Наука, 1969, 240 с.

[4] Рид К. *Гильберт.* М.: Наука, 1977, С. 318, 258–261, 281.

[5] Транскрипция видеозаписи «Виктор Николаевич Латышев рассказывает об университетской математике. Ульяновск, 30 мая 2013 года». `http://youtu.be/T-s4hj3cDOE`

Metalogic: the revival of logic

Bakhtiyarov K. I.
kamil.bakhtiyarov@gmail.com

Abstract: For the universal paradigms of binarity – Boole's, Lukasevich's logics and metalogic – new interpretations are constructed that allow us to revive the logic.

Keywords: *One-dimensional and Two-dimensional binary, Multi-level Two-dimensional Binary*

To solve the problem, it is necessary to overcome the difficulties of moving from the logic of statics to the logic of the dynamics of becoming. To analyze the Genesis, Aristotle used the table [1]. We have two triads (Figure 1):

01	11
00	10

00 NONEXISTENCE → 01 *Generation* →11 EXISTENCE, and
11 EXISTENCE → 10 *Corruption* → 00 NONEXISTENCE.
Difficulties in understanding the Aristotelian tables are overcome [2].

Figure 1. Genesis matrix

In fact, this means strictly following the principle of TWO-DIMENSIONAL BINARY. In fact, a new interpretation of the four-valued logic of Lukashevich [4] as the Genesis of Aristotle is given. These are the values of the four-valued logic of Y.Lukasevich [4], which formally introduced TWO-DIMENSIONAL BINARITY and not at all four-value (as for numbers in the binary number system), but it is still placed in monographs on multi-valued logic. The formal result was obtained in 1953, but is still not used in computers. The disjunction table of 4 paired combinations of primary elements was obtained using the component-by-component principle (Figure 2):

V	00	01	**10**	**11**
00	00	01	**10**	**11**
01	01	01	**11**	**11**
10	**10**	**11**	**10**	**11**
11	**11**	**11**	**11**	**11**

Figure 2. Disjunction table

Lukasevich's witty code 01 with Freudian condensation and substitution makes clear the non-witty notation (0; 1) in the form of a two-dimensional point. Restoring code gaps allows you to restore the gap in their understanding. It is necessary to distinguish the witty content of thoughts from the witty shell. This digital technique of universal code parallels the verbal technique at work of wit, which uses the economical technique of the subconscious mind.

Wells' novel "When the Sleeper Wakes" has a significant title, and in the book Van der Waerden's "Ontwakende wetenschap" is not without reason that much attention is paid to the positional numbering of the Sumerians, although it is sometimes considered that such attention is akin to attempts to revive cuneiform. Positional notation of numerical values was first used by the Sumerians. In the 60-digit number system, two wedges denoted the number 2, and with a space 61. They originally had a higher digit (as a capital letter in the upper case Shift) and used spaces, as we have when writing time: 1: 01 = 1 hour 1 min. = 61 min. Thus, spaces and positional numbering are derived from named numbers. But computers require binary multydigitality. The one-dimensional multi-value display of the dial is a curve. An adequate mapping requires a two-dimensional binary matrix (Figure 3):

01	11
00	10

, where 01 is above 00, and 10 is under 11.

Figure 3. Binary matrix

«A square has a special kind of symmetry – it can be rotated 90 degrees, and it will again look the same as before» [6]. It has a special kind of bipolar symmetry. Ordered binary pairs are Cartesian coordinates of the unit square. The ends of its diagonas, as in the letter X (a truly unknown X for centuries since the time of Aristotle), are the vertices. They express the discrete phases of the cycle (like the 4 phases of the moon or the Yin-Yang reflection model), which avoids the continuality of the imaginary exponent, which is a infidelity in the discrete binary. In this sense, the one-dimensional multi-valued display of the dial is a curve. The vertices of a 2 x 2 square are not identical to the 4 points of the segment.

Let's imagine a geometric model of metaphysics as epicycles and a tensor product as its algebraic representation. Geometric images get an algebraic expression in the tensor square of the Genesis matrix. Blocks of the metagenesis matrix are small circles (epicycles) centered on a large circle (trim) that expresses a multi-level fractal system. F.Wilczek remarked : "many physicists, including Gell-Mann himself, thought that quarks might be useful inventions like epicycles... Phew! It's a complicated business, getting to simplicity" [3].

The principle of METAGENESIS was suggested by Ibn Arabi and was later implemented in the logic machine of R. Lull. Let us imagine a geometric model of metaphysics in the form of epicycles and tensor product as its algebraic representation. The tensor square of Genesis G matrix comes out with the matrix of G2 metagenesis. Geometric images get an algebraic expression in the tensor square of Genesis matrix. The metagenesis matrix blocks represent small circles (epicycles) centered on a great circle (the trim) that expresses multilevel fractal system. Let us reveal the block structure of the left tensor product to elicit the connection with epicycles:

The two-level model of supergenesis was put forward by Ibn Arabi, and later it was implemented in a logical machine in the form of Lulli circles. The vaccine is made of x-branches of the meta-logic to X-trunks Lukasiewicz's logic. We get a densely branching hierarchical tree of metalogics, with the appearance of which it became possible to appreciate the great importance of Łukasevich's X-logic.

"A square has a special kind of symmetry – it can be rotated 90 degrees, and it will again look the same as before" [6]. It has a special kind of bipolar symmetry. Ordered binary pairs are Cartesian coordinates of the unit square. The ends of its diagonas, as in the letter X (a truly unknown X for centuries since the time of Aristotle), are the vertices. They express the discrete phases of the cycle (like the 4 phases of the moon or the Yin-Yang reflection model), which avoids the continuality of the imaginary exponent, which is a infidelity in the discrete binary. In this sense, the one-dimensional multi-valued display of the dial is a curve. The vertices of a 2 x 2 square are not identical to the 4 points of the segment.

Now, following a new interpretation four-valued logic of Lukasevich as an Aristotelian Genesis logic, a 16-valued non-Aristotelian Supergenesis logic is proposed for the first time. Using the component-by-component principle again, we can construct a disjunction table for 16 paired combinations of primary elements (Figure 4):

V	00 00 01 00	01 01 00 01	11 01 10 01	01 11 00 11	11 11 10 11	10 10 11 10	00 10 01 10	10 00 11 00
00 00 01 00	00 00 01 00	01 01 00 01	11 01 11 01	01 11 01 11	11 11 11 11	10 10 11 10	00 10 01 10	10 00 11 00
01 01 00 01	01 01 00 01	01 01 00 01	11 01 10 01	01 11 00 11	11 11 10 11	11 11 11 11	01 11 01 11	11 01 11 01
11 01 10 01	11 01 11 01	11 01 10 01	11 01 10 01	11 11 10 11	11 11 10 11	11 11 11 11	11 11 11 11	11 01 11 01
01 11 00 11	01 11 01 11	01 11 00 11	11 11 10 11	01 11 00 11	11 11 10 11	11 11 11 11	01 11 01 11	11 11 11 11
11 11 10 11	11 11 11 11	11 11 10 11	11 11 10 11	11 11 10 11	11 11 10 11	11 11 11 11	11 11 11 11	11 11 11 11
10 10 11 10	10 10 11 10	11 11 11 11	11 11 11 11	11 11 11 11	11 11 11 11	10 10 11 10	10 10 11 10	10 10 11 10
00 10 01 10	00 10 01 10	01 11 01 11	11 11 11 11	01 11 01 11	11 11 11 11	10 10 11 10	00 10 01 10	10 10 11 10
10 00 11 00	10 00 11 00	11 01 11 01	11 01 11 01	11 11 11 11	11 11 11 11	10 10 11 10	10 10 11 10	10 00 11 00

Figure 4. Disjunction table for 16 paired combinations

The one-level matrix of two-dimensional binary is universal, representing 4 modes of grammatical time, 4 phases of Genesis, and 4 letters of the genetic code. A two-level matrix allows you to represent their pairs – codons, 16 psychotypes of C. Jung, 16 Tenses of the English verb, supergenesis. The hands in a normal clock describe concentric circles that implement two-level time (hour, min).

The transition of binarity to two-dimensionality and multi-levelness allows us to find ways to solve the problem of universal language posed by Leibniz.

The three-level matrix provides triplets of the genetic code and a model of the conscious mind (including the mental level) [2].

The purpose of education is to stimulate the thought process. N. Wiener believed that the objections raised against the theory of types by B. Russell create “a real grounds for the denial of the existence of any single closed logic” [4]. Therefore, we propose a multi-level two-dimensional binary logic instead of type theory, and in physics – instead of string theory (which has extra dimensions). A multi-level model (in the image and likeness of the genetic code) allows you to penetrate the depths of consciousness. However, only the Creator was original, because initially the genetic code of all living things uses A THREE-LEVEL TWO-DIMENSIONAL BINARITY.

This allows you to animate the logic. The narrowness of modern computer logic is clearly visible on the impossibility of descriptions of mental phenomena by one-dimensional logic, where two values are: 0 dream and 1 reality. The process 01 awakening (from sleep) requires a two-dimensional code, the process 01 00 awakening in a dream requires a two-level two-dimensional code. There is an imaginary wish fulfillment in a dream and then in reality. The hands in a regular clock describe concentric circles (almost in Lulli), realizing a three-level time (hour, min, sec). For example, 01: 01: 01 = 3661 sec. Almost like the Sumerians. Implementing the positional principle, the Arabic decimal system uses numeric digits with implied spaces.

This is the skeletal structure of two-dimensional logic it is simpler than Euclid’s planimetry, but harder to understand. The intersection is the foundation of metalogics – the x-branches of metalogics are grafted to the X-trunks of Lukasevich’s logic, on whose shoulders metalogics is built. Now it is possible to appreciate its great significance. This is not a perestroika, but an add-on. We get an intersection and a densely branching hierarchical tree of metalogics.

BINARITY is a key universal concept in metaphysics according to Yu. S. Vladimirov [5]. We emphasize the fundamental nature of binary code for creating artificial intelligence.We emphasize the fundamental nature of binary code for creating artificial intelligence. One-dimensional Boole logic, two-dimensional Lukasevich’s logic and multilevel metalogics are the stages of a long way to build artificial intelligence. ONE-DIMENSIONAL and TWO-DIMENSIONAL BINARITY, MULTI-LEVEL TWO- DIMENSIONAL BINARITY are three successively nested (like matryoshka dolls) universal paradigms that satisfy the correspondence principle. The stages of the long road to building artificial intelligence are the logics of Boole, Lukasevich and metalogic, but the latter are still not used in computers. This is a message to future generations, for what will be is more important than what has been.

Bibliography

[1] Aristotle.*De la géneration et la corruption.*Paris, 2005.

[2] Bakhtiyarov K. I. *Principles of Universal Language. The problem of the Leibniz’s Universal characteristic.*Moscow, URSS, 2016.

[3] Feynman. R. *The Character of Physical Law.* London, 1965.

[4] Łukasiewicz Jan. *Aristotile's sillogistic from the standpoint of modern formal logic.* Oxford 1957.

[5] Vladimirov Yu. S. *Metaphysics.* Moscow, 2002 (in Russian).

[6] Wiener N. *I Am a Mathematician.*New York. 1956.

[7] Wilczek F. *The Lightness of Being: Mass, Ether, and the Unification of Forces.* New York. 2008.

[8] Poincaré H. *Science et méthode.* Paris. 1908.

Наивная экспликация отношения «атаки»

Беликов А. А.
МГУ имени М. В. Ломоносова
`belikov@philos.msu.ru`

Аннотация: В данной работе предлагается логический анализ аргументативного отношения «атаки» на базе коннексивной логики **MC**. Нами рассмотрены основные характеристики этого отношения. Для соответствующей логической теории нами предложено полное и непротиворечивое аксиоматическое исчисление.

Ключевые слова: *формальная аргументация, отношение атаки, коннексивная логика*

Naive explication of the 'attack' relation

Alex Belikov
Lomonosov Moscow State University
`belikov@philos.msu.ru`

Abstract: In this work, we provide a logical analysis of the 'attack' relation, based on connexive logic **MC**. We study some characteristics of this relation and provide a sound and complete axiomatic proof-system for corresponding logical theory.

Keywords: *formal argumentation, attack relation, connexive logic*

В современных исследованиях по формальному моделированию аргументации широко распространён подход, предполагающий использование особого отношения между аргументами – отношения «атаки». Такая парадигма исследований оформилась после публикации работы [6]. Предметом же нашего исследования является не столько аргументация, сколько отношение «атаки» само по себе. Мы предлагаем прямолинейный подход, позволяющий рассмотреть это отношение в контексте дедуктивной теории.

Заметим, что попытки проанализировать «атаку» логическими средствами уже предпринимались в работах других, в том числе и отечественных, авторов. Можно встретить, например, такую экспликацию: «один аргумент атакует другой, если в составе второго имеется такая подформула, что её отрицание выводимо из первого» [1, стр.214]. Наше исследование вполне согласуется с такой трактовкой, однако мы предлагаем другую стратегию формализации отношения «атаки». В отличие от подхода, реализованного в [1], мы поместим «атаку» на уровень объектного языка. Предлагаемая «логика атаки» может быть рассмотрена как надстройка над коннексивной логикой Вансинга **MC** [3].

Мы используем пропозициональный язык L, содержащий связки $\wedge, \vee, \rightarrow, \triangleright, \neg$. Понятие формулы стандартно. $\mathcal{L}$-модель для L есть упорядоченная пара $\langle \mathcal{V}, v \rangle$, где $\mathcal{V} = \{\{t, f\}, \{t\}, \{f\}, \varnothing\}$, а v – функция оценки, отображающая множество всех пропозициональных переменных языка L на $\mathcal{V}$. В качестве семантических условий для $\wedge, \vee, \rightarrow$ и $\neg$ используются условия для соответствующих связок логики **MC**. Мы приведем лишь семантические условия для оператора «атаки»:

$$t \in v(A \rhd B) \Leftrightarrow\ t \notin v(A) \text{ или } f \in v(B), \tag{C1}$$

$$f \in v(A \rhd B) \Leftrightarrow\ t \notin v(A) \text{ или } t \in v(B). \tag{C2}$$

Определим отношение следования: $\Gamma \vDash_{\mathcal{L}} A$, если и только если для всякой v в $\langle \mathcal{V}, v \rangle$, если $t \in v(B)$ (для всякой $B \in \Gamma$), то $t \in v(A)$. Формула A является общезначимой, если и только если для всякой оценки v в $\langle \mathcal{V}, v \rangle$ верно, что $t \in v(A)$.

Аксиоматическое исчисление $\mathcal{H}$, адекватно формализующее логику $\mathcal{L}$, определяется следующим списком аксиомных схем:

$$A \rightarrow (B \rightarrow A), \tag{A1}$$

$$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)), \tag{A2}$$

$$((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A, \tag{A3}$$

$$((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C), \tag{A4}$$

$$A \rightarrow (A \vee B), \tag{A5}$$

$$B \rightarrow (A \vee B), \tag{A6}$$

$$((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge C)), \tag{A7}$$

$$(A \wedge B) \rightarrow A, \tag{A8}$$

$$(A \wedge B) \rightarrow B, \tag{A9}$$

$$\neg\neg A \leftrightarrow A, \tag{A10}$$

$$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B), \tag{A11}$$

$$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B), \tag{A12}$$

$$(A \rightarrow \neg B) \leftrightarrow \neg(A \rightarrow B), \tag{A13}$$

$$(A \rhd B) \leftrightarrow (A \rightarrow \neg B), \tag{A14}$$

$$\neg(A \rhd B) \leftrightarrow (A \rightarrow B), \tag{A15}$$

и единственным правилом вывода modus ponens:

$$\frac{A \rightarrow B, \quad A}{B}. \tag{MP}$$

Понятия вывода, доказательства и теоремы в $\mathcal{H}$ стандартны.

Множество формул $\mathcal{T}$ называется *теорией* логики $\mathcal{L}$, если и только если оно является дедуктивно замкнутым, то есть для любой формулы A верно, что если $\mathcal{T} \vdash A$, то $A \in \mathcal{T}$. Теория $\mathcal{T}$ называется *простой*, если и только если она удовлетворяет следующему условию: если $A \vee B \in \mathcal{T}$, то $A \in \mathcal{T}$ или $B \in \mathcal{T}$.

Лемма 1. *Если $\mathcal{T}$ есть простая теория, то $A \triangleright B \in \mathcal{T}$ если и только если $A \notin \mathcal{T}$ или $\neg B \in \mathcal{T}$.*

Доказательство. Допустим, что $A \triangleright B \in \mathcal{T}$, $A \in \mathcal{T}$ и $\neg B \notin \mathcal{T}$. Если учесть, что $\mathcal{T}$ дедуктивно замкнута, а отношение выводимости в $\mathcal{H}$ рефлексивно, то, дважды используя (A14) и (MP), получаем $\neg B \in \mathcal{T}$. Противоречие. Допустим, что $A \notin \mathcal{T}$ и $A \triangleright B \notin \mathcal{T}$. Используя аксиому (A14), тот факт, что формула $A \vee (A \to \neg B)$ является теоремой $\mathcal{H}$ и то, что $\mathcal{T}$ обладает свойством простоты, получаем противоречие. Допустим, что $\neg B \in \mathcal{T}$ и $A \triangleright B \notin \mathcal{T}$. Заметим снова, что $\mathcal{T}$ дедуктивно замкнута, а отношение выводимости в $\mathcal{H}$ рефлексивно. Из того, что $A \triangleright B \notin \mathcal{T}$, последовательно используя (MP), (A14) и (A1), получаем $\neg B \notin \mathcal{T}$. Противоречие. □

Лемма 2. *Если $\mathcal{T}$ есть простая теория, то $\neg(A \triangleright B) \in \mathcal{T}$ если и только если $A \notin \mathcal{T}$ или $B \in \mathcal{T}$.*

Доказательство. Допустим, что $\neg(A \triangleright B) \in \mathcal{T}$, $A \in \mathcal{T}$ и $B \notin \mathcal{T}$. В силу дедуктивного замыкания $\mathcal{T}$ и рефлексивности отношения выводимости в $\mathcal{H}$, используя (A15) и (MP), получаем $B \in \mathcal{T}$. Противоречие. Допустим, что $A \notin \mathcal{T}$ и $\neg(A \triangleright B) \notin \mathcal{T}$. Поскольку $\mathcal{T}$ обладает свойством простоты, исчисление $\mathcal{H}$ содержит аксиому (A15), и формула $A \vee (A \to B)$ доказуема в $\mathcal{L}$, мы приходим к противоречию. Допустим, что $B \in \mathcal{T}$ и $\neg(A \triangleright B) \notin \mathcal{T}$. Используя (A15), (A1) и (MP), снова приходим к противоречию. □

Лемма 3 (Линденбаум)**.** *Для всякого множества формул Γ, для всякой формулы A верно, что если $\Gamma \nvdash_{\mathcal{H}} A$, то существует простая теория Γ' такая, что $\Gamma \subseteq \Gamma'$ и $\Gamma' \nvdash_{\mathcal{H}} A$.*

Теорема. *Для всякого множества формул Γ, для всякой формулы A верно, что $\Gamma \vDash_{\mathcal{L}} A$, если и только если $\Gamma \vdash_{\mathcal{H}} A$.*

Доказательство. Результат о семантической непротиворечивости (утверждение справа налево) доказывается стандартным способом: необходимо показать, что все аксиомные схемы системы $\mathcal{H}$ являются общезначимыми формулами, а modus ponens сохраняет следование. Результат о семантической полноте (утверждение слева направо) доказывается методом Хенкена. Мы приведем лишь набросок этого доказательства. Допустим, что $\Gamma \nvdash_{\mathcal{H}} A$. По лемме 3 получаем, что существует простая теория Γ' такая, что $\Gamma \subseteq \Gamma'$ и $\Gamma' \nvdash_{\mathcal{H}} A$. Для всякой простой теории $\mathcal{T}$ логики $\mathcal{L}$, для всякой пропозициональной переменной p определим каноническую оценку $v_{\mathcal{T}}$ следующим образом:

$$t \in v_{\mathcal{T}}(p) \;\Leftrightarrow\; p \in \mathcal{T}, \qquad f \in v_{\mathcal{T}}(p) \;\Leftrightarrow\; \neg p \in \mathcal{T}.$$

Используя индукцию по построению формулы, можно показать, что эта оценка может быть расширена на множество всех формул; то есть для всякой формулы A имеют место следующие два утверждения:

$$t \in v_{\mathcal{T}}(A) \;\Leftrightarrow\; A \in \mathcal{T}, \qquad f \in v_{\mathcal{T}}(A) \;\Leftrightarrow\; \neg A \in \mathcal{T}.$$

Поскольку логика $\mathcal{L}$ является расширением логики **MC** лишь за счет добавления связки $\triangleright$, а для **MC** имеет место аналогичная лемма о канонической оценке, нам достаточно рассмотреть только случай, когда формула A имеет вид $B \triangleright C$. Пусть $t \in v_{\mathcal{T}}(B \triangleright C)$. Используя семантические условия для $\triangleright$, получаем $t \notin v_{\mathcal{T}}(B)$ или $f \in v_{\mathcal{T}}(C)$. По индуктивному допущению получаем $B \notin \mathcal{T}$ или $\neg C \in \mathcal{T}$. Отсюда, используя лемму 1, получаем $B \triangleright C \in \mathcal{T}$. Аналогично, используя лемму 1, доказывается и обратное утверждение. Пусть $\neg(B \triangleright C) \in \mathcal{T}$. Используя лемму 2, получаем $B \notin \mathcal{T}$ или $C \in \mathcal{T}$. По индуктивному допущению получаем $t \notin v_{\mathcal{T}}(B)$ или $t \in v_{\mathcal{T}}(C)$, что, в свою очередь, влечет $f \in v_{\mathcal{T}}(B \triangleright C)$. Аналогично, используя лемму 2, доказывается и обратное утверждение.

Полученная таким образом каноническая оценка позволяет обосновать, что $\Gamma \not\models_{\mathcal{L}} A$, а значит $\mathcal{L}$ семантически полна. $\square$

Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта №20-18-00158.

Литература

[1] Зайцев Д. В. *Обобщённая релевантная логика и модели рассуждений.* — М.: Креативная экономика, 2010. — 312 с.

[2] Dung P. M. *On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games* // Artificial Intelligence. 1995. Vol. 77 (2). P. 321–357.

[3] Wansing H. *Connexive logic* // The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2021 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/spr2021/entries/logic-connexive/>.

Контекст использования и герменевтический круг

Гриненко Г. В.
Всероссийская академия внешней торговли
loglingw@mail.ru

Аннотация: В статье анализирует применение понятия «контекст использования» в логике, лингвистике и герменевтике. Уточняется смысл других понятий, связанных с данным.

Ключевые слова:

Context of use and hermeneutical circle

Grinenko G. V.
Russian Foreign Trade Academy
loglingw@mail.ru

Abstract: The article analyzes the application of the concept of 'context of use' in logic, linguistics and hermeneutics. The meaning of other concepts related to the data is clarified.

Keywords:

Понятие «контекст использования» («context of use») широко применяется в семиотике, лингвистике, литературоведении, театроведении, теории коммуникации, различные его аспекты исследовались в герменевтике, аналитической философии и т. д. Значимым является это понятие для логики и теории аргументации, играя особо важную роль в логическом анализе естественного языка, но остается оно при этом мало изученным.

Термин «текст» происходит от лат. «textus», что в буквальном смысле означало «ткань, сплетение, соединение», а термин «контекст» восходит к латинскому «contextus», что означает – соединение, связь. Таким образом, оба эти термина имеют близкий изначальный смысл, указывающий на связь, зависимость различных частей сложного объекта. (Напомним, что в лингвистике важнейшими свойствами текста считаются его связность и завершенность.) Любой текст является контекстом вхождения для всех его составляющих. В лингвистическом словаре говорится о том, что «контекст есть фрагмент текста минус определяемая единица» [2, с.238]. При этом, поскольку контекст это сложное образование, его смысл и значение естественно рассматриваются как производные от смысла и значения всех его составляющих.

Но в естественном языке обнаруживаются случаи, когда контекст вхождения в целом или определенные его составляющие влияют на смысл и значение других составляющих. Только такие контексты вхождения, строго говоря, и могут считаться контекстами *использования*.

В логике проблема контекстов использования была впервые поставлена Г. Фреге в связи с анализом неэкстенсиональных контекстов. Обнаружив нарушение правила взаимозаменимости имен в контекстах с модальными и эпистемическими выражениями, сам Фреге предложил считать, что имена в таких контекстах вместо своего обычного значения (денотата) в качестве значения имеют свой смысл. В дальнейшем развитии логики такие выражения как «необходимо», «считает», «верит» и т. п. стали трактоваться как операторы, что меняет правила интерпретации выражений, входящих в их область действия.

Обращение к понятию «контекста использования» имело место также при логическом анализе демонстративов («я», «он», «данный», «сегодня», и т. п.). Ведь значение демонстратива задается по определенным правилам как тождественное значению какого-либо иного выражения из контекста использования или как производное от него (например, значением «сегодня» всегда является день порождения данного контекста, а значением «вчера» – день, предшествующий дню порождения данного контекста).

Вопрос о влиянии контекста использования на смысл и значение его составляющих затрагивался также в логической прагматике (которая к сожалению не получила особого развития). Так, например, рассматривался следующий пример. В какой-то день рейса, капитан корабля обругал всех встретившихся ему членов экипажа. Своего старпома он раскритиковал за то, что тот записывает в вахтенном журнале всякую ерунду, тогда как там надо отмечать только самые редкие события. Тогда старпом схватил журнал и записал: «Капитан сегодня трезв». Контекст использования данной записи придает ей дополнительный смысл, отсутствующий у исходного предложения, взятого в изоляции, а именно: «Капитан сегодня трезв, и это очень редкое событие». Особенно явно влияние контекста использования в анекдотах, где сам анекдотический характер текста часто порождается неожиданной сменой контекста использования. Например, учитель в школе спрашивает учеников: «Сколько будет $2 + 2$?». Ученик с первой парты: «А мы покупаем или продаем?».

В ряде научных дисциплин понятие «контекста использования» изучалось подробнее. При этом одни из полученных результатов были бы полезны для логики, применимость же других сомнительна.

Так, уже в XVIII-XIX веках и в первую очередь благодаря работам Ф. Шлейермахера в философию входит понятие «герменевтический круг», о котором он писал: «…целое понимается из отдельного, но и отдельное может быть понято только из целого» [3]. Развивая его идеи В. Дильтей в состав того «целого» (контекста использования), которое оказывает влияние на интерпретацию «части» некоторого текста, включил философскую позицию автора и его психологию, а также социально-культурный контекст создания текста, в частности, он указывал на то, что эта интерпретация зависит времени, места и от условий создания интерпретируемого текста.

М. Хайдеггер и Х. Гадамер указывали на роль предзнания субъекта в истолковании как текста в целом, так и его составляющих.

В логике не представляется возможным (по крайней мере пока) учитывать такие факторы, как психология или философские воззрения автора, его предзнание (хотя для теории аргументации это кажется важным), а вот время, место и условия создания интерпретируемого текста могут рассматриваться как составляющие точки соотнесения текста и явно учитываться.

Центральная проблема герменевтики есть проблема понимание, и герменевтический круг предполагает также возможность бесконечного нарастания интерпретаций текста по определенному алгоритму: 1. смысл целого определяется в зависимости от смысла частей; 2. смысл частей уточняется благодаря смыслу целого; 3. благодаря уточненному смыслу части меняется смысл целого, и т.д. Этот бесконечный процесс уточнения вряд ли может считаться допустимым в современной логике с ее стремлением к точности и однозначности.

Полезным для логики нам представляется применение ряда понятий, разработанных в лингвистике. Например, в ней выделяются два типа контекста использования, влияющих на смысл и значение его составляющих: микроконтекст и макроконтекст.

Микроконтекст представляет собой минимальное окружение слова, например, предложение, в которое входит данное слово, а кроме того это может быть просто прилагательное, причастный оборот, подчиненное предложение и т.п., связанные с каким-то выражением из этого предложения. Отметим, что микроконтекст может быть решающим в случае омонимии, позволяя выявить правильное значение многозначного термина в данном тексте (ключ *в замке* и *лесной* ключ; *песчаная* коса и *стальная* коса). Микроконтекст могут также составлять и любые другие слова, входящие в состав этого же предложения. Так, например, иронический, анекдотический характер получают следующие объявления за счет некоторого противоречия смыслов выражений в их составе:

Объявления в Одессе:

«*Мастерская по изготовлению* **импортных** зонтиков»

«Девушка *без образования* ищет работу **по специальности**»

Макроконтекст – это более обширный текст, нежели предложение, это абзац, глава, весь текст, в который входит не только выражение B, но и микротекст, непосредственно содержащий B.

Как макроконтекст можно рассматривать и ситуацию использования, не имеющую вербального выражения. В лингвистике есть близкое к нему понятие «невербального контекста», к которому относят различные жесты, мимику и т.п., сопровождающие устную коммуникацию. Например, подмигивание или отрицательный жест при произнесении некоторых слов дают понять собеседнику, что не надо принимать во внимание их буквальный смысл. А в рамках англо-саксонской культуры произнесение клятвы со скрещенными пальцами отрицает само деяние произнесения клятвы.

Знание и понимание макроконтекста (метатекста) необходимо для правильного понимания текста. Как заметил Р. Якобсон: «Развитие языка ребенка зависит от его способности вырабатывать в себе метаязык, то есть сопоставлять языковые знаки и говорить о самом языке. Метаязык как часть языка вообще тоже является структурным образованием, не имеющим аналогов в других знаковых системах». [4, с.316].

Особый интерес для логики и теории аргументации представляет еще один тип контекста, выделяемый в лингвистике, а именно имплицитный контекст. Имплицитный контекст – это скрытый, не существующий явно текст, но подразумеваемый из данного текста. Например, из предложения «Около скамейки он остановился» следует, что до этого момента данный персонаж шел (двигался), хотя явно в тексте это не указывается.

В литературоведении и театроведении используется еще одно важное понятие – «подтекст», которое можно считать разновидностью макроконтекста. Автором этого понятия был знаменитый театральный режиссер К. С. Станиславский, а в науку его ввел психолог Л. С. Выгодский. К. С. Станиславский понимал подтекст как указание на мотив поступка. Под подтекстом понимается вербально не выраженный неявный смысл текста или отдельного высказывания, для понимания которого необходимо учитывать ситуацию или контекст использования. При этом смысл подтекста может не только не совпадать с прямым смыслом текста, но и отличаться от него вплоть до противоположного.

Литература

[1] Бахтин М. М. *Автор и герой. К философским основам гуманитарных наук.* СПб.: Азбука, 2000.

[2] ... *Лингвистический энциклопедический словарь.* М.: Советская энциклопедия, 1990.

[3] Шлейермахер Ф. *Академические речи 1829 года.* М.: Науч. изд., 1987.

[4] Якобсон Р. *Избранные работы.* М.: Прогресс. 1985.

Схемы сетевой аргументации типа «Яжемать»

Елагин Г. Б., Микиртумов И. Б.
Санкт-Петербургский государственный университет
`elagingleb@gmail.com, i.mikirtumov@spbu.ru`

Аннотация: Современный формат дискуссий и реализуемых в них речевых актов получает наиболее широкое развитие в сетевой коммуникации, что делает актуальным анализ специфичных для него феноменов еще до того, как они проявляются в обычной коммуникации. В данной статье рассматривается вопрос о том, каки схемы аргументации сопровождают высказывания, получившие название «Яжемать». Материалом исследования послужили случаи сетевой делиберации, использующей такие высказывания. На первый взгляд здесь имеет место частный случай схемы аргумента «к человеку» (в трактовке Д. Уолтона), но более внимательное исследование позволяет увидеть в случае «Яжемать» и другие схемы, в частности, «экспертное мнение».

Ключевые слова: *аргументация, спор, сеть, схема аргументации, аргумент «к человеку»*

Schemes of the arguments like “I’m just a mother”

Elagin G. B. Mikirtumov I. B.
St Petersburg State University
`elagingleb@gmail.com, i.mikirtumov@spbu.ru`

Abstract: The modern format of discussions and the speech acts implemented in them are most widely developed in network communication, which makes it relevant to analyze the phenomena specific to it even before they appear in ordinary communication. This article examines the question of what kind of argumentation schemes accompany statements that have received the name “I’m just a mother”. The material of the research was the cases of network deliberation using such statements. At first glance, there is a special case of the scheme of the argument "ad hominem" (in the interpretation of D. Walton), but a more attentive study allows us to see in the case of “I’m just a mother” and other schemes, in particular, “expert opinion”.

Keywords: *argumentation, dispute, network, scheme of argumentation, “ad hominem”*

Накопленные теорией и практикой аргументации знания и умения публичного обоснования мнений и делиберации реализуются сегодня на сетевых платформах. Они накладывают ряд ограничений на коммуникацию и, тем самым, побуждают ее участников к поиску новых способов аргументации. Такое известное для сетевой коммуникации ограничение как сжатость рассуждения служит одной из причин появления языковых форм аргументов, сообщающих о говорящем и его послании иногда больше, нежели содержится в высказываниях как таковом.

Здесь мы рассмотрим один из недавно возникших в сетевой коммуникации аргументов, получивший название «Яжемать» (далее ЯМ). Содержание этого термина дает словарь молодежного сленга «Антисленг» [1]: «Женщина, имеющая ребенка и считающая, что этот факт ставит ее выше остальных и дает ей привилегии. При этом широту этих привилегий она определяет на собственное усмотрение (зачастую это выражается невежливым или даже хамским поведением)». Агент ЯМ ассоциирует себя с группой, выполняющей задачу воспроизводства населения, что влечет для ее представителей заметные ограничения в личной и общественной жизни, а также в сфере труда и карьеры. Аргумент ЯМ предполагает учет этих обстоятельств собеседником как своего рода самопожертвование в пользу общественного интереса. Наличие детей маркирует тяготы, но и заслуги родителей, а отсутствие у оппонента детей становится отрицательной характеристикой, ставящей под сомнение его статус. Отсюда возникает присутствующее в ЯМ моральное обязывание собеседника.

На первый взгляд использование ЯМ не является новой схемой аргументации и может быть подведено под одну из схем из номенклатуры новой диалектики Д. Уолтона [12], в частности под атаку на личность – аргумент к человеку. При этом высказывания типа ЯМ, приводимые в качестве одиночного аргумента, являются правдоподобными [11, p. 74] лишь для соответствующей квазигруппы и поэтому оказываются значимым аргументом лишь для ее представителей.

Для проверки этой гипотезы нами были составлены схемы аргументации и критические вопросы к ним по Д. Уолтону. В качестве первого примера, рассмотрим случай дискуссии многодетной матери (далее: ММ) и управляющего детским центром по развитию (далее: УПР).

Пример 1.

УПР: Простите, но это не мои проблемы, у нас есть утвержденный прайс, у вас и скидка идет как многодетной матери, так еще и я лично 3000 рублей скинул. Мало кто получает такие привилегии.

ММ: Я так поняла, что навстречу ты мне не пойдешь? Я что, зря твою страницу выпрашивала у администратора?!

УПР: Видно вы ее так утомили, что она решила сразу направить вас ко мне. Но увы, 24000 за троих, либо водите в садике в кружки.

ММ: Да больно надо! Только мое время потратил! У самого точно нет деток, поэтому ты такой … (бранное слово)! (**аргумент A**)

УПР: У меня двое детей.

ММ: Было бы трое, ты бы меня понял и разрешил оформить деток бесплатно! С двумя то конечно все легко делать! [2]

Приведем аргументационную схему для аргумента ММ, включающего ЯМ, использованного в этом фрагменте. Аргумент **A** мы относим здесь к числу прямых обвинительных аргументов *ad hominem*. Реконструируем фрагмент диалога на основе этой схемы.

Основная посылка: 24000 – это достаточно выгодная цена за обучение троих детей.

Атака на личность: Вы не заслуживаете доверия, так как у вас нет троих детей.

Заключение: Ваш аргумент не стоит принимать.

Зададим критические вопросы к данному типу аргументов.

1. Насколько обосновано утверждение, составляющее суть атаки на личность управляющего? Для использующего ЯМ пропонента управляющий обладает негативными характеристиками (вредность, бесчувствие), поскольку не воспитывает детей. Установка ММ включает положение, согласно которому исполнение социально значимой роли придает человеку более значимый статус, что делает рассматриваемое утверждение обоснованным.
2. Связана ли атака на личность управляющего с темой диалога? Позиция ЯМ содержит ожидание привилегий на основе социального статуса. Так как тема диалога – предоставление более выгодных условий посещения детского центра для детей многодетной матери, коей является пропонент, предпринятая атака на личность с ее точки зрения правомерна.
3. Верно ли, что отсутствие полного доверия или недостаточно высокий статус управляющего являются достаточными основаниями для того, чтобы не принимать его аргумент? Управляющий опирается на установленные администрацией нормы – «у нас есть утвержденный прайс». В принятии решения его воля, а, следовательно, и обстоятельства ее определяющие не играют ведущей роли. В то же время по своему личному усмотрению («так еще и я лично 3000 рублей скинул») он устанавливает дополнительную скидку. Таким образом, ММ имеет основание предположить, что скидки и привилегии зависят также и от желания управляющего, отсутствие которого может быть объяснено наличием у него негативных социальных качеств. Следовательно, отсутствие доверия к управляющему является достаточной причиной, чтобы не принимать его аргумент.

Ответив на ряд критических вопросов, мы можем сделать вывод, что с точки зрения использующей ЯМ многодетной матери аргумент в форме атаки на личность управляющего весьма убедителен. Если бы окончательное решение выносилось, скажем, директором центра, который имеет свойственные квазигруппе «Яжематерей» черты, то он или она, вероятно, сочли бы его достаточным для предоставления большей скидки. Его сила, однако, подрывается контраргументом управляющего, указывающим на ложность аргумента **A** – у него есть дети. Ответом на это служит контраргумент, так сказать, скалярного содержания: «Было бы трое, ты бы меня понял и разрешил оформить деток бесплатно! С двумя то конечно все легко делать!» Здесь ММ использует незначительное количественное различие как качественное, идентифицирующее, с одной стороны, «Яжематерей», а с другой – тех, кто обладает социально позитивными качествами и способностью правильно установить меру заслуг и привилегий материнства.

Другим примером станет случай с татуировкой. Женщина (М), являющаяся матерью и выступающая с позиции ЯМ, обсуждает результаты работы татумастера (ТМ).

Пример 2.

М: Здравствуйте. Я у вас тату по акции делала 14 числа. Тату – надпись “Angel with me”. Я к зеркалу подошла, а там слова справа налево написаны! Ну что за ...? Как так можно было сделать? Это ведь ластиком не сотрешь!
ТМ: Ольга, так это же зеркало. Надпись нормально слева направо сделана (**утверждение E**). Попросите, чтобы кто-то посмотрел, и вам скажут, что все правильно.
М: Вы за меня дуру не держите ... (бранное слово) ...! Я вообще то мать! (**аргумент D**)
М: А, ну да, все верно.

Классифицируем аргумент D как частный случай аргумента «к экспертному мнению», схема которого в общем виде выглядит так:

Предположение об эксперте: М – эксперт в той сфере, которой принадлежит утверждение E.
Утверждение H: М утверждает, что E истинно \ ложно.
Заключение: E истинно \ ложно.

Реконструируем данный фрагмент диалога на основе указанной схемы.

Предположение об эксперте: М – эксперт в области житейского опыта, способный оценить, что надпись сделана слева направо.
Утверждение H: М утверждает, что надпись сделана неправильно.
Заключение: Утверждение татумастера ложно.

Зададим критические вопросы к аргументу «от мнения эксперта».

1. На чем основано утверждение, сделанное М? Оно основано на непосредственном, субъективном и наивном в ряде аспектов опыте.
2. Насколько мы можем доверять М как носителю социальных качеств? Не доверять М в этом отношении нет оснований.
3. Насколько мы можем доверять М как эксперту? Доверие М, как эксперту, проблематично, поскольку ее утверждение, основанное на наивном субъективном опыте, противоречит покрепленным авторитетом научного сообщества законам отражения света и отношениям, выраженным формулой Френеля.

Итак, высказывания типа ЯМ не несут в себе особую схему аргументации. К ЯМ применима не только схема аргументации «к человеку» в виде атаке на личность, но и схема аргументации «к экспертному мнению». Рассматривая массив примеров, можно обнаружить также, что ЯМ может принимать форму аргументов от обстоятельств, скользкого склона, от признака во всех видах диалогов (см. [5]). В большинстве случаев, переход на личности и оскорбления в риторике «Яжематерей» являются просто актами психологического давления, и только в некоторых случаях действительно они могут быть проинтерпретированы как специальные случаи *ad hominem*.

Работа выполнена в рамках проекта РНФ №20-18-00158 «Формальная философия аргументации и комплексная методология поиска и отбора решений спора» в Санкт-Петербургском государственном университете.

The paper is part of the project of the Russian Science Foundation project №20-18-00158 "Formal philosophy of argumentation and complex methodology of search and selection of dispute solutions" at St. Petersburg State University.

Литература

[1] *Ресурс «AntiSlang.ru – словарь современного сленга».* `https://antislang.ru` (дата обращения: 07.04.2021)

[2] *Яжемать. Истории и переписки.* `https://yazemat.ru/yazhemat-i-tsentr-rannego-razvitiya-detej/` (дата обращения: 05.04.2021).

[3] Walton D. *Fundamentals of Critical Argumentation.* Cambridge UP, 2006.

[4] Walton D. *Types of Dialogue, Dialectical Shifts and Fallacie* // Argumentation Illuminated. Eds. F. H. van Eemeren, R. Grootendorst, J. A. Blair, Ch. A. Willard. Amsterdam, 1992. P. 133–147.

[5] Walton D., Krabbe E. C. W. *Commitment in Dialogue.* University of NY Press, 1995.

Выразительные возможности аргументативной атаки

Зайцев Д. В.
МГУ имени М. В. Ломоносова
zaitsev@philos.msu.ru

Аннотация: В статье предпринимается попытка представить формальную экспликацию логики с двумя отношениями атаки, выражающими критику тезиса и критику формы. Логика строится семантически с использованием четырехэлементных матриц Данна-Белнапа. Представлена аксиоматизация данной логики.

Ключевые слова: *формальная аргументация, атака тезиса, атака формы, классическая логика*

The expressive power of argumentative attack

Dmitry Zaitsev
Lomonosov Moscow State University
zaitsev@philos.msu.ru

Abstract: In this short note, I offer formal explications of two attack relations: rebutting attack and undercutting attackm, by means of four-valud Dunn-Belnap semantics. Aaxiomatization is provided.

Keywords: *formal argumentation, rebutting attack, undercutting attack, classical logic*

Благодаря традициям, заложенным в работе [6], в современной формальной аргументации одним из предпочтительных направлений становится анализ аргументативного взаимодействия через понятие атаки. При этом сама аргументация и, сответственно, отношение атаки допускают двоякую интерпретацию. Во-первых, можно рассматривать аргументацию как некоторый атомарный, неструктурированный объект. В этом случае атаке подвергается соответствующее обоснование или критика как целое. Во-вторых, более привычным образом можно трактовать аргументацию как сотоящую из тезиса и аргументов. Тогда под атакой может оказаться тезис аргументации (или один из аргументов). В данной работе я рассмотрю одну из возможных формальных экспликаций отношения атаки, учитывающую обе указанные выше интепретации. Отличительной стороной рассматриваемого подхода явлеяется его максимально возможная близость к классической логике.

Изначально я буду использовать весьма бедный язык пропозициональной логики, включающий всего лишь две бинарные связки атаки: $\triangleright_1, \triangleright_2$, символизирующие атаку (критику) тезиса и атаку (критику) формы аргументации, соответственно, и определяемые следущими таблицами:

$\rhd_1$	T	B	N	F
T	F	B	N	T
B	B	B	T	T
N	N	T	N	T
F	T	T	T	T

$\rhd_2$	T	B	N	F
T	F	N	B	T
B	N	N	T	T
N	B	T	B	T
F	T	T	T	T

Формула A является общезначимой, если и только если для всякой оценки v верно, что $t \in v(A)$, то есть формула A принимает одно из выделенных значений – T или B. Из множества формул Γ логически следует A ($\Gamma \vDash A$), если и только если для всякой v верно, что если имеет место $t \in v(B)$ для всякой $B \in \Gamma$, то $t \in v(A)$.

При этом вполне оправданно трактовать атаку (критику) какого-либо утверждения как обоснование неприемлимости этого утверждения. Таким образом, в связке «атакует» оказываются закодированы и импликация, соответствующая обоснованию, и отрицание. Естественно для двух формализаций отношения атаки использовать два разных отрицания (отрицание тезиса и отрицание формы) и, возможно, два разных типа обоснования. Предложеное выше табличое определение связок атаки обеспечивает целый ряд интересных свойств развиваемой формализации.

Во-первых, оба отрицания (отрицание тезиса $\neg$, и отрицание формы $\sim$) оказываются выразимы через соответствующие связки:
$\neg A$ есть $A \rhd_1 A$, а $\sim A$ – $A \rhd_2 A$.

Во-вторых, в полном соответствии с обозначенной выше интуитивной трактовкой отношения атаки имеет место следующее:
$A \rhd_1 B$ есть ничто иное как $A \to_1 \neg B$, а
$A \rhd_2 B$ представляет собой $A \to_2 \sim B$.

В третьих, становится понятно, почему $\rhd_2$ символизирует именно критику формы:
$A \rhd_2 B$ эквивалентным образом представимо как $A \to_2 \sim (A \to_2 B)$.

Наконец оказывается, что связки конъюнкции и дизъюнкции не только выразимы через связки атаки, но позволяют установить связь между двумя отношениями атаки:
$A \vee B$ эквивалентно $(A \rhd_1 A) \rhd_1 B$, что в свою очередь эквивалентно $(A \rhd_2 A) \rhd_2 B$.
Конъюнкция определяется стандартно.

Таким образом, правданно интерпретировать отрицание $\neg$ как отрицание де Моргана, а отрицание $\sim$ как булево отрицание. В частности имеют место следующие общезначимые формулы:
$B \rhd_2 (((A \rhd_2 A) \rhd_2 A) \rhd_2 ((A \rhd_2 A) \rhd_2 A))$, что равносильно $B \to_2 (A \vee \sim A)$;
а также $((A \rhd_2 (A \rhd_2 A) \rhd_2 (A \rhd_2 (A \rhd_2 A))) \rhd_2 (B \rhd_2 B)$, то есть $(A \wedge \sim A) \to_2 B$.

Кроме того, два обозначенных выше подхода к пониманию аргументации в предложенной формализации сходятся: минималистская трактовка аргументации как неструктурированного логического объекта благодаря своей классичности позволяет выразить стандартные пропозициональные связки, и тем самым, аргументация обретает привычную структуру рассуждения.

Все эти особенности приводят к достаточно очевидной аксиоматизации логики формальной аргументации с двумя отношениями атаки. Для ее формального представления удобно использовать стандартные сокращения. В противном случае дедуктивные постулаты выглядят громоздко и их интерпретация не представляется столь очевидной, как можно заметить из приведенных выше примеров.

Пусть $A \rightarrow_2 B$ служит сокращением для $\sim A \vee B$, тогда исчисление $\mathcal{FA}2\mathcal{A}$ характеризуется следующими схемами аксиом:

$$(A \vee A) \rightarrow_2 A, \tag{A1}$$

$$A \rightarrow_2 (A \vee A), \tag{A2}$$

$$(A \vee B) \rightarrow_2 (B \vee A), \tag{A3}$$

$$(B \rightarrow_2 C) \rightarrow_2 ((A \vee B) \rightarrow_2 (A \vee C)), \tag{A4}$$

$$(A \rightarrow_2 B) \equiv_2 (A \rhd_2 \sim B), \tag{A5}$$

$$(A \rhd_1 B) \equiv_2 (\sim \neg A \rhd_2 \sim \neg B), \tag{A6}$$

$$\sim A \equiv_2 (A \rhd_2 A), \tag{A7}$$

$$\neg A \equiv_2 (A \rhd_1 A), \tag{A8}$$

и единственным правилом вывода modus ponens:

$$\frac{A \rightarrow_2 B, \quad A}{B}. \tag{MP}$$

Понятия вывода, доказательства и теоремы стандартные.

Нетрудно увидеть, что аксиомы $(A1)$ – $(A4)$ характеризуют классическую логику высказываний, а оставшиеся четыре аксиомы задают указанные выше соответствия. В частности, в $\mathcal{FA}2\mathcal{A}$ будут иметь место
$(A \vee B) \equiv_2 \sim A \rhd_2 \sim B$,
$A \equiv_2 ((A \rhd_1 A) \rhd_1 (A \rhd_1 A))$ и
$(A \rightarrow_1 B) \equiv_2 \sim \neg A \rightarrow_2 B$.

В завершении необходимо отметить, что предложенная формальная экспликация двух отношений атаки является только первым шагом развиваемого проекта и не всегда в полной мере соответствует интуиции относительно аргументативных рассуждений. В тоже время ее несомненным примуществом является простота и лаконичность построенного исчисления.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта №20-18-00158.

Литература

[1] Dung P. M. *On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games* // Artificial Intelligence. 1995. Vol. 77 (2). P. 321–357.

Визуализация в логике

Зайцева Н. В.
МГУ имени М. В. Ломоносова
natvalen@list.ru

Аннотация: В статье анализируются различные функции визуализации в логике. Рассматривается связь визуализации с когнитивными основаниями логики. Первая часть работы посвящена визуализации смысла. Во второй части проясняется роль визуализации в доказательстве и логическом выводе.

Ключевые слова: *логика, когнитивные науки, визуализация, смысл, доказательство*

Visualization in logic

Natalia Zaitseva
Lomonosov Moscow State University
natvalen@list.ru

Abstract: The article analyzes various functions of visualization in logic. The connection of visualization with the cognitive foundations of logic is considered. The first part of the paper is devoted to the visualization of meaning. The second part clarifies the role of visualization in proof and inference.

Keywords: *logic, cognitive science, visualization, meaning, proof*

Цель данной работы состоит не в том, чтобы окончательно определить роль визуализации в логике, скорее она направлена на прояснение существующих трактовок этой роли. Представляется, что такое прояснение приведет к новым, более глубоким вопросам, затрагивающим природу логического знания, его когнитивной обусловленности. Прежде всего, необходимо принять две важные предпосылки.

Во-первых, визуализация будет трактоваться предельно широко, включая визуальные ментальные образы и представления, компьютерные образы и изображения, различные рисунки на любом носителе, в том числе, известные логические диаграммы, схемы, фигуры. При этом визуальное представление подразумевает не только сами визуальные знаки как таковые, но и их пространственное упорядоченное расположение, которое, на мой взгляд, коррелирует с ментальным процессом рассуждения.

Во-вторых, необходимо отвлечься от, если можно так выразиться, «фоновой визуализации». Поскольку визуальный канал получения информации является доминирующим, оправданно было бы рассуждать о словах естественного языка как визуальных репрезентациях смыслов, и опосредованно, значений. Однако такая расширительная трактовка визуализации не приближает к основной теме, поэтому может быть в контексте данной работы вынесена за скобки.

Исследование роли визуализации в логике предполагает ответ на два взаимосвязанных вопроса: 1) что визуализируется и 2) с какой целью, то есть, являются ли логические визуализации иллюстративным приемом или выполняют какую-то иную/дополнительную функцию? Тема визуального в логике в последние десятилетия приобретает все большую популярность. Это обусловлено развитием компьютерных эвристических методов визуального представления абстрактных (математических) структур, и когнитивным поворотом в науке, предполагающим, в частности, учет визуализации в системе когнитивных процедур, осуществляемых в процессе научного исследования. Последнее обычно трактуется в терминах «видения как предоставления» прямого личного доступа к любому физическому или абстрактному объекту, и «видения как восприятия» целостной картины, «портретирующей» несколько объектов одновременно. Традиционно, роль визуализации в логике связывают с тремя функциями: содействием обучению, эвристической, и визуализации как части/приема доказательства. Оставляя педагогическую роль визуализаций за рамками данной статьи, последовательно рассмотрим сквозную функцию визуализации, состоящую в обеспечении понимания, и роль визуализации в доказательстве.

Визуализация смысла. Рассуждая о логике, мы должны понимать, что логика как любая другая наука может быть рассмотрена не только со стороны ее объективированного теоретического содержания, но и как когнитивная деятельность по конституированию этого содержания. Вывод, силлогистическое рассуждение, установление отношений между высказываниями или понятиями, процесс доказательства – интеллектуальные целенаправленные процедуры, осуществляемые людьми. При этом, человек не создает законы логики, он не генерирует смыслы и смысловые связи по аналогии с чувственными образами. Логические связи объективны, но обнаруживают они себя в процессе их субъективной реализации в конкретных когнитивных актах субъектов. Эти акты являются реальными событиями нашей ментальной жизни, они временны и интенциональны, а значит, мы можем говорить о пространственно-временной смысловой структуре и телесном воплощении мыслей.

Объективированные смыслы (мысли) и их взаимосвязи, обретают бытие в знаке, который выполняет роль триггера, вызывающего их активацию и переживание. У. Куайн считал, что слова сами по себе бессмысленны. Современные менталистские подходы, например, Дж. Фодора, или Н. Хомского, основываются на идее первичности ментальных смысловых структур по отношению к их вербально-чувственным воплощениям. Представляется, что Г. Фреге и Э. Гуссерль также не возражали бы против такого утверждения, так как считали, что смысл опережает свое выражение.

Для нас важно, что смысл не просто понимается, вызывается к жизни благодаря знаку, он представлен в акте понимания как предмет интенции. Дж. Фодор в своей репрезентативной теории мышления (RTT) постулирует ментальные представления, которые составляют область мыслительных процессов и являются объектами пропозициональных установок, являясь первичными по отношению к ним. Поскольку, как было сказано ранее, визуальный канал является доминирующим в восприятии, в понимании визуальные представления превалируют. В качестве косвенного аргумента отмечу смысловую близость выражений «понимать» и «видеть» в самых разных языках. А. Пайвио в экспериментально обоснованной теории двойного кодирования иллюстрирует двусторонний характер понимания как мультимодального процесса, в котором задействован не только вербальный канал, но и визуальный, отвечающий за создание визуального образа. Симуляционная теория (Р. Гордон, Дж. Хил, Э. Голдман) включает визуальный компонент, симуляцию объекта в понимание. Еще Ф. Брентано полагал, что любой акт суждения опирается на представление того, о чем судится. Объекты логики или математики – не исключение. Думать о теореме Пифагора или о модусе Barbara мы можем лишь в том случае, если они каким-то образом пред-ставлены нам.

Визуализация и доказательство. Оценка роли визуализации в рассуждении, выводе и доказательстве принципиально различается. Характеризуя ее «отрицающий» полюс, уместно привести мнение Д. Гильберта, утверждавшего, что «доказательство [теоремы] действительно может быть дано, обратившись к подходящей фигуре, но это обращение вовсе не обязательно... Теорема доказывается только тогда, когда доказательство полностью не зависит от диаграммы» [5, p. 594]. Иллюстрацией «утверждающего» полюса может служить позиция Дж. Барвайза и И. Этчменди, считавших, что «диаграммы и другие формы визуальной репрезентации могут быть существенными и законными компонентами в корректных дедуктивных рассуждениях... Ибо нет принципиального различия между формализмами вывода, использующими текст, и теми, которые основаны на диаграммах» [3, p. 12]. При этом второй подход по большей мере развивался в рамках стандартной дедуктивно-аксиоматической парадигмы, что по сути дела предполагает перевод диаграмм в систему утверждений и правил преобразования (см. например [4]).

Однако диаграммы сами по себе, по мнению ряда исследователей, уже содержат в себе указание на процедуру вывода или доказательства. Так, А. Боброва, характеризуя этапы развития диаграммного метода в логике, отмечает, что «упомянутые диаграммы работают по сходному принципу: заключение становится явным после корректного расположения терминов посылок», а в случае диаграмм Венна к диаграммам прилагаются правила, «которые позволяют на базе размещенных на листе данных посылок переходить к заключению» [1, p. 12]. Тоже самое применимо и к диаграммам Кэрролла, позволяющим не только проверять правильность силлогистических рассуждений, но и порождать заключение из имеющихся посылок (см. [2]) В этом отношении логические диаграммы, как это не покажется странным, похожи на выкройки, используемые для кройки и шитья. Они не только изображают детали будущей одежды, но и содержат в себе визуальные инструкции по применению (где отрезать, что пришить, что с чем совместить и т.п.). Интересно, что такое понимание в большей мере соответствует изначальной интуиции Барвайза и Этчменди, сетовавших на то, что аксиоматический вывод вытеснил визуализацию из математического мышления.

Самое интересное, на мой взгляд, состоит в том, что привычный дедуктивный формализм тоже можно в значительной степени трактовать как визуализацию! Если обратиться, например, к натуральному варианту построения логических исчислений, то первое, что бросается в глаза – это само название «натуральное исчисление», указывающее на англоязычной прототип «natural», то есть, «естественное» (рассуждение). Сразу же возникает вопрос: естественное как указание на близость к практике обыденных человеческих рассуждений – это когнитивная характеристика логики? Более пристальный анализ свидетельствует в пользу позитивного ответа. В разных системах по-разному, но в большей или меньшей степени используются способы визуального представления информации и оперирования с ней в процессе построения вывода. Это разного рода отчеркивания, заключения в рамки (боксы), сами правила вывода, предполагающие перенос формул из одного вывода в другой или исключение формул из вывода и т.п.

Продолжая анализ, можно предположить, что аксиоматические исчисления являются менее естественными и, следовательно, в меньшей степени соответствуют стандартам обыденных рассуждений, а значит, наверное, в большой степени отвечают интуиции Гильберта, представляя некоторое «очищенное» от когнитивных примесей доказательство или вывод. В пользу такой гипотезы свидетельствует и наличие единственного (в случае исчисления со схемами аксиом) правила вывода Modus Ponens. Однако, более внимательное рассмотрение показывает, что и в этом случае вполне оправданно говорить о визуализации. Достаточно обратиться к определению вывода (доказательства) как последовательности формул (упорядоченное множество, то есть уже некоторая визуализация), получаемых из предшествующих по правилам вывода. По сути дела, такое определение явно операционализировано под визуальное представление о выводе, то есть уже несет в себе определенную когнитивную составляющую.

Предпринятый анализ позволяет заключить, что логические формализмы и само доказательство и вывод содержат в себе визуальный компонент, тесно связанный с когнитивной составляющей. Таким образом, основным результатом предпринятого исследования визуализации в логике становится новый, более глубокий вопрос: можно ли в принципе, реализуя интуицию Гильберта, говорить о чистом, лишенным когнитивных примесей, понятии доказательства, и если да, то что представляет собой такое доказательство (вывод)?

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №20-011-00227 А.

Литература

[1] Боброва А. *Логика и возможности иконического анализа рассуждений.* // Проблемы визуальной семиотики. 2021. Том. 1 (27). сс. 71–24.

[2] Маркин В., Кожокару Н. *Применение диаграммного метода Льюиса Кэрролла в фундаментальной силлогистике и силлогистике Больцано* // Рацио. ru. 2016.(2) сс. 1–16.

[3] Barwise J., Etchemeny J. *Visual information and valid reasoning* // G. Allwein, J. Barwise (Eds.), Logical reasoning with diagrams. Oxford: Oxford University Press. 1996. P. 3–25.

[4] Englebretsen G. *Figuring It Out: Logic Diagrams* Walter de Gruyter GmbH and Co KG.2019. Vol.78.

[5] Hilbert D. *Grundlagen der Geometrie. Unpublished lectures* // Niedersächsische Staats- und Universitatsbibliothek, Cod. Ms. Hilbert. 1894

Обоснованное мнение: как «обезвредить» контрпримеры Геттиера

Ильин А. А.
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Философский факультет, кафедра логики
alexeevich@inbox.ru

Аннотация: В статье анализируются контрпримеры, предложенные Геттиером к классическому определению знания как обоснованного истинного мнения. Показывается, что предпосылки, на которых основаны данные контрпримеры не соответствуют общепринятой трактовке процедуры обоснования утверждений, а также стандартным определениям недедуктивного следования.

Ключевые слова: *обоснованное истинное мнение, обоснование, знание, контпримеры*

Justified Belief: How to Neutralize Gettier's Counterexamples

Ilin A. A.
Faculty of Philosophy, Department of Logic, Lonomosov Moscow State University
alexeevich@inbox.ru

Abstract: We analyze Gettier's counterexamples to classical definition of knowledge as justified true belief. It is demonstrated that assumptions underlying these counterexamples do not correspond to the generally accepted interpretation of the justification propositions procedure, as well as to the standard definitions of inductive (non-deductive) entailment.

Keywords: *justified true belief, justification, knowledge, counterexamples*

В вышедшей в 1963 году работе «Является ли обоснованное истинное мнение знанием?» [1] Эдмуднд Геттиер приводит контрпримеры к классическому определению знания, которые призваны продемонстрировать некорректность последнего. По существу, он пытается показать, что классическое определение является слишком широким: контрпримеры должны указать на существование ситуаций, которые соответствуют определению знания, но знанием не являются.

В качестве иллюстрации классического понимания знания им анализируется несколько схожих определений знания как истинного обоснованного мнения, принадлежащих Родерику Чизолму и Альфреду Айеру. Также, по утверждению Геттиера определение подобного рода, возможно, принимает Платон в «Меноне».

Сконцентрировавшись исключительно на логическом анализе процедуры *обоснования* некоторого утверждения, упомянутые определения знания

могут быть сведены к следующему:
Субъект s знает, что p, е.т.е

(i) утверждение «p» истинно;

(ii) субъект s считает, что p;

(iii) a) имеется обоснование утверждения «p» и

b) субъект s принимает это обоснование.

Заметим, что в настоящей статье мы оставим вне поля внимания такие важные эпистемические аспекты как основания для приписывания мнения субъекту, разницу между «верит» и «уверен», между «оправданно считает» и «имеет право быть уверенным», и т.п. Нас будет интересовать та часть условия (iii), в которой постулируется наличие обоснования некоторого утверждения.

С нашей точки зрения, корректная экспликация самой процедуры обоснования утверждений способна «обезвредить» контрпримеры, предложенные Геттиером. Поэтому формулировка дополнительного условия (iv), «сужающего» исходное определение и исключающего ситуации, задаваемые контрпримерами, а также детальный анализ условий (i), (ii) и (iii)-b) являются излишними.

Рассмотрим сначала такую разновидность обоснования как доказательство, понимаемое в духе теории аргументации (любое доказательство есть обоснование, но не наоборот). Обозначим за $\{\text{И}\}$ множество всех истинных высказываний. Данное множество очевидно обладает свойством непротиворечивости (не найдется такого высказывания, чтобы оно и его отрицание принадлежали данному множеству), а в случае, если мы придерживаемся объективистской позиции «всезнания», – еще и полнотой (для любого высказывания верно, что оно или его отрицание принадлежит данному множеству). Если же мы допускаем ситуации, когда истинностная оценка некоторого утверждения (объективно истинного или ложного) неизвестна, то условие полноты не применяется.

В таком случае, множество высказываний Г *доказывает* высказывание А, е.т.е

1) $\Gamma \subseteq \{\text{И}\}$;

2) $\Gamma \vDash \text{A}$ (из Г дедуктивно следует А).

Это стандартное определение доказательства как обоснования, в котором все аргументы истинны и используются только дедуктивные умозаключения. В качестве следствия пунктов 1) и 2) имеем: $\text{A} \in \{\text{И}\}$. Используя свойство непротиворечивости $\{\text{И}\}$, получаем:

3) $\neg \text{A} \notin \{\text{И}\}$.

Пункт 3) является очевидным, так как дедуктивное следование сохраняет истинность. Нарушение условия 3) в дедуктивном выводе указывает, что множество утверждений Г содержит ложный аргумент.

Определение недедуктивного обоснования строится по такой же схеме.

Множество высказываний Г *обосновывает* (недедуктивно) высказывание А, е.т.е

(1) $\Gamma \subseteq \{И\}$;
(2) $\Gamma \mid\approx A$ (из Г недедуктивно следует А);
(3) $\neg A \notin \{И\}$.

Здесь пункт (3) уже не является следствием предыдущих, так как недедуктивные способы рассуждения не гарантируют истинность заключения при истинности посылок. Добавление указанного пункта аналогично требованию, предъявляемому к неполной статистической индукции: вывод по ней считается обоснованным до тех пор, пока не продемонстрировано обратное. Так, долгое время считались обоснованными полученные по статистической индукции утверждения, что все лебеди белые, что все тела при нагревании расширяются. Демонстрация ложности этих утверждений (обнаружение черных лебедей в Австралии, факт сжатия воды при нагревании от 0 до 4° C) указывает на несостоятельность соответствующих недедуктивных обоснований.

Отметим, что при использовании недедуктивного обоснования множество $\{И\}$ часто трактуется как неполное: фактическая истинность или ложность некоторого утверждения может быть не установлена, не известна. Поэтому могут одновременно существовать приемлемые недедуктивные обоснования как истинности определенного утверждения А, так и его ложности. Это возможно в ситуации, когда $\neg A \notin \{И\}$ и $A \notin \{И\}$.

Теперь можно перейти к анализу контрпримеров Геттиера. По его утверждению, они основаны на двух допущениях.

Первое из них включает постулат, что возможны случаи, когда субъект обоснованно убежден в утверждении, которое на самом деле ложно.

С нашей точки зрения, это означает, что некоторое утверждение является обоснованным (в соответствии с пунктами (1) – (3) приведенного выше определения), субъект принимает данное обоснование и считает обосновываемое утверждение истинным, но оно на самом деле ложно.

Мы не будем здесь заниматься анализом ситуаций, описывающих достаточные основания для субъективной уверенности или оправданной убежденности субъекта в чем-либо. Нас интересует исключительно логический аспект: является ли состоятельным обоснование истинности утверждения, ложность которого установлена?

В соответствии с пунктом (3) приведенного определения, такое обоснование является негодным. И действительно, вряд ли кто-то всерьез будет считать, что сторонники «теории» плоской Земли обоснованно убеждены в том, что Земля представляет собой диск, или что их многочисленные «аргументы» делают эту точку зрения более обоснованной, чем аргументы старика Хоттабыча. Обосновываемое ими утверждение является ложным, а обоснование несостоятельным.

Оба контрпримера Геттиера содержат указанную ошибку: при ложности обосновываемого утверждения само обоснование является негодным (по сути, обоснования просто нет). В первом из предложенных им примеров утверждается, что у некоего Смита есть веские основания полагать, что должность получит Джонс. Во втором, что у Смита есть веские основания полагать, что у Джонса есть «Форд». В результате оказывается, что оба этих, якобы обоснованных, утверждения оказываются ложными: Джонс не получил должность, а «Форда» у него нет. И на следующем шаге, применяя **второе** допущение, Геттиер моделирует ситуацию, формально подпадающую под определение знания как обоснованного истинного мнения, но знанием не являющуюся.

Как мы показали, в указанных ситуациях отсутствует обоснование, а, следовательно, и обоснованное мнение. Принимаемое Геттиером **первое** допущение ложно, поэтому и сформулированные им контрпримеры не работают.

Тем не менее, разберем **второе** из принимаемых Геттиером допущений. Оно звучит следующим образом: для любого высказывания P, в случае, если субъект s обоснованно убежден в том, что P, и из P следует Q, то s, дедуктивно выводя Q из P и принимая Q как результат этого вывода, обоснованно убежден в Q.

С логической точки зрения здесь Геттиер формулирует в качестве допустимого способ рассуждения, согласно которому из того, что высказывание A обосновывает B, а из высказывания B логически следует C, мы получаем, что A обосновывает высказывание C. Причем, само обоснование здесь, очевидно, понимается в узком смысле – как наличие определенного отношения (дедуктивного или недедуктивного следования) между посылками и заключением. То есть в расчет здесь берутся только пункты 2 сформулированных нами определений. В таком случае, когда под обоснованием подразумевается дедуктивное следование, мы имеем тривиальную констатацию его транзитивности. Если же под обоснованием понимать недедуктивное следование, то имеет место следующая принимаемая Геттиером схема рассуждения, которая на первый взгляд кажется вполне приемлемой:

$$\frac{A|{\approx}B, B \vDash C}{A|{\approx}C}$$

В современной логике наиболее распространены две следующие трактовки недедуктивного следования. Во-первых, правдоподобное следование понимается как обратно-дедуктивное: $B \vDash A \Rightarrow A|{\approx}B$ (если из B дедуктивно следует A, то из A недедуктивно следует B). Во-вторых, недедуктивное следование вполне естественно и интуитивно понятно определяется через критерий позитивной релевантности (из A недедуктивно следует B, е.т.е истинность высказывания A повышает вероятность истинности высказывания B).

Однако, добавление принимаемой Геттиером схемы рассуждения в качестве дополнительного условия к указанным определениям недедуктивного следования ведет к тривиализации каждого из них: мы получаем, что два произвольных высказывания недедуктивно следуют друг из друга.

Действительно, из имеющего место недедуктивного и дедуктивного следования:
$A|{\approx}(A \,\&\, B), (A \,\&\, B) \vDash B$
по данной схеме рассуждения мы получаем: A $|\approx$ B.

Это говорит о несоответствии указанной схемы рассуждения существующим трактовкам недедуктивного следования, а значит, несостоятельность принимаемого Геттиером **второго** допущения.

Итак, нами было продемонстрировано, что оба допущения, лежащие в основе сформулированных Геттиером контрпримеров к классическому определению знания, ложны. Тем самым показано, что любой контрпример, опирающийся хотя бы на одно из указанных допущений, несостоятелен.

Отметим, что в современной философской литературе существует довольно большой класс контрпримеров к классическому определению знания, которые не основаны на указанных допущениях. К таковым, в частности, относятся контрпримеры, призванные показать так называемую *случайность* знания, получаемого по классической схеме с использованием недедуктивных методов обоснования.

Данные примеры строятся по следующей схеме. Субъект применяет одни и те же аргументы и недедуктивные умозаключения к схожим ситуациям. Но в одних случаях недедуктивный вывод дает истинное заключение, и следуя классическому определению знания мы можем заключить о наличии знания у субъекта. В других, аналогичных, ситуациях применение все тех же недедуктивных методов и истинных аргументов дает ложное заключение, что свидетельствует о его необоснованности и, в конечном итоге, – об отсутствии знания у субъекта.

Однако, недедуктивные методы рассуждений, в отличие от дедуктивных, не могут и не призваны обеспечивать достоверность получаемых заключений. Их цель – повышение вероятности истинности высказываний. Причем, в логике специально формулируются требования и процедуры, служащие обеспечению этой цели. Поэтому, утверждение о *случайности* заключений, полученных с помощью недедуктивных умозаключений, представляется некорректным.

К тому же, многие утверждения науки обосновываются исключительно строгими дедуктивными методами. Но это отнюдь не значит, что для того, чтобы их знать, субъект должен уметь воспроизвести эти доказательства. Недедуктивного обоснования, а также аргументов, косвенно их подтверждающих, обычно достаточно. В противном случае нам придется заключить, что мало кто знает теорему Пифагора, не говоря о знаменитом утверждении Ферма.

В заключение заметим, что представляется совершенно неоправданным само рассмотрение обсуждаемого определения знания как некоторого познавательного приема, алгоритма, в результате применения которого субъект продуцирует знание. Скорее, здесь речь идет о способе отличить знание от других, имеющихся у субъекта, истинных мнений. В этой связи сами конструкции обсуждаемых контрпримеров выглядят весьма неубедительно.

Исследование выполнено в рамках научно-образовательной школы МГУ «Мозг, когнитивные науки и искусственный интеллект»

Литература

[1] Gettier E. L. *Is Justified True Belief Knowledge?* // Analysis. 1963. Vol. 23. P. 121–123.

Абдукция как логика открытия (Пирс) и трансцендентальная аргументация (Кант)

Катречко С. Л.
ГАУГН
skatrechko@gmail.com

Аннотация: В докладе, восходящая к Аристотелю, пирсовская абдукция в качестве логики открытия будет сопоставлена с трансцендентальной аргументацией Канта. Предлагаемый Кантом трансцендентальный метод как "измененный метод мышления [в метафизике]"(КЧР, BXVIII) активно используется не только в философии, но в науке (дедуктивно-номологическая модель (Гемпель, Поппер)) и теологии (онтологическое доказательство бытия Бога (Ансельм, Декарт)).

Ключевые слова: *абдукция (Пирс), трансцендентальная аргументация (Кант), гипотеко-дедуктивная модель наауки (Гемпель, Поппер)*

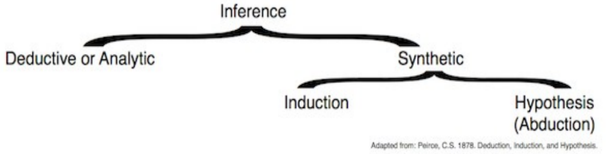
Abduction as the Logic of Discovery (Peirce) and Transcendental Argumentation (Kant)

Katrechko Sergey L.
State Academic University of the Humanities (SAUH); (address: H.26, Maronovsky Lane, Moscow, 119049, Russian Federation)
skatrechko@gmail.com

Abstract: In a talk going back to Aristotle, Pierce's abduction as a logic of discovery will be compared with Kant's transcendental arguments. The transcendental method proposed by Kant as a "altered method of our way of thinking [in metaphysics]" (CPR, BXVIII–XIXfn) is actively used not only in philosophy, but in science (deductive-nomological model (Hempel, Popper)) and theology (ontological proof of the existence of God (Anselm, Descartes)).

Keywords: *abduction (Pierce), transcendental arguments (Kant), hypothetical-deductive model (Hempel, Popper)*

1. В своих логических штудиях один из выдающихся логиков XX в. Ч. С. Пирс (1839–1914) выделяет, наряду с дедукцией и индукцией, еще один сходящий к Аристотелю, способ рассуждения, которую он называет «гипотетическим рассуждением», или абдукцией (1878; apagögé; см.: Аристотель, Первая аналитика, кн. 2, гл. 25(96a20)).



Adapted from: Peirce, C.S. 1878. Deduction, Induction, and Hypothesis.

В своей изначальной форме абдукция может быть представлена как разновидность силлогизма, в которой заключение и меньшая посылка силлогизма меняются местами:

Однако если аристотелевский силлогизм представляет собой дедукцию (вывод) от посылок к заключению («Если все люди смертны, то поскольку Сократ – человек, то Сократ – смертен»[1]), то абдуктивное рассуждение, которое также называют «обратной дедукцией» (см. ниже), представляет собой поиск объясняющей гипотезы для заключения: «Если все люди смертны, то Сократ смертен (почему?), (потому что:) Сократ – человек».

В более развитом виде абдукция представляет собой «вывод к лучшему объяснению» (‘inference to the best explanation’ (G. Harman; `https://www.informationphilosopher.com/knowledge/best_explanation.html`)) и фиксируется Пирсом посредством следующей «объяснительной» схемы (1908):

(1) Наблюдается некоторый «любопытный» факт C (данное).
(2) Но если истинно H, то C было бы само собой разумеющимся.
(3) H более экономно («лучше»), чем предполагаемые конкурирующие объяснения.

---

(4) H более правдоподобно, чем предполагаемые конкурирующие объяснения.

Формально абдукцию можно соотнести с обращенным правилом modus ponens (resp. со схемой утверждения консеквента). При исключении из схемы Пирса посылки (3) как поясняющей, то схема абдукции такова: если (1) $A \Rightarrow B$ и (2) B — истинно (имеет место), то (следовательно) (4) A (как объясняющая гипотеза) – истинно. Тем самым абдукция представляет собой обратную дедукцию (retroduction), направленную на поиск антецедента как необходимого условия (пресуппозиции) данного.

2. Понятие трансцендентального аргумента (TA) связано с именем (resp.трансцендентализмом) И. Канта и составляет основу его трансцендентального метода[2] В качестве технического термин ‘trascendental arguments’ появляется в 30-е годы XX в. у Дж. Остина[3], хотя ранее этот

[1] Для подчеркивания выводного характера заключения в силлогизмах 1-й фигуры можно переставить большую и меньшую посылку: «Поскольку Сократ – человек, а все люди смертны, то Сократ – смертен»

[2] Подобная трактовка Канта восходит к работам аналитиков 60-х гг. XX века П. Стросона, У. Селларса.

[3] Остин Дж. Существуют ли априорные понятия //Его же. Три способа пролить чернила. СПб.: Алетейя, 2006. с.52–75

термин использовал в своих рукописях Ч. Пирс. Сам Кант неоднократно использует этот тип аргументации в Критике и придает ему решающее значение для философии, однако в качестве технического термина не вводит. В Критике Кант использует несколько выражений: трансцендентальное истолкование [B40–45, 47][4], трансцендентальная дедукция [B117–69], трансцендентальная критика (аргументации) [B637, 654] и трансцендентальное доказательство [B 619, 642, 657, 811–23], для которых ТА выступает общим «ядром», а в узком смысле трансцендентальный аргумент можно соотнести с кантовскими доказательствами из 1-й и 2-й аналогий опыта.

Определяющим для трансцендентальной аргументации выступает следующий фр. *Критики*: «В основе всякой необходимости всегда лежит трансцендентальное условие» [A 106] – и далее – «Должно существовать [трансцендентальное] условие, которое предшествует всякому опыту и делает возможным сам опыт, который [в свою очередь] должен придать [объективную] значимость такому [введенному нами] трансцендентальному предположению» ([A 107]; вставки в квадратных скобках мои. – К.С.).

Формальная экспликация фр. [A106–7], [B40–41; 126–7; 232; 280] и др. из Критики и Пролегомен позволяет предложить следующую схему трансцендентального аргумента:

1. E (где E – некоторый опытный факт (через E' обозначим возможный опыт)
2. P есть необходимое [трансцендентальное] условие [возможности] E/E' (где P – неочевидная не–опытная (априорная) «гипотеза»)

---

3. Следовательно, [обосновано применение в опытном познании] априорного P

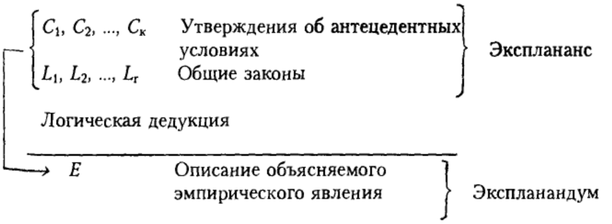
Тем самым схема абдукции Пирса воспроизводит структуру трансцендентального аргумента Канта. Для их полного согласования надо ослабить кантовское априори, что можно сделать посредством введения относительного априори (Р. Рейхенбах, Р. Карнап).

3. По сути, кантовский трансцендентальный аргумент (resp. абдукция) является схемой причинного объяснения, которая повсеместно используется в различных областях нашей жизни (обыденной практике, науке, теологии, философии). Согласно Попперу: "Дать причинное объяснение некоторого события значит дедуцировать его высказывание, используя в качестве посылок один или несколько универсальных законов вместе с определенными сингулярными высказываниями – начальными условиями". В науке эта схема получила название дедуктивно-номологической модели научного объяснения К. Гемпеля – П. Оппенгейма – К.Поппера. Схематично она выглядит так[5]:

---

[4] Ссылки на кантовскую «Критику чистого разума» мы даем в общепринятой международной пагинации.

[5] Гемпель К.Г. Логика объяснения. М.: ДИК, РФО, 1998.



Причем К. Поппер выделяет три возможных модуса ее использования: 1. собственно объяснения, 2. предсказания, 3. проектная (инженерная) деятельность.

В теологии кантовская трансцендентальная аргументация (resp. пирсовская абдукция) используется в рамках известного онтологического доказательства бытия Бога.

Данное исследование подготовлено при поддержке гранта РФФИ № 19–011–00925.

From Quantum Bayesianism (QBism) to Quantum Informatics

Krenkel T. E.
Moscow technical university of communications and informatics
krenkel2001@mail.ru

Abstract: Spooky (weird) action at a distance is discussed in the context of quantum bayesianism and quantum informatics.

Keywords: *Quantum informatics, quantum mechanics, bayesianism*

It is well known that Albert Einstein was sceptical about his own Special Theory of Relativity. He was convinced that this theory would be inevitably described by Henry Poincare, or some years later by Hermann Minkowski.

Principally, another outlook was Einstein's rejection of quantum mechanics that was described in the famous Einstein-Podolsky-Rosen paradox in the article of 1935 to oppose the view-point of Niels Bohr on quantum mechanics. It is worth noting that the EPR paradox was the starting point for discovering by John Stewart Bell of the so called Bell's states (1964), which were physically realized by the entanglement-disentanglement of photon pairs in optical fibers or in open space (via satellite). This technology was realized in quantum cryptography as Ekkert's Quantum Key Distribution (QKD) protocol (1990).

If we consider the state of the current philosophical discourse related to the theoretic-informational interpretation of quantum mechanics, e.g. let us allow quantum informatics to be a self-sustained subject, which is consistent but incomplete, then we need to incorporate the fundamental "Ding an sich selbst betrachtet" (according to Immanuel Kant and Plato) **spin** and **qubit** in quantum informatics.

Why does a spin come first? This is due to the fact that the binary state ("**true**" – "**false**") was established in quantum mechanics in 1927.

Thomas Bayes theorem (1763)

$$\mathbf{P}(\mathbf{A}|\mathbf{B}) = \frac{(\mathbf{P}(\mathbf{B}|\mathbf{A})\mathbf{P}(\mathbf{A}))}{\mathbf{P}(\mathbf{B})},$$

plays the role in the probability theory like that of Pifagor's theorem in geometry.

In quantum bayesianism, subjective probability is introduced by an agent into the logic of scientific knowledge applied to a quantum object.

The interaction of a photon with the General Theory of Relativity (GTR) was investigated by Einstein in 1930 and resulted in the discovery of the **Spooky action at a distance**.

The Bennet-Brassard one photon protocol of quantum cryptography (1984) can be used for cognitive and quantum cryptographic experiments within Einstein's **Spooky action at a distance** in optical fibers.

Quantum bayesianism was created as a self-sustained discipline later than quantum informatics in 2007–2010 [1, 2]

John von Neumann can be considered (conditionally) to be the first author of quantum bayesianism [3]. The transition from quantum bayesianism to quantum informatics can be made within the framework of Karl Popper's Evolutionary Epistemology [4].

The reverse epistemological sequence for quantum informatics can be viewed as follows:

Qubit: "naive// definition by Benjamin Schumacher (1995) 2) Felix Bloch's sphere (1946) $\to$ 3) The 1st Heinz Hoph's fibration (1931) $\to$ 4) Wolfgang Pauli's **Spinor** (1927) $\to$ 5) Elie Cartan's spinor of (1913) $\to$ 6) Henry Poincare's sphere (1892) $\to$ 7) Bernhard Riemann's sphere (1854) $\to$ 8) Parameters of George Stokes of light polarization (1852) $\to$ 9) Unit quaternion (**versor**) of William Hamilton (1843).

Литература

[1] Caves C.M., Fuchs C. A., Shack R. *Subjective probability and quantum certainty* // Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics. 2007. 1 June (vol. 38).P. 255–274.

[2] Harrigan N., Robert W.*Spekkens. Einstein, Incompleteness, and the Epistemic View of Quantum States* // Foundation of Physics. 2010. 1 February (vol.40). P. 125–157.

[3] Neumann von J. *Mathematische Grundlagen Der Quantenmechanik* Berlin. Springer. 1932.

[4] Popper K. *An Evolutionary Epistemology* // Evolutionary Theory: Path into the Future. Ed. by J. W. Pollard. John Wiley & Sons. 1984, ch. 10, pp 239–255

Коммуникативная соотнесенность вопроса и ответа (К понятию ответа в коммуникации)

Кузина Е. Б.
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
elenakuzina@yandex.ru

Аннотация: То, что называется ответом в интеррогативной логике и то, что считают ответом в коммуникации, существенно различаются. То же можно сказать и о полноте, неполноте, избыточности ответов. Если в логике понятие ответа вполне сформировалось, то понятия коммуникативно удовлетворительного ответа пока нет. Спрашивающий и отвечающий, имеют часто разные уровни и содержание знаний, разные ценности, а значит, вероятно, разные интересы. Вследствие этого найти коммуникативно адекватный ответ не всегда возможно.

Ключевые слова: *ответ, понимание цели вопроса, соответствие ответа вопросу, полнота ответа*

The communicative correlation of a question and an answer (To the concept of an answer in communication)

Kuzina E. B.
Lonomosov Moscow State University
elenakuzina@yandex.ru

Abstract: What is called a response in interrogative logic and what is considered a response in communication differ significantly. The same can be said about the completeness, incompleteness, redundancy of responses. If the concept of an answer is fully formed in logic, then there is no concept of a communicatively satisfactory answer yet. The questioner and the responder often have different levels and content of knowledge, different values, and therefore probably different interests. As a result, it is not always possible to find a communicatively adequate answer.

Keywords: *answer, understanding the purpose of the question, matching the answer to the question, completeness of the answer.*

Вопросно-ответные диалоги представляются наиболее явной и интересной формой речевой коммуникации. Она интересна, на мой взгляд, прежде всего тем, что в вопросно-ответных диалогах, пожалуй, чаще, чем в других формах нарушаются правила рационального речевого общения, предписываемые логикой и лингвистикой, а коммуникация от этого в большинстве случаев не страдает. В повседневной жизни элементарный вопросно-ответный диалог состоит из вопроса, часто весьма неопределенного, эллиптического, типа: «Где здесь остановка?» и странного ответа: «В подземный переход и налево». При этом обычно оба участника вполне удовлетворены информационной составляющей такого общения. Или на вполне корректный вполне определенный вопрос: «Сколько минут ехать на метро отсюда до университета?» можно услышать ответ, как кажется, совсем на другой вопрос: «Успеешь». Тем не менее такой ответ принимается, как содержащий требуемую информацию. (Кстати, в другой ситуации он не будет удовлетворительным, т.е. не будет ответом.)

Такая коммуникативная практика показывает: понятие ответа в эротетической логике, и то, что рассматривается как ответ в коммуникации, совсем не тождественны: то, что – не ответ, с точки зрения эротетической логики, в коммуникации может быть вполне принято как информативный ответ, и наоборот, логически безупречный прямой и полный ответ может быть непонятен спрашивающему и не дать ему никакой информации..

В эротетической логике, после выхода книги Н. Белнапа и Т. Стила «Логика вопросов и ответов» стало общепринятым считать ответом (прямым ответом) высказывание, субъект и структура которого определены, соответственно, субъектом вопроса и структурой его предпосылки. Каждый элементарный вопрос через свой субъект задает область альтернатив, а затем «предпосылает» имеющемуся списку альтернатив инструкцию, в соответствии с которой из списка альтернатив предлагается построить конкретный тип прямого ответа. Тем самым строится ответное высказывание, содержащее в точности ту информацию, которая запрашивается в вопросе [1, с. 45]. (Стоит заметить, что указанные авторы, говоря о прямых ответах, делают такое обещающее замечание: «...имеется много утверждений, которые, не являясь прямыми ответами, тем не менее связаны с ними достаточно интересными семантическими отношениями, благодаря чему сами эти утверждения заслуживают того, чтобы их поместить под рубрикой «ответ» [1, с. 129], но, к сожалению, развития этой идеи в книге нет.)

А что можно считать ответом в коммуникации? Прояснение некоторых аспектов понятия ответа в коммуникации и является предметом данной работы.

Поскольку прямая функция вопроса – запрос информации, можно считать бесспорным, что ответ должен соответствовать этому запросу.

Для начала разграничим ответные реплики и собственно ответы.

Ответные реплики – это любые вербальные реакции адресата на вопрос. А собственно ответы должны содержать некоторую информацию, по крайней мере, связанную с той, что запрашивается в вопросе. Ответные реплики, могут быть весьма разнообразными. Перечислим основные из них:
(1) любым способом выраженный отказ от ответа;
(2) уточняющий вопрос (например, ответной репликой на вопрос: «Во сколько отправляется электричка на «Калугу?», может быть уточняющий вопрос: «Ближайшая?»);
(3) риторический вопрос, показывающий не только, что заданный вопрос неуместен, но и неуважительное, насмешливое или негативное отношение

к задавшему вопрос;
(4) сообщение в явной форме хотя бы частично информации, запрашиваемой в вопросе.

Лишь последние из перечисленных ответных реплик могут при определенных условиях рассматриваться как ответы. Понимание этих условий в каждом конкретном вопросно-ответном диалоге представляет наибольшую трудность. Например, в одном из учебников логики приведен такой пример «несоответственного» ответа, иначе говоря, не-ответа, на вопрос: «Куда пошел Хоттабыч?» – «Он пошел с Волькой». Кажется очевидным, что, в общем случае, это нельзя считать ответом на предлагаемый вопрос. Однако в некоторой конкретной коммуникативной ситуации такая ответная реплика вполне может дать нужную спрашивающему информацию – например, если он знает, куда пошел Волька, или когда вопрос вызван беспокойством спрашивающего о том, что Хоттабыч может заблудиться.

В логике научного познания весьма распространено мнение, что точная формулировка вопроса значительно упрощает поиск ответа, а правильная постановка проблемы – уже половина ее решения. И с этим трудно спорить. Так, если покупатель спрашивает у продавца, взвесившего ему товар, «Сколько там?», он может получить, и обычно получает, ответ о стоимости взвешенного товара, а не о его весе. Если же сформулировать вопрос более определенно: «Какой там вес?», то вероятность того, что ответ будет о стоимости, значительно меньше. Однако и в этом случае он не исключен. Когда прохожий на вопрос: «Здесь ближе станция «Парк культуры» или «Кропоткинская»?» слышит ответ: «Ближе здесь «Смоленская»» – это связано вовсе не с неопределенностью вопроса. Это обусловлено тем, что адресат примысливает цель вопроса в соответствии со своими представлениями о том, что обычно хотят узнать люди, задавая такой вопрос. Адресат полагает, будто для него ясна цель спрашивающего – попасть в метро – а вопрос просто неверно сформулирован.

Выбирая ответную реплику, адресат всегда опирается на свое понимание семантического содержания и прагматической цели обращенного к нему вопроса. Адекватность этого понимания определяет, будет ли ответная реплика ответом, даст ли она нужную информацию и насколько полно. С. С. Гусев обращает внимание на разницу в поиске ответа на вопрос, адресованный себе и на вопрос другого (См. [2, с. 126–127]). Смысл вопроса, адресованного себе, и желаемая полнота запрашиваемой информации в первом случае вполне известны отвечающему, а также вполне очевидна его готовность искать наилучший ответ. Иначе говоря, в этом случае успешность зависит только от знаний и способности искать информацию. Во втором случае успешность ответа существенно зависит от понимания того, какая именно информация требуется.

По мнению специалистов по психологии понимания, понимая факты, события, ситуации, мы всегда выходим за непосредственные границы понимаемого и включаем его в какой-нибудь более широкий контекст. Для того чтобы что-либо понять, понимающий субъект всегда соотносит понимаемое со своими представлениями о должном, с такими ценностными представлениями, которые представлены в принимаемых им социальных, групповых, моральных нормах поведения, иначе говоря [3, с. 35, с. 68].

То же мнение высказывают и лингвисты. Адресат вопроса, если он коммуникативно адекватен, определяет прагматический смысл вопроса, как пишет Р. Конрад, «на основе своей способности ориентироваться в ходе событий и мысленно предугадывать их дальнейшее развитие» а спрашивающий, зная о такой способности адресата, рассчитывает получить нужный ответ [4, с. 366–367].

Другой лингвист, У. Ленерт, считает, что люди, как правило, в действительности дают ответы на незаданные вопросы. В естественных контекстах диалога знание того, как выбрать наилучший ответ, включает в себя определение состояния знаний другого лица, с тем чтобы через ответ снабдить это лицо новой информацией. Тем самым проблема поиска плана ответа сводится к проблеме поиска правильного незаданного вопроса [5, с. 268].

Часто понимание прагматического смысла чужого вопроса не вызывает затруднений, Например, в ситуации, когда человек звонит в магазин и спрашивает о наличии определенного товара, ответ «Есть» должен его полностью удовлетворить, так как является и семантически, и коммуникативно достаточным. Если же покупатель, находясь в торговом зале, задает тот же вопрос, то указанный ответ, оставаясь удовлетворительным семантически, коммуникативно недостаточен, поскольку, нужно полагать, спрашивающий желает сейчас купить этот товар. Коммуникативно оптимальный ответ в этом случае должен дать информацию, где именно в торговом зале находится товар.

Однако, во многих случаях понимание цели вопроса, а следовательно, и его смысла – не столь просто. Поскольку ценности и интересы другого, постороннего человека неизвестны, вопросно-ответное общение с ним нередко оказывается коммуникативно неудачным.

На остановке «Метро «Парк культуры»» троллейбуса, идущего по всему Садовому кольцу, мужчина задает вопрос: «Комсомольская площадь – туда (показывает в одну сторону Садового кольца) или – туда (показывает в другую)?» И получает ответ: «Комсомольская площадь – туда (жест в перпендикулярном направлении в сторону центра), на метро – 12 минут.». Мужчина явно неудовлетворен ответом. С легким раздражением он спрашивает снова: «На троллейбусе – ближе в эту сторону или в другую?» На этот вопрос он получает малоинформативный ответ: «Примерно одинаково.» Понятно, что этот вопросно-ответный диалог удачным не назовешь. А причиной коммуникативной неудачи является обычное, привычное истолкование первого вопроса как имеющего практическую цель быстро и удобно доехать до Комсомольской площади. Эту цель адресат вопроса примыслил, исходя из собственных обычных для такой ситуации интересов и целей.

Так же непросто определить для чужого вопроса желаемую полноту запрашиваемой информации. В интеррогативной логике существует понятие избыточного ответа, т.е. ответа, содержащего помимо запрашиваемой в вопросе информации еще и другую. Но определить избыточность или неизбыточность ответа однозначно устанавливается только для вопросов, сформулированных совершенно корректно и точно. В обыденной коммуникации далеко не все вопросы сформулированы так, что субъект вопроса вполне определен («В каком году родился А.С. Пушкин?», «Какова дата рождения А.С. Пушкина?»). Кроме того, даже когда субъект вопроса несомненен, коммуникативная ситуация может указывать на то, что субъект ответа должен быть другим. Так, на вопрос: «В каком компьютерном классе – тест у первокурсников?», *логически корректным* и полным является ответ: «Ни в каком из наших компьютерных классов он не проходит», но *коммуникативно оптимальным*, будет логически избыточный ответ: «Ни в каком, он проходит онлайн».

В заключение попробуем сформулировать некоторый вариант понятия ответа в коммуникации. *Ответ – это ответная реплика, даваемая коммуникативно добросовестным адресатом в соответствии с его собственной реконструкцией прагматического смысла вопроса и целей спрашивающего, и содержащая прямым или косвенным способом нужную спрашивающему (по мнению адресата) информацию полностью или частично.*

Литература

[1] Белнап Н., Стил. Т. *Логика вопросов и ответов* М., 1981, 288 с.

[2] Гусев С. С. *Коммуникативные функции вопросительных предложений* // Человек. Культура. Образование. №3 (25) 2017, С. 117–132.

[3] Знаков В. В. *Психология понимания* М., 2005, 448 с.

[4] Конрад Р. *Вопросительные предложения как косвенные речевые акты* // Новое в зарубежной лингвистике. Вып. 16, С. 349–383.

[5] Ленерт У. *Проблемы вопросно-ответного диалога* // Новое в зарубежной лингвистике. Вып. 23, С. 258–280.

Поиск и отбор решений спора в аргументации

Лисанюк Е. Н.
Санкт-Петербургский государственный университет
elenalisanyuk@yandex.ru

Аннотация: Предлагается трехэтапный механизм поиска и отбора решений спора, включающий оценку аргументов на трех уровнях – состоятельности отдельных аргументов, приемлемости аргументов относительно друг друга на множестве аргументов спора и оценку убедительности позиций сторон. Механизм разработан на основе абстрактного подхода в логике аргументации посредством Дунговых структур, протоколов репрезентации аргументации с анализируемыми аргументами, логико-когнитивной теории аргументации, концепции новой диалектики Д. Уолтона.

Ключевые слова: *логика аргументации, оценка аргументов, решение спора, логико-когнитивная теория аргументации, новая диалектика*

Search and selection of dispute solutions in argumentation

Lisanyuk E. N.
St Petersburg State University
elenalisanyuk@yandex.ru

Abstract: We propose a three-step mechanism for searching and selecting of dispute solutions. The mechanism includes arguments evaluation at three levels - the consistency of individual arguments, the acceptability of arguments relative to each other on the set of arguments in the dispute in the parties' positions, and an assessment of the cogency of the parties' positions in the dispute, in general. The mechanism is based on the Dung-style abstract approach in the logic of argumentation, protocols of representation of argumentation with analyzed arguments, logical-cognitive theory of argumentation, D. Walton's concept of new dialectics.

Keywords: *argumentation logic, arguments evaluation, dispute solution, logical-cognitive theory of argumentation, the new dialectics*

Предлагается трехэтапный механизм поиска и отбора решений спора на основе абстрактного подхода в логике аргументации [6], протоколов репрезентации аргументации с анализируемыми аргументами [9], логико-когнитивной теории аргументации [2], концепции «новой диалектики» [11].

Оценка аргументов – актуальный вопрос логики аргументации [3, 8], нового направления на стыке теории аргументации, информатики и логики, возникшего на основе абстрактного подхода к аргументации, отождествляющего убежденность агента в каком-либо положении с тем, «насколько успешно аргумент, поддерживающий это положение, может быть защищен от контраргументов» [6, p. 323]. Предлагаемый механизм представляет собой локальную оценку аргументации в данном споре на множестве предъявленных в нем аргументов и подразумевает ее оценку на трех уровнях – отдельных аргументов, позиций сторон и спора в целом.

Механизм применяется к аргументации, предварительно реконструированной посредством картирования, в т.ч. цифрового, и включает:
(а) оценку обоснованности и корректности аргументов как молекулярных элементов спора в целях определения состоятельности каждого аргумента по отдельности;
(б) оценку приемлемости аргументов относительно друг друга на множестве аргументов спора в целях поиска и установления подмножества аргументов, составляющего решение спора;
(в) оценку убедительности позиций сторон в целях отбора решений спора, пригодных по специальным критериям.

Аргумент – это рассуждение или умозаключение, предназначенное обосновать какое-либо утверждение путем выведения его из других утверждений. Спор – это специальная абстракция для репрезентации диалога, где стороны – рациональные агенты, приводят аргументы для защиты своих мнений. Спор представляет собой множество аргументов, упорядоченных на графе бинарным отношением атаки $F =< Arg, attack >$, символизирующем критику или контраргументацию: $attack[\alpha, \beta]$, так что аргумент β отклонен в силу атаки со стороны аргумента α, разве что в подмножестве $S \subseteq F$ найдется аргумент γ, такой что $attack[\gamma, \alpha]$, возвращающий β в F в качестве защищенного.

Оценка состоятельности аргументов (а) производится при помощи критических вопросов, формулируемых специально для каждого их трех видов аргументов, дедуктивных, индуктивных и правдоподобных, а для последних – относительно каждой воплощенной схемы аргументации [12]. Критические вопросы обеспечивают единообразную оценку аргументов, отличных по способу демонстрации. Ответы на критические вопросы, разделяют множество аргументов спора на три группы:

— сильно состоятельные, дающие на все критические вопросы ответы, совместимые с заключением;
— средне состоятельные, если подобным образом удается отклонить не менее половины критических вопросов;
— слабо состоятельные, если подобным образом удается отклонить менее половины критических вопросов.

Для удобства подсчета можно выразить эти оценки состоятельности (а) при помощи числовых значений, например, 1, 0,5 или 0,1, соответственно. Будем считать, что

— аргумент отклонен, если и только если он атакован равным по состоятельности или более состоятельным аргументом;

— не защищен, если он атакован менее состоятельным аргументом или не атакован;
— защищен, если и только если он был атакован аргументом, который был контратакован и отклонен.

Методика предварительной реконструкции аргументации в диалоге состоит из 5 шагов:

1. Выделить главный вопрос спора, установить пропозициональное содержание мнений сторон.
2. Выявить ключевые утверждения сторон спора и определить вид расхождения во мнениях (вид спора).
3. Определить аргументы и контраргументы сторон, отграничив их от прочих речевых ходов (вопросов и т.п.).
4. Реконструировать позиции сторон, добавив неявные посылки и заключения.
5. Определить схемы аргументации для каждого аргумента.

Оценка состоятельности аргументов (а), поиск (б) и отбор решений спора (в) производятся на следующих шагах:

6. Установить состоятельность каждого из аргументов посредством критических вопросов.
7. Определить множество решений - исходов спора.
8. Оценить убедительность позиций сторон через подсчет исходов (защищенных аргументов) и установление решения с учетом вида спора.

Решение спора – понятие, широко используемое в логике и аргументации, но все еще ожидающее своего определения. Условимся называть решением спора подмножество исходов спора, принадлежащих позиций одной из сторон. Под исходом спора будем понимать допустимое множество, возможно пустое, состоящее из приемлемых аргументов, к которым относятся защищенные и незащищенные аргументы, но не относятся отклоненные аргументы. Позицию стороны с наибольшим количеством защищенных аргументов в общем случае будем считать наиболее убедительной, за исключением случаев глубокого разногласия [7, 1].

Отбор решений из исходов спора - допустимого множества аргументов, производится с учетом вида спора и особенности тактики рациональных агентов в нем. Разграничение между видами спора было разработано в формальной диалектике [4] и в дальнейшем развито в прагма-диалектике [10]. Выделяют единичный несмешанный (ЕН), единичный смешанный (ЕС) и множественный смешанный (МС) спор. В ЕН-споре пропонент обосновывает свою точку зрения перед лицом аудитории, выразившей сомнение в ней, но не имеющей альтернативного мнения по обсуждаемому вопросу. В ЕС-споре пропонент доказывает свою точку зрения перед лицом оппонента, не согласного с нею и критикующего ее, но не выдвинувшего альтернативной точки по обсуждаемому вопросу. В МС-споре обе стороны, протагонист и антагонист, берут на себя роли пропонента своей точки зрения и оппонента противоположной точки зрения, и защищают каждый свою точку зрения, опровергая противоположную. В ЕН-споре решение представляет собой допустимое подмножество, совпадающее с множеством исходов спора, т.е. включающее защищенные или незащищенные аргументы в защиту точки зрения пропонентов. Иными словами, в ЕН-споре берут верх аргументы пропонентов, если спор не трансформировался в ЕС-спор в силу возражений аудитории, перешедшей от сомнения к критике. ЕС-спор подразумевает, что для решения спора в пользу пропонентов необходимо, чтобы в множестве аргументов в поддержку их точки зрения нашелся хотя бы один защищенный или незащищенный аргумент, в противном случае в споре берет верх точка зрения оппонентов. Для решения МС-спора в пользу любой из сторон необходимо, чтобы в ее позиции количество защищенных или не защищенных аргументов превышало количество таких аргументов в противоположной позиции. Можно сформулировать дополнительные условия отбора решений спора из исходов, если это необходимо, например, с учетом тактики рационального агента или прагма-риторического вида диалога.

Особенности тактики рационального агента в споре зиждутся на двух вычислительных семантических алгоритмах установления исходов спора, доверительном и скептическом. Монотонные аргументы, включая дедуктивные, логика аргументации моделирует на основе скептической семантики: заключение аргумента В приемлемо, если для всякого аргумента в поддержку противоположного заключения найдется атакующий его аргумент, поддерживающий В, в противном случае оно неприемлемо и приемлемым будет противоположное ему заключение [5]. Семантика неподвижных точек на основе доверительного алгоритма позволяет вывести заключения из несовместимых посылок и образовать более одного допустимого подмножества аргументов на данном множестве.

Доверительный и скептический алгоритмы напоминают два сорта рациональных агентов. Эпистемологические оптимисты готовы поверить в обоснованность тезиса, если поступит хотя бы еще один аргумент в его поддержку, пусть и самый слабый, а пессимистам для этого требуется наиболее сильный аргумент. Скептический и доверительный алгоритмы установления исходов спора образуют спектр тактик агентов: начиная от самой мягкой доверительной тактики, выбирающей предпочитаемое подмножество, или наибольшее допустимое, такое что добавление еще одного аргумента превратило бы его из бесконфликтного, т.е. не содержащего пар атакующих друг друга аргументов, в конфликтное, до самой агрессивной, выбирающей стабильное подмножество аргументов, атакующих всякий не принадлежащий ему аргумент, или самой осторожной скептической тактики, выбирающей прочное подмножество – наименьшее допустимое, или самой логически выверенной, выбирающей полное подмножество, исчерпывающее все приемлемые аргументы спора. Формирование подобных подмножеств на множестве аргументов спора осуществляется при помощи специально задаваемой характеристической функции.

Исследование поддержано РНФ, проект №20-18-00158 «Формальная философия аргументации и комплексная методология поиска и отбора решений спора».

Литература

[1] Витгенштейн Л. *О достоверности* // Философские работы. Часть I. М.: Гнозис, 1994. С. 321–405.

[2] Лисанюк Е. Н.*Аргументация и убеждение.* СПб, 2015. 398с.

[3] Amgoud L., Ben-Naim J.*Evaluation of Arguments in Weighted Bipolar Graphs* // International Journal of Approximate Reasoning. Vol. 99, 2018. P. 39–55.

[4] Barth E. M., Krabbe E. *From Axiom to Dialogue.* Walter de Gruyter. Berlin, New York, 1982.

[5] Besnard P., Hunter A. *Elements of Argumentation.* The MIT Press, 2008.

[6] Dung P.Ṁ.*On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming, and n-person games* // Artificial Intelligence. 77 (1995). P. 321–357.

[7] Fogelin R. J.*The Logic of deep disagreement* // Informal Logic. 2005 (1985). V. 25, No. 1. P. 3–11.

[8] Grossi D., Modgil S.*On the graded acceptability of arguments in abstract and instantiated argumentation* // Artificial Intelligence. Vol. 275, 2019. P. 138–173.

[9] Prakken H.*An abstract framework for argumentation with structured arguments* // Argument and Computation. 1 (2), (2011). P. 93–124.

[10] Van Eemeren F., Grootendorst R. *A Systematic Theory of Argumentation: the pragma-dialectical approach.* Cambridge: Cambridge UP, 2004.

[11] Walton D.*Methods of argumentation.* Cambridge University Press, Cambridge, 2013.

[12] Walton D., Reed Ch., Macagno F. *Argumentation schemes.* Cambridge University Press, 2008.

Теории значения: от сигнифики к композиционально-семантической концепции

Ляшов В. В.
Южный Федеральный Университет
Институт философии и социально политических наук
saddydg@mail.ru

Аннотация: В докладе рассматривается расширенная интерпретация истории «теории значеня» в сигнифике, семиотике и логической семантике.

Ключевые слова: *сигнифика, значение, интенция, каузальная традиция, композиционально-семантическая традиция*

Theories of meaning: from signofics to compositional-semantic theory

Lyashov V. V.
Southern Federal University
saddydg@mail.ru

Abstract: The report examines the extended interpretation of the history of 'theories of meaning' in significs, semiotics and logical semantics. Intentional and causal concepts in the psychological approach and compositional-semantic theory in the logical approach are distinguished.

Keywords: *significs, meaning, intention, causal tradition, compositional-semantics tradition*

Обычной на сегодня концепцией истории «теории значения» считается та, которая начинается с идей Фреге и проходит через Рассела и Витгенштейна до Тарского, Карнапа, Черча и далее. Но такой подход является узковатым, реальное положение дел является более сложным. Предполагается, что при более широком подходе основоположницей или создательницей первой теории значения следует признать Викторию Уэлби. В своей сигнифике, она первая поставила вопрос «Что такое значение?» как заслуживающий тщательного изучения сам по себе. [1], [2] В ее триаде: смысл, значение и значимость, значение отождествляется с намерением говорящего что-то донести до аудитории. И эта идея постоянно подчеркивается в ее работах. Для Уэлби значение всегда зависит от творчества или находчивости говорящего, пытающегося найти разумный способ передачи мыслей. Она использует эту концепцию для того, чтобы противостоять идее о том, что языковые выражения имеют центральные или постоянные значения независимо от контекста употребления.

А Фердинанд де Соссюр [3] использовал в своей работе понятие центрального значения для определения понятия языка, отличая его от понятия речи. При различии между речью и языком и при наличии центральных значений прокладывается путь для постановки вопроса: каким образом факты о центральных значениях, которые составляют язык, опираются на факты о речевых практиках членов группы людей? Таким образом, Соссюр концептуально подготовил почву для постановки центрального вопроса теории значения. Но взгляды Соссюра в целом на отношение речи к языку казались недостаточно развитыми, поскольку он мало говорил о таких вопросах, как метафора и не буквальное использование языковых выражений.

Алан Гардинер [4] синтезировал важные вопросы поставленные Уэлби и Соссюром, развивая далее различие между речью и языком с особым акцентом на неязыковых интенциях говорящих в речи. Гардинер развил ряд важных тем, которые впоследствии оказали большое влияние на лингвистическую философию, в том числе понятие иллокутивной силы высказывания и его связи с намерениями говорящего, а также представление о том, что необходимым условием для акта речи является то, что говорящий должен заставить свою аудиторию признать его коммуникативное намерение ради которого было создано высказывания. Это последняя идея важна тем, что она связана как с понятием Остина об обеспечении понимания, так и с анализом Грайсом [5] концепции говорения.

Уэлби, Гардинера и Грайса можно рассматривать как участников определенной традиции в теоретизировании двадцатого века о значении, которую можно назвать традицией, основанной на намерении или интенциональным подходом.

Другим направлением в трактовке значения, которое проходит рядом с концепцией, основанной на намерениях является причинно-следственная или каузальная традиция. Наиболее важные причинно-следственные теории в XX веке были созданы Пирсом [6], Расселом [7], Огденом и Ричардсом [8], К. Л. Стивенсоном [9] и Чарльзом Моррисом [10]. Причинно-следственной теории вообще объясняют значение выражений естественного языка с точки зрения двух отдельных видов причинно-следственных связей. Первый – это причинная связь между самим выражением естественного языка и некоторым психическим состоянием, а второй – это причинная связь между психическим состоянием и значением выражения естественного языка.

Главные различия между каузальными теориями заключаются в том, какого рода психическое состояние вызывается выражением естественного языка и в каком отношении приведенное психическое состояние находится к значению выражения этого языка. Так в теории Пирса выражение на публичном языке вызывает то, что он называл интерпретантом, в ранних теориях Рассела возникает ментальный образ; для Огдена и Ричардса это то, что они называют энграммой [гипотетическая структура, хранящая следы памяти], для Стивенсона это продуцируемые когнитивные ментальные процессы, а для Морриса – склонности или предрасположенности к поведению, именно то, что становится их причиной.

Самое важное в каузальных теориях состоит в том, что они, как и теории, основанные на намерениях, являются психологическими теориями, т.к. в них устанавливаются значения выражений естественного языка в отношении, которое имеет место между выражениями и психологией их пользователей. Действительно, если бы оказалось, что намерение говорящего произвести определенный когнитивный эффект в аудитории имело тенденцию производить этот эффект, и если бы выражения на публичном языке не имели релевантной причинной эффективности в отсутствие намерений говорящего произвести определенные когнитивные эффекты в аудитории, то теория, основанная на намерении, была бы эквивалентна каузальной теории. А в более поздних разработках теории значения оказывается, что традиция, основанная на интенции, и каузальная традиция тесно связаны друг с другом.

И, наконец в истории теории значения можно выделить третью традицию, которую назовем композиционально-семантической. Её истоки лежат в работах Фреге [7], Витгенштейна, Карнапа, Тарского и Черча, а завершенность приобретают в работах Дэвидсона [12]. Если Фреге и Витгенштейн [и Карнап, и Тарский, и другие] каким-то образом принадлежат к этой традиции, то не потому, что они явно ставили вопрос о теории значения и пытались решить его, обращаясь к так называемым композиционно-семантическим теориям, а скорее потому, что они имплицитно работали с такой точки зрения. Все они логики и их интерес к значению простирался настолько далеко, насколько позволяла логика. Это означает, что по большей части они были озабочены тем, чтобы выявить логическую форму предложений, и выяснить как условия истинности предложений могут быть зависимы от денотаций терминов, входящих в эти предложения.

Под понятиями «знак», «имя» Г. Фреге понимает любое обозначение, представляющее собою имя собственное, чьим значением является определенный предмет, а не понятие и не отношение.

Смысл является связующим звеном между знаком и обозначаемым им предметом. Связь, существующая между знаком, его смыслом и значением, такова, что знаку соответствует определенный смысл. Смыслу же соответствует определенное значение, тогда как одному значению соответствует не единственный знак. Один и тот же смысл имеет в различных языках и даже в одном и том же языке различные выражения. Однако необходимо различать смысл знака, значение знака и связанное с ним представление. Это некий внутренний образ, возникающий из воспоминаний о чувственных впечатлениях.

Следует отметить, что, если теория значения у Г. Фреге опирается на математические понятия, такие как множество и функция, и соответственно, он проясняет с их помощью понятия «значение переменной» и «значение функции». Понятие «смысла» у него остается во многом интуитивным и строго неэксплицированным. Попытка точного прояснения и фиксации смысла была предпринята А. Чёрчем [13], а также Р. Карнапом [14], который ввел в язык логики понятия экстесионала и интенсионала. Также фрегевская традиция нашла продолжение в исследования логиков в XX в. Д. Дэвидсона, Д. Льюиса, Р. Монтегю, Д. Каплана, М. Крессвелла, Я. Хинтикки и ряда других, которые ставят перед собой цель объяснить, как выражения естественного языка могут использоваться для передачи информации о мире. Данные логики предполагают использование понятий истины и указания, или референции для анализа семантики выражений языка.

В отличие от семиотиков и лингвистов логическое исследование языка абстрагируется от косвенного, переносного, буквального смысла и от метафор. В теоретической логике рассматривается только прямой смысл, и логическая семантика отходит от понятия смысла как субъективного феномена, игнорирует фактор говорящего и слушающего.

Логики традиционно проводили такую работу, исследуя логическую форму предложений, не имея и не интересуясь точными психологическими теориями, объясняющими, почему для группы пользователей языка простые выражения и синтаксические структуры вносят именно такой вклад в условия истинности предложений, в которых они встречаются.

Таким образом, теория значения, имплицитно выраженная у Фреге и его последователей, выглядит примерно так: предложение может означать что-то для представителей некоторой группы людей, только в том случае, если каждый человек из этой группы знает логическую форму предложения. Т.е предложение означает нечто для некоторой группы людей, только если оно является частью языка и каждый член этой группы стоит в определенном отношении к теории композиционной истины для языка, который содержит это предложение.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №20-011-0026.

Литература

[1] Welby, Victoria Lady *What Is Meaning? Studies in the Development of Significance.* Reprint of original edition London, 1903. Amsterdam and Philadelphia: John Benjamins Publishing Company. 1983.

[2] В. В. Ляшов, К. Д. Скрипник *Сигнифика В.Уэлби и семейотика Ч.Пирса: сравнение в отношении проблемы знака и значения.* Ж. Научная жизнь Кавказа; №3, 2020 с.24-31.

[3] Saussure, Ferdinand de *Course in General Linguistics.* Charles Bally and Albert Sechehaye, eds. Translated with an introduction and notes by Wade Baskin. New York: McGraw-Hill. 1916.

[4] Gardiner, Alan *The Theory of Speech and Language.* 2nd edition. Oxford: Clarendon Press. [First published: Oxford, 1932.]

[5] Grice, H. P. *Utterer's Meaning and Intentions* Philosophical Review, 78 [1969], 147-177. In Grice [1989].

[6] Peirce, Charles Sanders. *Philosophical Writings of Peirce.* Selected and edited with an introduction by Justice Buchler. New York: Dover Publications, Inc. 1955b

[7] Russell, Bertrand. *The Meaning of Meaning.* Review of Ogden and Richards, The Meaning of Meaning. In Russell [1988].

[8] Ogden, C. K., and I. A. Richards. *The Meaning o f Meaning: A Study of the Influence o f Language upon Thought.* With an introduction by Umberto Eco. San Diego, New York, and London: Hartcourt Brace Jovanovich. A Harvest/HBJ book. 1923.

[9] Stevenson, Charles L. *Ethics and Language.* New Haven and London: Yale University Press.

[10] Morris, Charles. *Signs, Language, and Behavior.* New York: George Braziller, Inc.

[11] Фреге Г. *Логика и логическая семантика Сборник трудов.* Аспент Пресс, Москва, 2000 С.230.

[12] 12. Davidson, Donald. *Truth and Meaning* Synthese, 17 [1967], 304-323. In Davidson [1984]. Also in Rosenberg and Travis [1971]. 1967.

[13] Черч А. *Введение в математическую логику.* М.: ИЛ, 1969г.

[14] Карнап Р. *Значение и необходимость. Исследование по семантике и модальной логике.* Изд.2 2007 с.384.

Конструктивная versus аналитическая «теория науки»

Мануйлов В. Т.
Институт деловой карьеры, Филиал в Курске
manvict@yandex.ru

Аннотация: Рассматривается «конструктивная философия науки» как альтернатива «аналитической философии науки».

Ключевые слова: *немецкий конструктивизм, аналитическая философия науки, конструктивная философия науки, философия математики, логика, теория науки, методология науки*

Constructive versus analytical "theory of science

Manuylov V.T.
Institute of Business Career, branch in Kursk
manvict@yandex.ru

Abstract: The article considers the “constructive philosophy of science (konstruktive Wissenschaftstheorie)” as an alternative to the “analytical philosophy of science (analytische Wissenschaftstheorie)”.

Keywords: *German constructivism, analytical philosophy of science, constructive philosophy of science, philosophy of mathematics, logic, science theory, science methodology*

«Немецкий (эрлангенский, методический) конструктивизм» начинается в 60-х годах XX столетия, когда немецкие учёные Пауль Лоренцен (1915–1994) и Вильгельм Камла (1905–1976) основали Эрлангенскую школу философии науки (Wissenschaftstheorie), деятельность которой была продолжена Констанцской группой (Яних, Миттельштрасс и Фридрих Камбартель). Первое и второе поколения представителей этой школы в немецкой философии науки включают таких учёных, как Петер Яних, Куно Лоренц, Юрген Миттельштрасс, Освальд Швеммер и Христиан Тиль. Впоследствии к ним присоединились Карл Фридрих Гетман, Франц Коппе, Матиас Гатцемайер и другие. Исторически эрлангенский период длился с начала 60-х до конца 70-х годов, Констанцский период – в течение 70-х годов; с начала 80-х годов XX столетия методический конструктивизм разрабатывался почти исключительно в Марбурге и Гёттингене [6].

«Немецкий конструктивизм» представляет собой философское обобщение построенной Паулем Лоренценом оперативной логики и математики. Как «отец» «Немецкого конструк-тивизма» обычно называется создатель оперативной геометрии Г. Динглер, исследовавший проблемы соответствия геометрических объектов физическим. «Дедушкой» «Немецкого конструктивизма» считают И. Канта [3, с. 127].

«Немецкий конструктивизм» сложился как реальная альтернатива господствовавшей на протяжении всего XX века традиции в обосновании научного (прежде всего логико-математического) знания – аналитической философии науки» [1, с. 107].

Под аналитической философией науки мы понимаем здесь традицию XX века, представленную, прежде всего, тремя наиболее значительными стадиями развития: эмпиризм («Венский кружок» – Карнап – Штегмюллер), рационализм (Поппер – Лакатос), историзм (Кун – Фейерабенд). Конструктивная философия науки (konstruktive Wissenschaftstheorie) оформляется лишь в 70–80-х годах нашего столетия прежде всего с включением в поле исследований нормативных суждений [10, S. 12]. ««Теория науки» (Wissenschaftstheorie) в Германии есть философия науки (philosophy of science) в ее широчайшем смысле, включая работы по логике и основаниям научных теорий, концептуальной истории науки, культурной и практической среде и нормативным аспектам как научного, так и технического прогресса» [4, p. ix].

Как одна, так и другая концепция берет в качестве исходного пункта анализа математическое знание; многие представители этих школ профессионально занимались математикой или математической физикой; характерным для обоих направлений является ориентация на истолкование проблем философии науки как проблем философии языка. Однако аналитическая и конструктивная философия науки предлагают в принципе различные образы науки, а также пути, методы построения и обоснования научного знания. Это различие выражается терминами: «исследование» или «путь (метод) исследования» («die Forschung» [11]; «the way of research» [7]) – для аналитической философии науки и «представление» или «путь (метод) представления» («die Vorstellung» [11]; «the way of representation» [7]) – для конструктивной философии науки.

Историко-философским истоком и ориентиром для аналитической философии науки служит Просвещение с философскими системами классического рационализма (Декарт, Спиноза, Лейбниц) [8, S. 101], в области философии математики – Г. В. Лейбниц. Идеалом научного знания (в том числе и философии) для мыслителей этой эпохи служит математика в силу абсолютной безусловности, необходимости, достоверности (истинности), аналитичности ее положений. Подобным же образом в рамках аналитической философии науки в качестве образца науки рассматривается физико-математическое естествознание, принимаются тезисы об аналитичности математики, о редуцируемости математического знания к логике (принимаемой как теория множеств), о «бессмысленности метафизики» (Р. Карнап), о науч-ной философии как анализе языка точными формальными средствами. «Путь исследования» методологически обеспечивается корреспондентской теорией истины в формализованных языках (А. Тарский), концепциями «третьего мира» и «эпистемологии без субъекта знания» (К. Поппер), «научно-исследовательских программ» (И. Лакатос), «научных парадигм» (Т. Кун), «методологического анархизма» (П. Фейерабенд). Аналитическая философия науки тяготеет к «техницистской» концепции обоснования математики, согласно которой обоснование математики – дело рук самих математиков.

Конструктивная теория науки, в отличие от аналитической, рассматривает предметы науки как конструкции, то есть продукты целенаправленной человеческой деятельности; «...универсальная задача конструктивной теории науки состоит в том, чтобы производство предметов некоторой науки, как неявно заданное предписаниями, в последующем реконструировать, чтобы затем на фоне этих правил подвергнуть действительные науки критиче-скому контролю [с точки зрения] их методического построения. При этом вопросы философии, поскольку они касаются построения науки, формулируются и разрешаются как теоре-тико-научные (wissenschaftstheoretische) проблемы» [5, S. 746].

Конструктивная философия науки видит своих предшественников в философских системах Канта («дедушка немецкого конструктивизма»), Гуссерля, Дильтея, Хайдеггера, в концепциях философии науки Витгенштейна, Динглера. Именно данная концепция философии математики акцентирует внимание на гуманитарной (в современном смысле слова) компоненте математического знания. К предшественникам «немецкого конструктивизма» относят, кроме того, Маркса, Дильтея, Гуссерля, Гадамера и т. д. – то есть тех мыслителей XIX–XX вв., которые акцентировали внимание на человеческой практике, формах субъективной деятельности при анализе философских проблем науки.

Кантовский «трансцендентальный» метод, диалектический метод Гегеля, диалектико-материалистический метод Маркса, феноменологический метод Гуссерля, современная фи-лософская герменевтика образуют ту «среду обитания», в которой формируется «немецкий конструктивизм». Основатель «Эрлангенской школы» П. Лоренцен, начинавший свою научную деятельность как специалист-математик, сравнивает научное знание с судном в море: мы можем его усовершенствовать или переделывать только «доска за доской», все время пытаясь оставаться на плаву [9]. Философия науки должна представить этот процесс усовершенствования знания. Критерии науки как «представления» вытекают из возможных (потенциальных) процедур ученых и могут быть охарактеризованы двумя принципами: 1) принцип метода или непрерывности («представления» работают «без скачков»), и 2) принцип диалога.

В Лоренценовском обосновании математического знания используются оба метода (в виде «исчислительных» языковых слоев и «диалогического обоснования» логики и математики). При построении конструктивной теории социального знания используется уже только метод «диалогического обоснования» [10].

Литература

[1] Мануйлов В.Т. *Конструктивность как принцип обоснования научного знания* // Философские науки. М.: Гуманитарий, 2003. №10. С. 104–121.

[2] Мануйлов В.Т. *Конструктивное обоснование научного знания в «Немецком конструктивизме»* // Ученые записки Крымского федерального университета имени В.И. Вернадского. Философия. Политология. Культурология. 2016. Т. 2 (68). №4. С. 127–136.

[3] Мануйлов В.Т. *Методологические принципы «Немецкого конструктивизма»* // Ученые записки Крымского федерального университета имени В.И. Вернадского. Философия. Политология. Культурология. 2015. Т. 1 (67). №1. С. 126–147.

[4] Butts R. E., Brown J.R. *Introduction* // Constructivism and science: essays in recent German philosophy / Ed. by Butts R. E. and Brown J. R. Dordrecht; Boston; London: Kluwer Academic Pub-lishers, 1989. XXV – 287 P. IX–X.

[5] Gethman Carl F. *Wissenschaftstheorie, konstruktive* // Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie. Bd.4, Sp-Z. Stuttgart; Weimar: Metzler, 1996. P. 746–758.

[6] Janich P. *Methodical Constructivism* // Issues and Images in the Philosophy of Science. Boston Studies in the Philosophy of Science. Volume 192. Dordrecht / Boston / London: Kluwer Academic Publishers, 1997. P. 173–190.

[7] Lorenz K. *Science, a rational enterprise? Some remarks on the consequences distinguishing science as a way of presentation and science as a way of research* //Constructivism and science / Ed. by Butts R. E. and Brown J. R. Dordrecht etc.: Kluwer Acad. Publ., 1989. P. 3–18.

[8] Lorenzen P. *Aufklärung und Vernunft* // Lorenzen P. Konstruktive Wissenschaftstheorie. Frankfurt am Main: Suhrkamp Verlag, 1974. S. 98-112.

[9] Lorenzen P. *Constructive philosophy* / Transl. by Pavlovic K. R. Amherst: The Univ. of Massachusetts Press, 1987. X, 291 p.

[10] Lorenzen P. *Lehrbuch der konstruktiven Wissenschaftstheorie* Mannheim; Wien; Zürich: BI Wissenschaftsverlag, 1987. 332 S.

[11] Wohlrapp H. *Analytischer versus konstruktiven Wissenschaftsbegriff* //Konstruktionen versus Positionen. Bd. II. Allgemeine Wissenschaftstheorie / Hrsg. von Lorenz K. Berlin; N. Y.: Bruyter, 1979. S. 348–377.

О суждениях личного вкуса: дискуссия между релятивизмом и контекстуализмом

Павлухина П. А.
Межрегиональная общественная организация «Русское общество истории и философии науки»
ppavlukhina01@mail.ru

Аннотация: В данной статье обсуждаются высказывания, содержащие предикаты личного вкуса, такие как *вкусно*, *весело* и т.д. Современные логики и лингвисты, рассматривающие данные суждения, обращают особое внимание на загадку безупречного спора, при которой высказываются два противоречивых утверждения о вкусе. В попытке описания и решения данной проблемы сформировалось несколько лагерей, а именно контекстуалисты и релятивисты, дискуссия между которыми рассматривается в данной работе. И если релятивисты, основываясь на классических теориях референции, предлагают расширить количество параметров при анализе суждения, то контекстуалисты обращают особое внимание на точку зрения говорящего. Мы отмечаем, что предикаты личного вкуса связаны с непосредственным опытом говорящего и, поэтому, необходимо обратить особое внимание на связь восприятия человека и языковые средства, которые он использует.

Ключевые слова: *предикаты личного вкуса, безупречный спор, релятивизм, контекстуализм.*

Predicates of personal taste: discussion between relativism and contextualism

Pavlukhina P. A.
Interregional Non-Governmental Organization "Russian Society for History and Philosophy of Science"
ppavlukhina01@mail.ru

Аннотация: This article discusses the prominent issues of PPTs, such as *taste*, *fun* etc. The main point in the article related to the discussion between contextualism and realativism, taking into account earlier researchers. Modern logician and linglinguists notice the puzzle about faultless disagreement, which is about two contradiction propositions in dialogue, which contain the PPTs. It is shown that relativists, who based on the classical theories of reference, propose to expand the number of parameters. In contrast to them, contextualists pay attention to the speaker's point of view. We intuitively assert, that we have to consider the link between perception of the person and proposition, which he use. It is proposed to explore the requiring of first-hand experience in PPTs.

Ключевые слова: *predicates of personal taste, faultless disagreement, relativism, contextualism.*

Существует разница между объективными выражениями, выражающими факты и субъективными, которые выражают личные вкусы говорящего, приписываемые им объекту. Утверждения, высказывающие факты, можно опровергнуть, апеллируя к действительности, в то время как утверждения личного вкуса связаны с восприятие говорящего. Литература, посвященная суждениям личного вкуса, в основном фокусировалась на двух предикатах личного вкуса, а именно на *вкусном* и *веселом*, т.к. данные предикаты свободны от эстетических и моральных смыслов. В последнее время также обращают пристальное внимание и на другие оценочные предикаты, относящиеся к восприятию.[1]

Учитывая субъективность вкусов, существует проблема, связанная с формализацией данного положения, потому что непонятно, как два человека могут высказывать противоречащие утверждения относительно вкусов и при этом не ошибаться. Тем не менее, спор между говорящими возникает в процессе общения и данная проблема получила в литературе название "puzzle about faithless disagreement". Здесь нельзя говорить об объективной истине, поэтому говорящий вполне справедливо может не соглашаться с предпочтениями собеседника в еде. Например, на вечеринке двое друзей пробуют торт. У них может состояться следующий диалог:

Пример 1. A: Этот торт очень вкусный!
B: Нет, он не вкусный

Мы можем попытаться снять противоречие, ведь одним из обязательных требований в суждениях о вкусе является требование непосредственного опыта восприятия того, о чем идет речь. Будет разумным в данном случае уточнить, что торт вкусен именно для говорящего, как в примере 2:

Пример 2. A: Этот торт очень вкусный!
B: Нет, он не вкусный
A: Ну, по крайней мере, для меня он вкусный

На данном этапе мы можем предположить, что непосредственный эмпирический опыт выступает основанием для дальнейшего суждения о состоянии говорящего.[2] Говоря о вкусах, говорящий всегда отсылает к своему опыту и, получается, что слушатель должен всегда иметь это требование ввиду. Когда мы говорим, что *этот торт вкусный*, то слушатель может оценить наше высказывание как истинное или ложное в зависимости от его личного мнения. В ситуации, когда мы утверждаем, что *этот торт вкусный для меня*, слушатель не может возразить нам. Дело в том, что в примере 2 речь идет о непосредственном восприятии говорящего, а в

[1] См. Umbach, C. Evaluative Predicates: Beyond Fun and Tasty, 2021
[2] См. Pearson, H. A judge-free semantics for predicates of personal taste, 2013

1 выдвигается общая основа для успешной коммуникации. Исходя из данной позиции, мы можем обосновать разумность высказывания *этот торт вкусный*, даже если слушатель потом опровергнет данное высказывание. В связи с этим мы не можем отождествить высказывания 1 и 2.

Основное внимание в теме предикатов оценочного вкуса посвящено решению проблемы безупречного спора. Если мы утверждаем, что каждое из этих утверждений можно назвать истинным, то тогда мы встаем на позицию релятивизма. В противовес ему, существует направление контекстуализма, которое отсылает нас к определенной точке зрения (например, судье или группе людей).

Обращаясь к теории релятивизма, стоит отметить влияние Д. Каплана, в работах которых можно проследить положение о том, что истина должна пониматься относительно обстоятельств оценки, которые включают в себя мир, время и контекст.[3] Релятивисты предлагают расширить количество параметров к обстоятельствам оценки. Получается, высказывая противоречивые мнения относительно вкуса, говорящие выражают противоречивое содержание, но, тем не менее, выражения истинны относительно параметров к обстоятельствам оценки.

Обратимся к теории релятивизма Лазерсона, который утверждает, что предикаты личного вкуса не различаются по содержанию от контекста, но различаются относительно параметра судьи в рамках одного мира.[4] Относительно диалога 1 Лазерсон бы сказал, что это *безупречный спор*, в котором оба правы, хотя В утверждает отрицание того, что выражается А. В этом случае мы должны рассматривать предложение как набор из трех параметров: время, мир и судья. Формально можно записать это следующим образом:

$$[\![\text{Этот торт вкусный}]\!]^{c,w,j} = 1 \,\text{iff этот торт вкусный для}\, j \,\text{в мире}\, w \tag{1}$$

Кто является судьей? Обычно, согласно Лазерсону, это говорящий. При таком подходе высказывания А и В могут быть противоречивы и одновременно истинны. Формально можно записать следующим образом:

$$[\![\text{Этот торт вкусный}]\!]^{c,w,A} = \text{true} \,\&\, [\![\text{Этот торт не вкусный}]\!]^{c,w,B} = \text{true} \tag{2}$$

Кроме того, Лазерсон выделяет случаи, когда происходит расширение, т.е. кто-то другой указан в качестве судьи. Например, в контекстах мнения, вопрошании и предположении правдоподобнее относить предикаты вкуса не к говорящему.

[3]См. Kaplan D. Demonstratives. 1989

[4]См. Lasersohn, P. Context dependence, disagreement, and predicates of personal taste, 2005

Стивенсон, который также относится к лагерю релятивистов, тоже обращается к параметру судьи, но он допускает неявную интерпретацию аргумента в дополнение к параметру судьи.[5] Она заключается в том, что есть общее основание, на которой разворачиваются убеждения участников диалога. Такое допущение позволяет обосновать такие высказывания, в которых говорящий явно исключается из целевой аудитории, к которой направленно высказывание вкуса, но в целом теория Стивенсона более ограниченная, т.к. в ней принимается только автоцентрическая перспектива.

Относительно данного направления возникает множество возражений и одно из них связано с проблематичностью понимания судьи в качестве неявного аргумента в контексте. Получается, что собеседник должен заранее знать, включает ли высказывание в себя мнение говорящего, но зачем тогда ему (собеседнику) высказывать отрицание? Данная проблема ставит под сомнение подходы, использующие параметр судьи и ставит перед нами вопрос – будет ли субъективное несогласие действительно безупречным, как утверждают сторонники релятивизма?

Приверженцы теории контекстуализма отвергают данное положение релятивистов, т.к. оно предполагает отстраненный взгляд на ситуацию, который невозможен. Контекстуалисты считают, что значение предикатов личного вкуса зависят от точки зрения говорящего или определенной группы. В связи с этим, вместо параметра судьи предлагается квантификация по потенциальным носителям вкуса. Говорящий идентифицирует себя с каждым индивидом, который включен в область квантификации. Таким образом, предложение само по себе может быть либо истинным, либо ложным, но значения истинности могут различаться, т.к. говорящий может приписывать различные свойства тем людям, с которыми он себя идентифицирует.

Пирсон связывает обобщенность от первого лица с семантикой de se attitudes[6], что приводит к тому, что говорящий не просто отождествляет себя с группой людей, но и сопереживает конкретному человеку. Таким образом, предикаты личного вкуса получают интерпретацию от первого лица. Исключения составляют случаи, когда мы знаем, что вкусы говорящего не имеют отношения к делу.

$$[\![\text{вкусно}]\!]^{c,w,t} = [\lambda xc.\, [\lambda yc.\, y\,\text{хорош на вкус для}\, x\,\text{в мире}\, w\,\text{во времени}\, t]] \tag{3}$$

Основная проблема контекстуализма заключается в том, что становится затруднительным объяснить, почему люди расходятся в мнениях о вкусе, т.к. они отвергают позицию безупречного спора.

[5] См. Stephenson, T. Judge dependence, epistemic modals, and predicates of personal taste, 2007

[6] См. Pearson, H. A judge-free semantics for predicates of personal taste, 2013

Таким образом, в попытке преодоления загадки, связанной с употреблением предикатов личного вкуса, за последние 10 лет появилось два основных направления, предлагающие различные варианты решения. Оба подхода сталкиваются с определенными трудностями и не могут полностью преодолеть проблему безупречного спора, в связи с чем в современной философской среде предпринимаются попытки преодоления релятивизма и контекстуализма. Возможно, на данном пути необходимо обратится к анализу опыта и онтологии, т.к. языковые средства напрямую связаны с наличием или отсутствием того или иного опыта.

Работа выполнена в рамках проекта «Русского Общества Истории и философии науки», поддержанного грантом РНФ № 21-18-00496 "Семантическая структура пропозициональных установок сознания".

The paper is part of the project of Russian Society for History and Philosophy of Science and is supported by Russian Science Foundation, project 21-18-00496 "The semantic structure of the propositional attitudes of consciousness".

Литература

[1] Hirvonen, S. *Predicates of Personal Taste and Perspective Dependence.* Doctoral thesis, UCL (University College London), 2016. URL: `https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/1508090` Дата обращения: 15.04.2021

[2] Kaplan, D. *Demonstratives. An essay on the semantics, logic, metaphysics, and epistemology of demonstratives and other indexicals* // Themes from Kaplan; J. Almog, J. Perry, H. Wettstein (eds.). N.Y.: Oxford University Press, 1989. P. 481–563.

[3] Lasersohn, P. *Context dependence, disagreement, and predicates of personal taste.* Linguistics and Philosophy 28(6), 2005. 643–686. doi:10.1007/s10988- 005-0596-x.

[4] Pearson, H. *A judge-free semantics for predicates of personal taste.* Journal of Semantics 30(3), 2013. 103–154. doi:10.1093/jos/ffs001.

[5] Stephenson, T. *Judge dependence, epistemic modals, and predicates of personal taste.* Linguistics and Philosophy 30, 2007. 487–525. doi:10.1007/s10988- 008-9023-4.

[6] Umbach, C. *Evaluative Predicates: Beyond Fun and Tasty.* The Wiley Blackwell Companion to Semantics. Edited by Daniel Gutzmann, Lisa Matthewson, Cécile Meier, Hotze Rullmann, and Thomas Ede Zimmermann, 2021. doi: 10.1002/9781118788516.sem127

[7] Zeman, D. *Faultless Disagreement.* In Martin Kusch (ed.), The Routledge Handbook of Philosophy of Relativism. Routledge., 2020. pp. 486–495.

Трансконцептуальные аспекты логической культуры мышления

Павлюкевич В. И.
Институт философии Национальной академии наук Беларуси
centr.evrissl@yandex.by

Аннотация: В эпицентре исследования находится идея трансконцептуальности. На этой основе эксплицируются понятия меж- и трансдисциплинарности; конкретизируются трансконцептуальные связи меж- и внутридисциплинарного типа; раскрываются трансконцептуальные характеристики логической культуры мышления.

Ключевые слова: *трансконцептуальность, транстеоретичность, логическая культура мышления*

Transconceptual features of the logical culture of thinking

Pavlyukevich V.
Institute of Philosophy of the National Academy of Sciences of Belarus
centr.evrissl@yandex.by

Abstract: An idea of transconceptuality is placed in the epicenter of this investigation. On this basis conceptions of inter- and transdisciplinarity are explicated; transconceptual connections of inter- and innerdisciplinar type are concreticized; transconceptual characteristics of the logical culture of thinking are disclosed.

Keywords: *transconceptuality, transtheoreticity, logical culture of thinking*

В XX в. в методологии и философии познания стала активно использоваться и разрабатываться идея междисциплинарности. Постепенно в философско-методологических исследованиях понятие междисциплинарности стало дополняться, а зачастую замещаться идеей трансдисциплинарности. Представляется, что существенные аспекты содержания понятий меж- и трансдисциплинарности можно раскрыть и эксплицировать, предложив идею трансконцептуальности.

Взаимодействие и взаимовлияние различных дисциплин осуществляется через взаимосвязь, соответствующую взаимозависимость определенных комплексов идей, средств, методов, теорий и концепций, разработанных и используемых в этих дисциплинах. То есть трансдисциплинарность реализуется через транстеоретичность, трансконцептуальность. Таким образом, процессы трансдисциплинарности (взаимосвязи, взаимодействия, взаимовлияния различных дисциплин) редуцируются к процессам трансконцептуальности (взаимосвязи, взаимодействия, взаимовлияния теорий и концепций, принадлежащих этим дисциплинам). Без такой редукции идеи меж- и трансдисциплинарности остаются неэксплицированными, семантически недостаточно ясными.

Наряду с трансконцептуальностью междисциплинарного характера следует учитывать трансконцептуальные взаимосвязи внутри дисциплин, которые во многом остаются вне поля зрения, когда речь идет о меж- и трансдисциплинарных отношениях при их обычной, ныне устоявшейся трактовке.

Логика относится к фундаментальным достижениям человеческой культуры. Она является существенным фактором языковой коммуникативной деятельности, явно или имплицитно присутствует во всех актах рационального оперирования информацией. Это одно из оснований ее трансдисциплинарной, трансконцептуальной, интегративной значимости в познании. Логическая культура мышления – один из важнейших, основополагающих аспектов эффективности философско-методологических исследований. Осознание данного обстоятельства проявляется в формировании философского познания уже на самой ранней стадии его развития, когда логическое знание еще не имело явно выраженного теоретического характера. Логическая культура как одна из основ и непременное условие рациональности и объективности познания существенным образом базируется на интуитивном и дискурсивном уяснении логических отношений между возникшими, сконструированными в процессе развития языка и познания формами выражения мыслей. С вниманием к этим проблемам непосредственно связано становление философии и логики как форм теоретического освоения реальности.

По-видимому, первым, кто с философско-методологических позиций стал рассматривать рассуждение, да и язык в целом, как важный фактор познавательной деятельности, был Парменид. Методологические идеи, излагаемые от его имени в одноименном диалоге Платона, представляют значительный интерес в логическом плане, в том числе в контексте трансконцептуальной, транстеоретической значимости подходов и методов, предлагаемых Парменидом для реализации в познании. Важнейшую роль в этой методологии играет раскрытие логических связей между высказываниями, выявление следствий из принимаемых положений. Так, Парменид наставляет находящегося в начале своего философского пути Сократа: «Твое рвение к рассуждениям, будь уверен, прекрасно и божественно, но, пока ты еще молод, постарайся поупражняться побольше в том, что большинство считает и называет пустословием; в противном случае истина будет от тебя ускользать» [6, с. 358]. Затем он поясняет, в чем надо упражняться: «…допусти, что существует многое, и посмотри, что должно из этого вытекать… С другой стороны, если многого не существует, то опять надо смотреть, что последует отсюда… И далее, если предположить, что подобие существует или что его не существует, то опять-таки, какие будут выводы при каждом из этих предположений… одним словом, что только ни предположишь ты существующим или не существующим, или испытывающим какое-либо иное состояние, всякий раз должно рассматривать следствия...» [6, с. 358–359]. В рекомендации Парменида выводить следствия из допущения о существовании объекта, а затем из допущения о его несуществовании просматривается идея «свободных логик» (логических теорий свободных от экзистенциальных предпосылок).

Высокий уровень логической культуры, способность к правильному выведению следствий – один из базисных факторов в предлагаемом Парменидом способе как важном условии отыскания истины. Эти же подходы, дополненные соответствующими философско-методологическими идеями, например индуктивным поиском определений общих понятий с необходимым в этом случае выходом на высокий уровень абстрагирования, играют существенную роль в дискуссиях Сократа со своими слушателями и оппонентами, во всем его искусстве майевтики.

Философско-методологическое направление, представленное Парменидом, а в последующем Сократом и Платоном, может быть охарактеризовано в логическом плане как поиск на интуитивно-содержательном уровне принципов и способов правильного рассуждения, правильного оперирования языковыми интеллектуальными конструктами в исследовательских целях, в целях выявления истины. При этом существенно, что логико-методологические идеи Парменида, Сократа и Платона рекомендуются ими в качестве эпистемологических ориентиров не по отношению к некоторой узкой области исследования, а применительно к познанию как таковому, независимо от конкретного предмета познания. Таким образом, они являются потенциально трансконцептуальными, трансдисциплинарными, метатеоретичными.

Интересно отметить, что дисциплин в четко оформившемся и достаточно разработанном виде еще нет, а трансдисциплинарные, транстеоретические, трансконцептуальные идеи уже выдвигаются и разрабатываются (разумеется, без использования подобных терминов и понятий). Можно сказать, что трансконцептуальность, трансдисциплинарность в некотором смысле предвосхищают дисциплинарность и предшествуют ей. В этом одна из особенностей формирования философско-методологической мысли на ранних этапах развития философии и познания в целом.

Трансконцептуальные, транстеоретические и трансдисциплинарные аспекты иногда имплицитно, а порой явно присутствуют в трактовках логики и ее законов при раскрытии эпистемологической ценности логического знания многими выдающимися философами. Это легко увидеть в следующих примерах.

Так, Аристотель отмечает, что «исследование начал умозаключения также есть дело философа, т. е. того, кто изучает всякую сущность вообще, какова она от природы...» [1, с. 125]. Трансдисциплинарные, трансконцептуальные аспекты достаточно отчетливо просматриваются в трактовках Стагиритом законов непротиворечия и исключенного третьего. Формулировки этих законов имеют у Аристотеля логический, онтологический, методологический, нормативный и психологический варианты.

А. Арно и П. Николь отмечают, что «логика есть искусство верно направлять разум в познании вещей, к коему прибегают как для того, чтобы обучиться этому самим, так и для того, чтобы обучить других» [2, с. 30]. У И. Канта имеется трактовка логики как науки о необходимых законах рассудка и разума (см.: [3, с 120]).

Д.-С. Милль, характеризуя значимость логики в исследовательской деятельности, отмечает, что логика является великим преследователем темного и запутанного мышления; она рассеивает туман, скрывающий от нас наше невежество, заставляющий нас думать, что мы понимаем предмет в то время, когда мы его не понимаем (см.: [4]). В. Минто тоже подчеркивает значимость логики в процессе познания как средства, удерживающего нас от заблуждений: «Именно существование заблуждений и вызывает потребность в логике; она имеет значение как практическая наука, предохраняя ум от заблуждений. Исторически она именно так и произошла» [5, с. 25].

Во всех этих характеристиках и оценках логики легко просматривается ее трансдисциплинарная, трансконцептуальная нацеленность и значимость. Фундаментальное определение логики, существенное для осмысления ее эпистемологической, в том числе трансдисциплинарной и трансконцептуальной, ценности, дал Г. Фреге: «Логика есть наука о наиболее общих законах бытия истины» [7, с. 307]. Это определение указывает на эпистемологическую глубину целей логики и ее сущностную связь с философией познания.

Очевидную трансконцептуальную, соответственно, транстеоретическую, трансдисциплинарную направленность имеют философско-методологические идеи, развиваемые в контексте теории аргументации, которая существенным образом базируется на высоком уровне логической культуры мышления

Литература

[1] Аристотель *Метафизика* Сочинения: в 4 т. М.: Мысль, 1976. Т. 1. С. 63–368.

[2] Арно А. *Логика. Пособие к лекциям 1800* М.: Наука, 1991. 415 с.

[3] Кант И. *Логические методы анализа научного знания.* // Трактаты и письма. М.: Наука, 1980. С. 319–444.

[4] Милль Д. С. *Система логики силлогистической и индуктивной* Д. С. Милль. М.: изд. Г. А. Лемана, 1914. LXXXI, [2], 880 с.

[5] Минто В. *Дедуктивная и индуктивная логика* СПб.: Комета, 1995. 464 с.

[6] Платон *Парменид.* Собр. соч.: в 4 т. / Платон. – М.: Мысль, 1993. Т. 2. С. 346–412.

[7] Фреге Г. *Логика и логическая семантика.* М.: Аспект Пресс, 2000. 512 с.

Диалектические обязательства участников дискуссии в концепции Э. Краббе

Сарычева А. В.
Белорусский государственный университет,
факультет философии и социальных наук
phs.kupriyanav@gmail.com

Аннотация: В данной работе рассматривается концепция Э. Краббе, в которой анализируются диалектические обязательства участников дискуссии. Решение данной проблемы заключается в экспликации обязательств, выполнение которых ведет к разумной дискуссии, а также соотнесение этих обязательств с уровнями риторического маневрирования, разработанными в прагма-диалектике. Ценность результатов заключается в разработке теории аргументации посредством анализа правил дискуссии и мотивированности к победе в споре.

Ключевые слова: *диалектическое обязательство, открытая дискуссия, стратегическое маневрирование, критическая дискуссия, прагма-диалектика*

Dialectical Obligations of the Discussion in the Concept of E. Krabbe

Sarycheva A. V.
Belarusian State University,
Faculty of Philosophy and Social Sciences
phs.kupriyanav@gmail.com

Abstract: This paper examines the concept of E. Krabbe, which analyzes the dialectical obligations of discussion participants. The solution to this problem lies in the explication of the obligations, the fulfillment of which leads to a reasonable discussion, and the correlation of these obligations with the levels of rhetorical maneuvering developed in pragma-dialectics. The value of the results lies in the development of a theory of argumentation through the analysis of the rules of debate and motivation to win an argument.

Keywords: *dialectical commitment, open discussion, strategic maneuvering, critical discussion, pragma-dialectics*

Современные теории аргументации ставят вопросы о роли диалектики в процессе спорного взаимодействия [1, 3, 2]. В концепции Э. Краббе анализируется соотношение диалектических обязательств и риторических уровней стратегического маневрирования [1]. Анализ выстраивается на рецепции и последующем критическом осмыслении идей прагма-диалектики.

В прагма-диалектике аргументация соотнесена с выполнением определенных обязательств участниками спора. Моделирование спорной реальности затрагивает различные виды взаимодействия, например, моделирование переговоров, ссор, дебатов, дискуссий [4]. Э. Краббе останавливается на модели дискуссии, сравнивая ее с критической дискуссией, описанной в прагма-диалектике в качестве эффективного способа взаимодействия [1, 3]. Такое сравнение предполагает как общие места в описании аргументативного взаимодействия между людьми, так и ряд концептуальных различий.

Одним из первых отличий концепции Э. Краббе является рассмотрение открытой дискуссии. Представители прагма-диалектики, по его мнению, говорят скорее о дискуссиях неявных, сопровождающих анализ текстов, а не реальный процесс речевого взаимодействия. Второй аспект, отличающий концепцию Э. Краббе, заключается в соотнесении риторики и диалектики при описании стратегического поведения в дискуссии.

Рассмотрев отличия, следует выделит общие моменты в анализе дискуссий, которые включают, во-первых, моделирование рационального взаимодействия, во-вторых, необходимость правил, определяющих аргументацию [3]. Таким образом, рациональная дискуссия предполагает выполнение определенных правил, налагающих обязательства на участников. В данном случае интерес будут представлять диалектические обязательства.

Первое диалектическое обязательство гласит, что в определенной модели обсуждения (M) необходимо соблюдать правила (a). В прагма-диалеткике это характерное условие для этапа открытия дискуссии, где определяются исходные точки, включающие процедурные соглашения [3]. Кроме того, несоблюдение таких соглашений является маркером ошибочного поведения.

Анализируя, соотнесенную с этим обязательством, концепцию ошибочности Э. Краббе выдвигает следующий тезис: «Дискутирующий обманывает если и только если он не соблюдает правила M» [1, с. 5]. Однако означает ли соблюдение правил, что итогом дискуссии будет победа истинного тезиса?

В качестве возражения выступает следующее положение: «Дискуссия, которая ведется без обмана, не должна приводить к выводу, который является правдивым» [1, с. 5]. Возражение является обоснованным в двух ситуациях. Во-первых, если главный герой защищает тезис, который является истинным, но в результате проигрывает спор. При этом никакие правила не были нарушены, а проигрыш стал следствием аргументов, не являющихся сильными. Во-вторых, ситуация, в которой антагонист, соблюдающий все правила, потерпел поражение при оспаривании ложного тезиса.

Ситуации, в которых принятие итогом становится принятие ложного тезиса, ставят вопрос о состоятельности критической дискуссии в качестве модели разумного обсуждения. Поскольку такие результаты неудовлетворительны для рациональной дискуссии, это вынуждает ввести дополнительное диалектическое обязательство. Второе диалектическое обязательство Краббе формулирует как «Попробуйте победить!» (b) [1, с. 6].

Стремление к победе в рамках открытой дискуссии предполагает эффективные действия при аргументации своей позиции и рациональной критики других участников. Таким образом, дискуссия должна быть направлена не только на кооперацию посредством принятия сторонами лучше тезиса, но и быть конкурентной средой, где необходимо успешно убедить аудиторию.

Успешность аргументации формально может быть достигнута при выполнении только обязательства (a). Однако тогда участники спора могут подвергнуться критике, поскольку совокупность обязательств (a) и (b) предполагает более приемлемые результаты дискуссии. Актуальным становится вопрос о том, как эти правила реализуются в стратегическом поведении участников споров.

Анализ стратегического маневрирования в риторической перспективе коррелирует с прагма-диалектической теорией. В работах Х. Ф. ван Еемерина анализ затрагивает три уровня риторического маневрирования [2]. На первом необходимо определить содержание, которое тематически соотносится с темой обсуждения. Второй уровень определяет степень актуальности и приемлемости информации для аудитории. Третий уровень определяет средства, необходимые для презентации тезиса и аргументов. Эти уровни предлагается исследовать в диалектической перспективе, определяя обязательства на каждом из них.

Первое диалектическое обязательство (a) будет соотнесено с третьим уровнем риторического маневрирования. Выбор презентационных средств определяется языковыми правилами, позволяющими сформулировать сообщение понятным образом. Второе диалектическое обязательство (b) характерно для первого и второго уровней, поскольку разумная дискуссия предполагает, что аргументы будут выстраиваться в соответствии с темой обсуждения и учитывать запросы аудитории [1].

Делая выводы, следует отметить, что Краббе при анализе спорной дискуссии выделяет два диалектических обязательства. Участники взаимодействия должны, во-первых, не нарушать правила дискуссии, во-вторых, выстраивать эффективную аргументацию. Реализация данных обязательств соответствует трем риторическим уровням, на которых участники стратегически могут выбирать более приемлемые для них аргументы.

Литература

[1] Krabbe E. C. W. *Strategies in Dialectic and Rhetoric.* // SSA Conference Archive, 2001.C. 1–13.

[2] Eemeren F. H. van. *Strategic Maneuvering in Argumentative Discourse.* Netherlands: John Benjamins Publishing, 2010.

[3] Eemeren F. H. van. *Argumentative Indicators in Discourse. A Pragma-Dialectical Study.* Netherlands: Springer Publisher, 2007.

[4] Walton D. *Informal Logic. A pragmatic approach* New York: Cambridge University Press, 2008.

Логика различных форм познания как система логических форм, математика как средство описания различных форм знания.

Титов А. В.
Российский университет транспорта (МИИТ)
a.v.titov@mail.ru

Аннотация: Гегель выделяет три формы логического: рассудочную, диалектичекую и спекулятивную. Современное научное знание преимущественно оперирует лишь рассудочной формой логического, на которой построена формальная логика, положенная в основу современного научного знания. Диалектическая и спекулятивная формы проявляются как правило стихийно при возникновении новых научных направлений, в открытиях и изобретения. Само понятие науки, понятие науки логики может быть получено только как конечный результат, но процесс самораскрытия понятия позволяет выделить основные принципы:

1. Отрицательное положительно.
2. Философия относится к стихии всеобщности, которая включает в себя особенное.
3. «Нераздельность» формы и содержания, единство их природы.

Новое требование к науке позволяет относить ее к знанию, в котором сущность и форма, проявляя себя на различных стадиях ее развития составляют единое органическое целое. Идеальный образ науки приобретает различные конечные формы как степени проявленности сущности в меоне.

Ключевые слова: *диалектика, энергема, наука логики, формы логического*

ogic of various forms of knowledge, as a system of logical forms, mathematics as a means of describing various forms of knowledge

Titov A. V.
Russian university of transport (MIIT)
a.v.titov@mail.ru

Abstract: The possibility of studying the classification of sciences as a hierarchical system of forms of knowledge and the study of the descriptive possibilities of mathematics in the process of its development is considered on the basis of the analysis of the concept of energema introduced by A. F. Losev and the new definition of science led by Hegel.

Keywords: *dialectics, energema, science of logic, forms of the logical*

Если Гегель отстаивает в своих работах необходимость перехода к новому образу науки, – науки логики, – определяя требования к ней как следование необходимости раскрытия сущностей (особенного) понятием в себе [1], то в работе Лосева «Философия имени» заложены основы как классификации наук, так и закладывается почва для анализа особенностей логосов, соответствующих наукам того или иного класса. В основу классификации наук положено понятие энергемы, их классификация и разработка принципов сопоставления в энергем классам наук. Т.е. поставлена задача:

Во-первых, выделение и класификации разных уровней энергемы, что уже осуществлено А. Ф. Лосевым и представлено в «Философии имени», другое дело, что в ней возможны дополнения;

Во-вторых, классификации наук;

В-третьих, нахождения отображения из класса энергем в класс наук.

Проведения такого анализа может позволить, во-первых, определить к какому классу относится математика своем современном состоянии и какие науки входят в то же класс. В этом случае можно предполагать, что язык математических структур подходит для полного описания объектов наук, входящих в один с ней класс. Во-вторых, можно провести сопоставительный анализ различных структур самой математики и рассмотреть вопрос о принадлежности их всех одному классу энергемуы.

Далее необходим анализ различий в выразительных возможностях наук относящихся к разны классам энергем, который позволит оценить то, насколько полно могут средства математики описывать объекты наук других классов энергем, насколько в этом случае адекватно сущности описываемого объекта математическое описание (математическая модель).

Что в свою очередь порождает вопрос о развитии самой математики как объекта определенного класса энергемы, возможность расширения описательных возможностей и перехода в класс энергем более высокого содержательного уровня.

Наконец, следующий этап – переход к другим формам знания, не относящихся к знанию научному в настоящее время.

«В пределе» такой анализ подразумевает не только классификацию форм знания по видам энергемы, но и выстраиванию их в целостностную систему, основой которой служит высшая форма, возможно та, которую Гегель обозначил как «Наука логики».

Надо отметить, что приведенный подход оправдан не только заложенными основами в работах Гегеля и Лосева, но и выдвигаемыми новыми требования к научному знанию и средствам формального описания в настоящее время. В частности о необходимости нового образа науки и требованиям к нему писал В. В. Налимов [3]. В области моделирования все более широкое применения находят эвристические методы и их "ответвления"такие как теория экспертных оценок и теория нечетких множеств, не имеющих на сегодняшний день прочной математической базы.

Проводя обоснованную критику рассудочного мышления, оперирующего предикативной формой логики, Гегель указывает на то, что такой тип логики, а равно и математики позволяет описывать лишь внешние формы содержания описываемых объектов, практически не касаясь имманентного содержания, другими словами, атрибуты в предикативной форме им приписываются, а не являются выделением и описанием органически присущих им сущностей.

Однако, одновременно, Гегель отмечает неизбежность такого «отката» от метафизики к рассудочной форме, поскольку формы мышления сталкиваются с неизбежностью противоречий [1]. И здесь уместно вспомнить о теоремах Геделя о неполноте трактующих по сути о том же уже в математике.

Гегель придает новый, положительный смысл противоречию или отрицательному, указывая на их необходимость для развития познания.

Вводится новое отношение к отрицательному, как основе внутреннего движения для образовании (развертывания) системы понятий. Отрицательное так же и положительно, поскольку не превращает отрицаемое в ничто, а сохраняет его в новых границах как момент в единстве с его противоположностью [1].

Лосев развивает эту идею разделяя на уровни степени проявленности сущности в материи и выстраивая энергемы по уровню выраженности в них противоречивой сущности сложных систем.

Анализ видов «логической конструкции эйдоса», приведенных в «Философии имени А. Ф. Лосева» позволяет не только анализировать различные «виды» знания, но и прослеживать взаимную связь этих видов знания и рассматривать отдельные виды имеющихся знаний в их развитии. В «Философии имени» А. Ф. Лосев выделяет пять уровней эйдетической предметности:

Эйдос, в созерцательно-(феноменолого)-статическом аспекте есть:

— Схема – эйдос лишь как взаимоотношение его элементов, схематический слой эйдоса (или множество в смысле Кантора), он есть составленность целого из частей. Идея охватывающего части целого выходит за пределы частей. *«Это – совокупность идеально – математических характеристик предмета.»* [2, с. 161];
— Топос – момент качественной определенности эйдоса или качественная заполненность схемы, морфный или топологический момент;
— Эйдос в узком смысле – или момент категориальной определенности эйдоса;
— Символ – воплощенность эйдоса в инобытии, смысловая вобранность инобытия в эйдос, что обуславливает его апофатичность;
— Миф – интеллигентно модифицированный символ [2, с. 161].

Каждый уровень эйдоса (форма знания) имеет свой логос и свой уровень апофатичности эйдоса, в том числе и как знания.

Это означает, что переходя в интерпретации одного уровня эйдоса на другой мы изменяем «смысловую структуру» анализируемого знания, рассматриваем его на уровне обоснования, не принятом в первоначальной форме. В частности, уменьшая или исключая, возникающую смысловую вариативность текста (мысли) вводим существенные искажения, которые могут привести к неадекватности понимания (восприятия) смысла.

Другими словами определения науки должны перестать быть застывшими, изолированными изваяниями, как их определил Гегель. Более того, каждое определене должно нести в себе потенциал всех возможных в данном понятии определений, всего понятия. У Налимова такую роль должен играть, введенный им в рассмотрение «семантический вакуум», у Лосева проявляющая себя в ином в разных формах первосущность. У Гегеля – понятие в себе.

Математики не могут знать, что будет представлять из себя математика как понятие в завершенном виде. Но исходя из приведенной установки, в процессе развития математики появления новых ее разделов могут, а в целом и должны не только находить связь между разделами, но и если это необходимо, расширять базу оснований математики, для включения этих разделов в единую систему, имеющую основание в этой базе. Пока такая работа систематически не ведется.

Современная наука только приходит к осознанию, во-первых, ограниченности принятых в ней за постулаты положений, во-вторых вариативности причинно-следственных связей.

В этом отношении представляет интерес анализ процесса, «стихийного» развития математики как науки, предмет которой меняется в процессе ее развития. Сейчас уже невозможно определить ее как науку о числах. В частности, объектом математического знания стали структуры или, следуя выражению И. Р. Шафаревича, числоподобные структуры.

Таким образом в целом развитие математики можно рассматривать как процесс в результате которого, во-первых, происходит выход объектов математического знания за свои границы и снятие их в смысле Гегеля, как включение в новые объекты, возникшие в результате развития как моменты. Во-вторых, в процессе своего развития она выходит за рамки рассудочных, т.е. формально-логических рассуждений в рамках булевой логики. Таким образом, процесс развития математики можно рассматривать как процесс диалектический.

А это может означать, что в процессе своего развития математика может выйти за границы энергем как схемы или топоса и в этом случае станет столь же надежным средством описания (моделирования) сложных систем, как прежде физических объектов.

Нестандартный анализ может служить примером разрешения в математике противоречия в новое единство, как расширения понятия, на основе введения новой меры на исследуемой структуре. В частности, пусть речь идет о сравнении функций $f(x)$ и $g(x)$. Возможны четыре вида отношения между ними: $f(x) < g(x), f(x) > g(x), f(x) = g(x)$, $f(x)$ и $g(x)$ несравнимы. При этом для каждого конкретного x выполняется одно из первых трех отношений, четвертая возможность означает, что в разных точках выполняются разные из первых трех отношений. Каждое и приведенных отношений между функциями считается выполненным, если оно выполнено для всех x. Таким образом, сравнение таких объектов как «функция» отождествляется со сравнением таких объектов как «значение функции в точке». При этом результат поточечного сравнения функций, может противоречить результату полученному при введении специальной меры на множестве значений функции. В частности, несравнимые при поточечной оценке функции могут оказаться в оном из приведенных отношений, при условии, что множество точек, в котором оно выполняется является элементом ультрафильтра.

Язык теории категорий может служить примером возможности обобщения в нем языков теории множеств и теории структур.

Например, мономорфной в теории категорий называют стрелку $a \to b$, которая сократима слева, то есть такую, что если $f^\circ g = f^\circ h$, то $g = h$.

В теории множеств этому соответствует инъективное отображение. Но это понятие охватывает также **отношение порядка**, которое представляется стрелкой $a \to b$, если $a < b$ (то есть отношение в языке теории структур заменяется стрелкой в языке теории категорий), и операции, например, над натуральными числами: $m + n = m + p \Rightarrow n = p$. Здесь натуральное число на языке теории категорий есть стрелка, а композиция является операцией сложения чисел.

Таким образом, математика как понятие, являясь продуктом саморефлексии духа, сама в процессе саморазвития составляет свой конечный продукт, то есть понятие математики составляет конечный результат развития математики.

Литература

[1] Гегель Г. В. Ф. *Наука логики* Г. В. Ф. Гегель, пер. с немецкого. СПб.: «Наука», 1997, 799 с.

[2] Лосев А. Ф. *Философия имени.* М.: Издательство Московского университета, 1990, 269 с.

[3] Налимов В. В. *Требование к изменению образа науки.* // Вестник МГУ. Серия 7. Философия. №5. 1991. С. 18–33.

Оценка аргумента последствий с позиций модальной семантики

Фатиев Н. И.
СЗИУ РАНХиГ
nikifor_pro@mail.ru

Аннотация: В работе дается анализ «аргумента последствий» Питера Ван Инвагена с учетом применяемого аппарата модальной логики. Показано, что при традиционной интерпретации алетических модальностей в духе семантики возможных миров данный аргумент формально несостоятелен.

Ключевые слова: *Детерминизм, инкомпатибилизм, компатибилизм, свобода воли, аргумент последствий.*

The consequence argument evaluation and modal semantics

Fatiev N.I.
The North-West Institute of management, The Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration
nikifor_pro@mail.ru

Abstract: The paper analyzes the «consequence argument» of Peter Van Inwagen taking account of modal logic framework. In is shown that in traditional interpretation of the alethic modality in the spirit of possible worlds semantics this argument is formally invalid.

Keywords: *Determinism, incompatibilism, compatibilism, freedom of the will, the consequence argument.*

Тема философских споров о детерминизме очень древняя и подробно разрабатывалась еще в античности. Достаточно вспомнить 9 главу работы Аристотеля «Об истолковании» и философские трактаты Цицерона «О дивинации» и «О судьбе». В западной, по преимуществу, философской традиции оформились следующие точки зрения на соотношение детерминизма и свободы воли. Либертарианцы принимают свободу воли и отрицают детерминизм. Сторонники жесткого детерминизма, наоборот, отрицают свободу воли. Для тех и для других детерминизм и свобода воли несовместимы, потому их общее название – инкомпатибилисты. Одновременное принятие детерминизма и свободы воли, в свою очередь, называется компатибилизмом. Компатибилизм претендует на непротиворечивость, если возможны какие-то ограничительные условия для детерминизма и/или свободы воли. Наиболее ранний вариант такого компатибилизма, на наш взгляд, у Т. Гоббса. Для него некоторый субъект S свободен совершить поступок A, если он хочет и может его совершить. Такой подход оставляет за скобками вопрос о том, чем определяется желание S совершить данный поступок. Т. Гоббс это вполне понимал. Человек для него, по замечанию И. С. Нарского, это заведенный волчок, который думает, что вращается свободно[1].

Мы же собираемся перейти к обсуждению известного аргумента в пользу инкомпатибилизма, созданного Питером Ван Инвагеном в 1983 году и получившего название «аргумент последствий»[2].

Этот известный логик утверждал. что: «Если детерминизм верен, тогда наши действия представляют собой следствия законов природы и событий недавнего прошлого. Но, мы до конца не знаем о событиях, имевших место до нас и точно так же не владеем полным знанием о законах природы. Следовательно, и последствия тех и других, включая наши собственные действия, до конца нам не ясны.»[3] Я не вижу причин не согласиться с этой точкой зрения. Но дальше следует формальное доказательство. Изначально он вводит два принципа:

1. $\Box P \vdash NP$, где $\Box$ – традиционный оператор необходимости в модальной логике, а N – оператор «жесткого детерминизма», означающего, что стоящее за ним высказывание не может не иметь места.

2. $N(P \supset Q), NP \vdash NQ$.

Далее он формулирует исходный постулат $\Box((P_j \wedge L) \supset P)$, где P_j – совокупность высказываний, описывающих состояние мира до появления носителей волевого начала; L – множество законов природы, P – всякое истинное высказывание о современном состоянии мира.

В итоге из исходного постулата, с использованием двух означенных принципов, строго выводится NP. Что означает всеобщую детерминированность событий. «Аргумент последствий» вызвал разнообразную реакцию в философской среде. от полного признания до решительного неприятия. Однако, почему - то никто не обратил внимания на первый шаг вывода, использующий (1). Зададимся вопросом – что может означать выражение $\Box((P_j \wedge L) \supset P)$, точнее та его часть, которая находится по знаком оператора необходимости? Во первых возникает вопрос об исходных условиях – P_j . Означает ли, наличие данного параметра в открытой форме под модальным оператором необходимости совпадение исходных условий во всех возможных мирах? Но для миров Лейбница, а из современных авторов – Д. Льюиса такое условие неверно. Если же он не имеет в виду $\forall w P_j$, то есть одинаковые начальные условия для всех возможных миров. то его принцип (1) становится проблематичным. Еще более проблематична ситуация с L (множеством законов природы). что под оператором необходимости в открытой форме, может означать совпадение этих законов для всех возможных миров. Однако ниоткуда не следует. что естественнонаучные особенности нашего мира универсальны. Не исключено существова-

[1]Нарский И. С. Западно-европейская философия 17 века. М. Высшая школа. 1974. С. 165.

[2]Van Inwagen Piter An Essay on Free Will. Oxford. Clarendon Press. 1983.

[3]bid. P. 56

ние физических миров с иными количественными значениями физических констант, иной топологией пространства-времени и другими начальными условиями для существующих космологических систем.

На наш взгляд сказанного достаточно, чтобы скептически воспринять формализм П. Ван Инвагена. Однако. Тема имела продолжение. Напомним о мнении Т. Варфельда – «аргумент последствий» не ведет к инкомпатибилизму[4]. Из него следует «$D \supset$ отрицание свободы воли». А требовалось доказать «$\Box$ ($D \supset$ отрицание свободы воли)».

Т. Варфельд пытается найти аргумент, который не наталкивается на данное возражение. Он формулирует принцип, отрицаемый, по его мнению, компатибилизмом. «Если высказывание P истинно, то никакая свободная воля в никаких новых обстоятельствах не способна это изменить.» Данное положение можно рассмотреть с двух сторон. Во-первых компатибилизм не претендует на то, что можно изменить прошлое. Если, конечно, иметь в виду установленные факты, а не их интерпретацию. Выявление ложности интерпретации или отсутствия факта приводит к срабатыванию в логике известного как «modus tollens» модуса. Современные немонотонные логики возникли как раз потому, что в процессе аргументации иногда перестает выполняться правило – добавление новых аргументов не изменяет число уже имеющихся выводов. Немонотонная логика способна пробить дыру в системе жесткого детерминизма, но размеры этой дыры могут оказаться невелики, коль скоро можно формально задать в ней «надежные» формулы, на истинность которых немонотонность не влияет. Если вернуться к сказанному выше можно сделать вывод – существующие варианты формального обоснования принципа детерминизма в духе рассмотренного «аргумента последствий» не свободны от недостатков.

[4]Warfield T. Causal Determinism and Human Freedom are Incompatible: A New Argument for Incompatibilism. Philosophical Perspectives 14. 2000. P. 167–180

Целевая аудитория и аргументативные паттерны продающих текстов

Цокало О. А.
Воронежский государственный университет
shapiro.olha@gmail.com

Аннотация: Исследование посвящено проблеме дифференциации аргументативных паттернов продающих текстов в зависимости от их целевой аудитории. Автор полагает, что в рекламных текстах, направленных на разные группы целевой аудитории, используется убеждение-persuasion (в терминологии Перельмана), направленное на когнитивную Систему-1 по Канеману. При этом набор используемых квазиаргументативных средств остается инвариантным, тогда как содержательная сторона рекламного текста изменяется соответственно специфике целевой аудитории.

Ключевые слова: *аргументация, продающий текст, аргументативные паттерны, целевая аудитория, когнитивная система, убеждение*

Target audience and argumentative patterns of selling texts

Tsokalo O. A.
Voronezh State University
shapiro.olha@gmail.com

Abstract: The article is dedicated to the problem of differentiation of argumentative patterns of advertising texts depending on the target audience to which they are addressed. The author thinks that during specifying advertising according to different target audience groups, "persuasion" is used (in Perelman's terminology), and this persuasion is aimed at Kahneman's cognitive System 1. In this case, the set of quasi-argument structures used is invariant, and only the content aspect of the advertising message is adjusted to the target audience.

Keywords: *argumentation, selling text, argumentative patterns, target audience, cognitive system, persuasion*

Современная медиасреда предъявляет жесткие требования к своему контенту, в том числе в его риторическом аспекте. Маркетологами формулируется концепт «продающего текста», который единственный представляет интерес для потенциального читателя; требования нему сформулированы в многочисленных пособиях для начинающих копирайтеров (см., напр. [2, 5]). Удобно оказывается рассматривать его в терминах современной научной риторики, выделяющей при анализе текста презентацию (т.е. внешнее оформление, разбиение текста на части и пр.), стилистику и аргументацию [7].

Я предлагаю сосредоточиться на спецификации аргументативных структур в рекламном тексте (как основном виде текста продающего) соответственно его целевой аудитории. Сегодня одним из наиболее популярных инструментов продаж является так называемая таргетированная реклама – реклама, которая «всплывает» только для пользователей определенного рода (могут быть определены пол, возраст, географическое положение, специфика деятельности или обозначенных в социальных сетях интересов и пр.). Рекламодатель готовит набор сообщений под различные сегменты аудитории. Нашей целью будет выяснить, каким образом используемые в рекламе аргументативные структуры связаны с аудиторией: что зависит от целевой аудитории непосредственно, а что оказывается инвариантным. Отличий в презентации и стилистике рекламы, предназначенной для различных адресатов, мы здесь касаться не будем.

Необходимость учитывать специфику адресата в убеждающей речи отметил еще Аристотель. В своей «Риторике» он пишет: «Речь слагается из трех элементов: из самого оратора, из предмета, о котором он говорит, и из лица, к которому он обращается; оно-то и есть конечная цель всего (я разумею слушателя)» [1, с. 30]. При этом он отмечает, что «доказательство находится в зависимости от самих слушателей, когда последние приходят в возбуждение под влиянием речи, потому что мы принимаем различные решения под влиянием удовольствия и неудовольствия, любви и ненависти» [1, с. 20]. При этом специфика слушателя складывается из трех компонентов:

1. устойчивые свойства слушателя (возраст и «жребий», т.е. происхождение, достаток и обличенность властью; ясно, что здесь мы говорим об относительной устойчивости свойств);
2. ситуативные свойства, связанные с мерой активности слушателя (который может выступать в качестве простого слушателя или судьи);
3. случайные свойства, связанные со склонностями слушателя (к состраданию, негодованию, зависти и пр.).

Получается, что если мы в нашем доказывании чего-либо опираемся на специфику аудитории, то нам необходимо у слушателя, имеющего некоторые свойства (например – пожилой, богатый, выступает в качестве судьи, склонен к состраданию) вызвать определенного рода «возбуждение», аффект, который склонит его к соответствующему решению.

В XX веке Х. Перельман и Л. Ольбрехт-Титека в противовес Аристотелю пишут «Новую риторику», но, в отличие от Ф. Бэкона, который в «Новом Органоне» смещает акценты с дедуктивного способа рассуждения на индуктивный, Перельман и Ольбрехт-Титека приходят к близким Аристотелю выводам. Во введении они пишут: «Оратор действительно должен подстраиваться под свою аудиторию, если он хочет как-то повлиять на нее» [8, с. 7]. Делить аудиторию на группы предлагается социологически (т.е. соответственно политическим, религиозным и др. установкам) или же на основании принимаемых членами аудитории ценностей [8, с. 22].

Перельман и Ольбрехт-Титека вводят понятие «универсальной аудитории», т.е. аудитории максимально общей, разнородной. Они рассматривают два вида убеждения – *persuasion*, обращающееся к чувствам, воображению, телесности, и *conviction*, обращающееся к рациональности. При этом *conviction* будет эффективно для любой аудитории, а посему – и для аудитории универсальной, тогда как *persuasion* оказывается эффективным только при спецификации своего адресата.

Такое разделение гармонично сочетается с популярной сегодня теорией принятия решений Д. Канемана [3]. Канеман предлагает идею двух когнитивных систем – Система 1 обращена к чувствам и стереотипам и служит для принятия «быстрых» решений, не требующего полноценного интеллектуального включения когнитивного агента, а Система 2 – это система «медленного» мышления, апеллирующая к рациональности и логике. Если свести концепции Канемана и Перельмана, то получается, что persuasion обращено к Системе 1 и требует спецификации аудитории, тогда как conviction обращено к Системе 2 и адекватно любой аудитории, в том числе универсальной. Пожалуй, это связано с априорностью логических структур, которые остаются корректными не зависимо от своего адресата. Поскольку persuasion минует рациональность, обращаясь к аффективности и телесности, то для него не характерно использование собственно аргументации как логической структуры обоснования, но превалируют многочисленные квазиаргументативные средства (например, «аргумент к жалости» апеллирует к аффектам, «аргумент к массам» – к стереотипам и пр.). В этом смысле для использования persuasion действительно необходимо близко знать свою аудиторию, поскольку стереотипы не являются универсальными для разных культурно- и социально-исторических групп, а эмоциональные реакции и переживание телесности существенно различаются у людей разного возраста и пола.

Если мы применим эти идеи к анализу современных рекламных текстов, то получим следующее. В рекламе (по крайней мере, в подавляющем большинстве случаев) аргументация обращена к Системе 1 Канемана (я аргументирую эту позицию в своей статье [6]). В частности, это связано с тем, что реклама ориентирована на быстрые решения («купи / закажи / позвони прямо сейчас!»), а также с тем, что часто реклама призвана не просто предлагать товар для удовлетворения потребностей, но и формировать сами эти потребности. Проще говоря, если обратиться к рациональной стороне потенциального покупателя, да еще дать ему время для обдумывания, он может решить, что в предлагаемом товаре, даже если он хорош / дешев / популярен, он просто не нуждается. Соответственно, продающие тексты используют ersuasion, а значит, должны особое внимание уделять специфике своей целевой аудитории.

Если еще два десятка лет назад рекламные сообщения транслировались всем, в надежде, что представители целевой аудитории их заметят и среагируют, то формирование интернет-сегмента рекламы (который считается наиболее эффективным сегодня) предоставляет возможность транслировать сообщение только представителям целевой аудитории. Механизм формирования соответствующей выборки в интернет-рекламе называется таргетинг.

Критерии, по которым можно определить своего адресата, связаны со спецификой информации о пользователе, содержащейся преимущественно в его социальных сетях. Выделяют демографические, психографические, ориентированные на поведенческие характеристики, временные и географические параметры настроек таргетинга [4, с. 221]. Таким образом, мы видим здесь еще более детальную спецификацию аудитории, нежели у Аристотеля или Перельмана.

Наибольший интерес здесь представляют психографическе характеристики, представляющие набор личностных качеств – ценностей, политических взглядов, вкусов, увлечений и т. д.; социальные сети предоставляют информацию о пользователе, которой обычно не обладает оратор, непосредственно работающий с «живой» аудиторией.

Однако, возвращаясь к рекомендациям по написанию продающих текстов, мы практически не находим указаний о том, чтобы использовать различные (квази)аргументативные средства при обращении к различным целевым аудиториям (в противовес уточнению, касающемуся стилистики текста – при работе с профессиональными или профанными сообществами предлагается использовать различную лексику). Где же кроется нацеленность рекламного текста на узкую целевую аудиторию?

Я полагаю – в содержании. Как я уже говорила, Система 1 не универсальна – содержание принимаемых установок, стереотипов, моделей эмоционального реагирования обусловлено социальными, культурными, гендерными и пр. особенностями субъекта. Соответственно, содержание текста и визуальное оформление будут меняться в зависимости от его адресата. Например, при использовании одного из наиболее распространенных приемов влияния в продающем тексте – story telling – его главный персонаж будет соответствовать типичному представителю целевой аудитории по демографическим и социальным показателям, чтобы идентификация стала возможной. При использовании аргумента к авторитету выбор этого самого авторитета будет зависеть от целевой аудитории.

Таким образом, аргументативная структура продающего текста в современных рекламных сообщениях является универсальной для аудитории любого типа, тогда как содержательно применяемые уловки раскрываются соответственно специфике своей целевой аудитории.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект №20-011-00485 «Делиберативная аргументация между рассуждением и действием»).

Литература

[1] Аристотель. *Риторика* пер. с древнегреч. Н. Н. Платоновой. М.: АСТ, 2019. 352с.

[2] Ильяхов М., Сарычева С. *Пиши, сокращай.* М.: Альпина Паблишер, 2019. 440с.

[3] Канеман Д. *Думай медленно, решай быстро.* М.: АСТ, 2014. https://vk.com/doc-180589301_521869169?hash=6396f868b4a990a224&dl=6d2e45de2c11768509 (Дата обращения: 08.04.2021).

[4] Карпова М. К., Куренева А. А. *Гиперлокальный таргетинг как инновационный рекламный инструмент* // Наука. Общество. Государство. 2020. Т.8. №2(30). С. 220–227.

[5] Кот Д. *Копирайтинг: как не съесть собаку. Создаем тексты, которые продают* Д. Кот. СПб.: Питер, 2011. 256с.

[6] Цокало О. А. *«Встань и иди»: трансформация делиберативной аргументации в истории развития текстовой культуры* // Ученые записки Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского. Философия. Политология. Культурология. 2020. №2. Том 6(72). С. 48–58.

[7] Gross A. G., Harmon J. E., Reidy M. S. *Communicating Science: The Scientific Article from the 17th Century to the Present.* New York: Oxord University Press, 2002. 267 p.

[8] Perelman Ch., Olbrehts-Tyteca L. *The New Rhetoric. A Treatise on Argumentation.* Notre Dame: University of Notre Dame Press, 1971. 566 p.

Логический экзегезис

Шульга Е. Н.
Институт философии РАН
elena.shulga501@gmail.com

Аннотация: Проблема понимания и интерпретации философских текстов предполагает использование методов, разрабатываемых философской герменевтикой. При этом в случае, когда необходимо проникнуть в смысл тех или иных утверждений или проверить их корректность, немаловажное значение приобретает метод конструирования парафраз в качестве логических утверждений. Использование методов современной логики для определения адекватности высказываемых суждений оказывается эффективным как в отношении философских концепций и теорий, так и для решения традиционных теологических вопросов.

Ключевые слова: *логическая герменевтика, логическая интерпретация, утверждение, экзегезис.*

Logical Exegesis

Shulga E. N.
Institute of Philosophy RAS
elena.shulga501@gmail.com

Abstract: An issue of understanding and interpretating of philosophical texts presupposes an application of methods being elaborated by the philosophical hermeneutics. At the same time in case where there is a necessity to penetrate into the meaning of either claims and check their correctness then he method of constructing paraphrases as logical statements takes on special significance. An implementation of the methods of modern logic to determine an adequacy of uttering declarations turns out to be an effective tool both regarding the philosophical conceptions and theories as well as solutions of the traditional theological issues.

Keywords: *logical hermeneutics, logical interpretation, claim, exegesis.*

Согласно Казимежу Айдукевичу – известному представителю Львовско-Варшавской философской школы – логические утверждения в первую очередь выступают как схемы возможных парафраз, позволяющих проверить корректность как старых, так и современных философских теорий. Стадии подобного метода перефразирования, которые приводит Ян Воленьский, выглядят следующим образом [1, с.79]:

(1) формулировка рассматриваемой проблемы;
(2) выбор соответствующего логического утверждения;
(3) установление корреляции между некоторыми выражениями из (1) и выражениями из утверждения, выбранного на стадии (2);

(4) конструирование парафраза, т.е. предложения со структурой, изоморфной выбранному логическому утверждению;
(5) обоснование парафраза;
(6) выведение следствий из парафраза;
(7) оценка следствий с точки зрения исследуемой философской проблемы.

Стадию (2), связанную с задачей выбора соответствующего логического утверждения, можно оценивать как перевод с обычного естественного языка, которым пользуются создатели философских теорий, на формальный язык логики, в то время как конструирование парафраза на стадии (4) как «обратный» перевод (но скорее на научный язык). При этом Айдукевич указывает, что второй перевод необходим ввиду того, что первый перевод не дает полной гарантии адекватности и поэтому даже следствия, полученные путем допустимых подстановок из соответствующих логических утверждений, могут оказаться непригодными для решения поставленной проблемы.

Неожиданное развитие метод парафраз получил в связи с обоснованием нового направления – логической герменевтики, которое осуществил Богуслав Вольневич [3]. Согласно Вольневичу, под герменевтикой понимается простое угадывание того, что непосредственно автор текста имел в виду и что этим текстом он стремился передать читателю. Однако подобное «угадывание» не происходит случайно. Дело в том, что такого рода угадывание на самом деле связано с пониманием, которое демонстрирует интерпретатор, изучающий и анализирующий текст. В своем истолковании текста интерпретатор опирается на достижения предшественников и знание личности самого автора, либо на знание его культурного фона. В случае философских текстов существует еще и другой метод интерпретации – логический. В этом последнем случае задачей исследования (логико-философской интерпретации текста) является «выявление логической структуры философской системы, которая представлена конкретным рассматриваемым текстом» [3, p.254].

Метод логической интерпретации философской системы S нацелен на ее аксиоматизацию, т.е. предполагает такую трансформацию системы, в которой все (исключая сами аксиомы) становится семантически определенным, и она дедуктивно полна. Для этого мы должны выбрать некоторую теорию T, предмет которой тот же самый, что и у рассматриваемой системы, кроме того, мы должны определить конкретные правила перевода (словарь), чтобы сопоставить высказываниям системы формулы в языке теории T, и таким образом устранить неясности, присутствующие в системе S. Ясно, что для этого будут пригодны различные теории и различные правила перевода.

Логической интерпретации подвластны не только философские, но и священные тексты. Поскольку истинный смысл Священного Писания исследует ветвь теологии, называемая экзегезисом, то в случае логической интерпретации подобных текстов мы говорим о *логическом экзегезисе.* Пример логического экзегезиса мы находим в книге Пауля Вайнгартнера «Аксиоматическое исследование Бога: защита рациональности религии» [2]. Хотя сам автор не характеризует свое исследование подобным образом, тем не менее, есть основание рассматривать текст его книги непосредственно в контексте экзегезиса.

Вайнгартнер предпринял попытку показать, что существенная часть Естественной или Философской теологии может быть построена как аксиоматическая система, Аксиоматическая Система Бога (АСБ). Приводится подробная аксиоматизация божественных атрибутов: всеведения, всемогущества, божественного креационизма и доказываются вытекающие из этих аксиом теоремы. Автором рассмотрены аксиомы, описывающие различного рода действия, и при этом проводится мысль, что Бог может делать то, что он не делает или что он не хочет делать, и что Бог является необходимой причиной и условием всего и т.д. Отдельная часть исследования посвящена спасителю Иисусу Христу. В заключение приводится доказательство существенной и важной части системы АСБ путем конструирования модели, в которой выполняются наиболее важные аксиомы и теоремы.

Смысл слова «Бог» берется из двух источников:

1) из нашего знания о мире (Вселенной) и из нашей интерпретации мира как результата действия интеллектуальной причины;
2) из религиозных текстов Ветхого и Нового Заветов.

В целом, используемая автором базисная логика представляет собой классическую двузначную логику, суженную до интуиционистских и релевантных выводов, и расширенную до модальной системы не сильнее системы T или до системы, включенной в шестизначную разрешимую логику RQM (разработанную ранее Вайнгартнером). Используются также некоторые эпистемические и другие операторы, определяемые аксиоматически или с помощью определений. Таким образом, исследование Вайнгартнера можно отнести к области логической герменевтики в ее конкретной направленности на совместное, согласованное использование достижений современной логики и экзегетики в решении традиционных теологических вопросов.

Литература

[1] Воленьский Я. *Львовско-Варшавская философская школа.* М.: Наука, 2004.

[2] Weingartner P. *An Axiomatic Study of God: A Defence of the Rationality of Religion.* Berlin/Boston: Walter de Gruyter GmbH, 2021.

[3] Wolniewicz B. *Logic and Metaphysics. Studies in Wittgenstein's Ontology of Facts.* Warszawa: Znak – Jezyk – Rzeczywistosc, 1999.

Двенадцатые Смирновские чтения по логике

Материалы международной научной конференции

Научная редакция и составление: В. И. Маркин

Компьютерная верстка: О. М. Григорьев
Дизайн обложки: Е. А. Урусова

Тексты печатаются в литературной редакции авторов

Подписано к использованию
Формат: PDF/A. Усл. печ. л. 20.
Объем данных – 4 Мбайт.

Издательство «Русское общество истории и философии науки»
105062, Россия, Москва, Лялин пер., д. 1/36, стр. 2, комн. 2.
E-mail: info@rshps.ru

Минимальные системные требования:
браузер Google Chrome v. 2.0 и выше,
пропускная способность сетевого подключения не менее 128 кбит/с.

ISBN 978-5-6045557-8-1

9 785604 555781 >